GROUPE PREMIER CYCLE

Éléments 1

irem
Toulouse

Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques de Toulouse

VERS UNE THÉORIE SOCIOCULTURELLE DE L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE : LA THÉORIE DE L'OBJECTIVATION [1]

Luis Radford [2]

Traduit de l'espagnol par Miquela Catlla puis relu par l'auteur.

Introduction

Dans une classe du premier niveau de l'école primaire, la maîtresse introduit un problème sur une séquence numérique par une histoire. Il s'agit d'un écureuil qui, à la fin de l'été, apporte chaque jour deux noix à son nouveau nid en prévision de l'hiver qui approche. Dans une partie du problème, les élèves (6-7 ans) doivent trouver le nombre de noix emmagasinées par l'écureuil dans son nid après le dixième jour, sachant que, quand l'écureuil a trouvé le nid, il y avait déjà 8 noix et que l'écureuil ne mange pas les noix de sa provision d'hiver. Comme d'habitude, les élèves travaillent en petits groupes. Cristina, une des élèves, commence à compter de deux en deux : dix, douze, quatorze, seize. Comme elle se rend compte qu'elle n'a pas compté les jours, elle décide de recommencer le comptage. Or, tenir compte des jours et du nombre de noix en même temps ne va pas de soi. Donc, en s'adressant à Miguel, son équipier, Cristina dit : « Faisons-le ensemble ! ». Pendant que le reste de la classe continue son travail en petits groupes, Cristina et Miguel vont au tableau et, en utilisant une longue règle en bois, Cristina commence à compter de deux en deux pendant que Miguel compte les jours à voix haute. Dans la figure 1, quand Miguel dit « neuf », Cristina montre 26 sur une droite numérique située au dessus du tableau, qui est le nombre de noix accumulées jusqu'au jour 9. Sur la figure 2, Miguel, qui a continué de compter les jours, dit « dix » pendant que Cristina déplace la règle vers la droite et montre le nombre 28, qui est la réponse à la question.

---

[1] Cet article est le résultat d'un programme de recherche subventionné par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

[2] Université Laurentienne, Ontario, Canada.

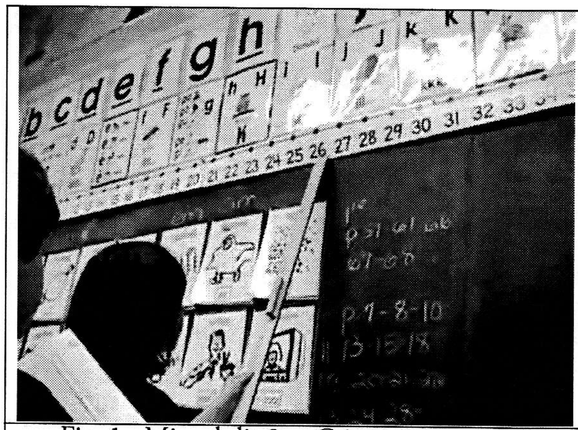


Fig. 1 : Miguel dit 9 et Cristina montre 26.

Fig. 2 : Miguel dit 10 et Cristina montre 28.

On pourrait interpréter ce passage en disant que Cristina a réussi à former une représentation mentale convenable du problème et que sa difficulté se trouvait au niveau de sa capacité de garder en mémoire l'information pertinente. Avec l'aide de Miguel, sa pensée se serait déplacée le long des états d'un espace-problème, traitant l'information à travers des règles d'inférences logiques. Mais ceci ne serait qu'une conjecture, car ce qui s'est *vraiment* passé « dans la tête » de Cristina restera à jamais un mystère. Car la pensée, telle que conçue par cette explication et par maintes théories contemporaines de l'apprentissage est une sorte de processus interne dont le mode d'existence est celui d'une vie intérieure toujours inaccessible à l'observation externe. Il s'agit d'une conception de la pensée constitutive de la tradition millénaire occidentale qui pose d'emblée une dualité entre l'esprit et le monde et que le constructivisme contemporain n'a fait que perpétuer. Ainsi, comme l'affirme le fondateur du Constructivisme Radical, la pensée demeure « une des activités humaines les plus intrigantes… Le processus réel de pensée reste invisible ainsi que les concepts que celle-ci utilise. » (von Glasersfeld, 1995, p. 77)

Mais l'inaccessibilité de la pensée par des moyens externes n'est pas le seul problème qui hante le paradigme dualiste. La pensée n'est pas non plus accessible directement à celui qui pense ! C'est comme si celui qui pense ne disposait pas d'un œil interne pour voir le déroulement de sa propre pensée. On arrive ainsi à une situation bizarre : d'une façon ou d'une autre, la pensée n'est tout simplement pas accessible…

Devant de telles difficultés et influencées par une vision discréditée de la psychologie qui remonte au débat entre Frege et Husserl, plusieurs théories de la didactique des mathématiques évitent tout simplement de se mêler de psychologie, même si tout apprentissage suppose l'activité de la pensée, au point que, sans pensée, il ne peut y avoir d'apprentissage !

Or, il ne faut pas croire que cette conception dualiste de la pensée comme « activité mentale » (de Vega, 1986, p. 439) soit la seule possible. En fait, elle provient de l'interprétation de la philosophie grecque de la part de Saint Augustin à la fin du IV^e^ siècle. Dans son interprétation, Saint Augustin a opéré une transformation profonde du sens initial du terme *eidos*. Tandis qu'Homère, entre autres, utilisait le terme *eidos* dans le sens de quelque chose d'externe, non mental - « ce que quelqu'un regarde » -, par exemple la figure, la forme, l'apparence [3]- pour Saint Augustin, *eidos* réfère à quelque chose qui est *à l'intérieur de l'individu* [4] . Influencés par cette transformation, les Rationalistes du XVII^e^ siècle, comme Descartes et Leibniz, considéraient que les mathématiques pouvaient se pratiquer même les yeux fermés, car, disaient-ils, la pensée n'a besoin ni du concours des sens ni de l'expérience pour atteindre les vérités mathématiques : les principes dont nous avons besoin pour comprendre les objets mathématiques sont, pour les rationalistes, des « principes internes » c'est-à-dire qu'ils sont à l'intérieur de nous (Leibniz, 1966, p. 34-37). Ces principes font partie des lois éternelles de la raison.

Et c'est donc ainsi, grâce à l'effet d'une tradition bien établie que, curieusement, malgré son importance, et bien qu'on parle de la pensée numérique, géométrique, etc., la pensée comme concept en soi ne fait pas partie des théories didactiques actuelles.

D'inspiration vygotskienne, la théorie de l'objectivation qui s'ébauche ici part de présupposés différents. En opposition aux courants rationalistes et idéalistes, cette théorie plaide pour une conception non mentaliste de la pensée. Il s'agit d'une conception d'après laquelle la pensée est *sensible* et *historique*. Elle est *sensible* dans le sens où la pensée invoque de manière fondamentale nos sens dans la saisie de ses objets. De ce point de vue, les gestes, la perception, le corps, les signes et les artefacts sont considérés comme des parties constitutives de la pensée. Mais la pensée va au-delà du moi-qui-pense-avec-son-corps-et-ses-sens, car elle est une forme *sociale* de réflexion et d'action *historiquement* constituée, générée par la pratique sociale. C'est ainsi que nous dirons que la pensée est une *praxis cogitans*. On franchit ainsi le dualisme du paradigme traditionnel qui comprend la pensée comme vie intérieure privée.

Qu'en est-il de l'apprentissage dans ce contexte ? L'apprentissage consiste précisément dans l'acquisition par l'élève de ces formes culturelles de réflexion sensible et d'action instrumentale ou objectuelle que constitue la pensée. Un des défis auquel nous serons confrontés dans les pages qui suivent, c'est justement d'éviter de confondre acquisition et transmission. Quand nous dirons qu'apprendre, c'est acquérir un savoir culturel historiquement constitué, il ne s'agira donc pas de concevoir cette acquisition comme un acte passif de la part de l'élève. Pour trouver un nouveau sens à ce terme que la tradition a simplifié jusqu'à le confondre avec transmission, nous

---

[3] Par exemple, dans la traduction en français du Livre VIII, lignes 229-230, de l'*Iliade*, Homère dit : « "Honte à vous, Argiens, objet de mépris, en apparence [eidos] admirables ! » (Homère, 1956, p. 140). Pour une discussion récente sur l'eidos en tant qu'apparence, voir Fried, 2009. Je voudrais remercier Eva Firla pour l'aide qu'elle m'a apportée concernant l'étymologie du terme eidos.

[4] Une discussion sur la manière d'aboutir à cette transformation de la conception de la pensée dans les mathématiques de la renaissance se trouve dans Radford (2004).

procéderons à une étude étymologique qui nous permettra de comprendre l'apprentissage comme acquisition sous un nouvel angle. Une telle démarche exigera cependant un repositionnement tant de l'élève que de l'enseignant dans l'acte d'apprentissage-enseignement. Il nous faudra également forger une conception nouvelle de la subjectivité.

Évidemment, ces tâches ne sont pas faciles et le lecteur ne trouvera ici qu'une ébauche de la manière dont elles sont envisagées par la théorie de l'objectivation. Dans la section 1, on trouvera une présentation du concept de pensée prôné par la théorie et sa portée anthropologique. Dans la section 2 sont présentées les bases épistémologiques et ontologiques qui soutiennent la théorie. Dans les sections suivantes, l'attention portera sur le problème d'enseignement-apprentissage, en particulier à la lumière du concept fondamental du *je-communautaire* qui pose le problème de l'apprentissage comme un problème qui dépasse la sphère du Savoir pour s'imbriquer dans la sphère de l'Être. En effet, un des éléments qui distingue la théorie de l'objectivation des autres théorisations didactiques contemporaines est sa dimension éthique et le principe d'après lequel apprendre quelque chose est aussi devenir quelqu'un. Les mathématiques ne sont pas tout simplement vues sous l'angle de sa technicité : elles ne sont pas tout simplement un discours de vérité. Elles sont plutôt vues comme une forme de réflexion intersubjective d'où émane la rencontre de l'Autre.

1. Une conception non mentaliste de la pensée

Des anthropologues comme Clifford Geertz ont mis en évidence les limites de la conception des idées en tant que "choses de l'esprit" et de la pensée en tant que processus exclusivement intracérébral :

> L'idée communément acceptée selon laquelle le fonctionnement mental est un processus intracérébral qui peut seulement être assisté ou amplifié en second lieu par les divers dispositifs artificiels que le dit processus a permis à l'homme de créer, s'avère être complètement erronée. À l'opposé d'une définition adaptative impossible et complètement spécifique des processus neuronaux en termes de paramètres intrinsèques, le cerveau humain est entièrement dépendant de ressources culturelles pour sa propre activité ; et ces ressources ne sont pas, par conséquent [des ressources] complémentaires de l'activité mentale mais constitutives de celle-ci. (Geertz, 1973, p. 76)

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, la théorie de l'objectivation part d'une position non mentaliste de la pensée et de l'activité mentale : la pensée est une pratique sociale (Wartofsky, 1979) ou encore une *praxis cogitans*. De façon plus précise, la pensée est considérée comme *une réflexion médiatisée du monde en accord avec le mode de l'activité des individus*.

Cette conception de la pensée repose sur trois éléments interreliés : (1) il y a d'abord l'idée de pensée considérée comme une *réflexion* ; (2) cette réflexion est générée au cours d'une *activité* ;

enfin, l'activité à travers laquelle la pensée est générée est *médiatisée* à deux niveaux différents : premièrement, elle est médiatisée par le corps, des signes et des artefacts ; deuxièmement, elle est médiatisée par des signifiés culturels. Ces deux niveaux de médiatisation de l'activité laisse leur empreinte sur la forme et le contenu de la pensée elle-même. Les différents aspects de cette conception de la pensée seront discutés dans le reste de cette section.

1.1 *Médiation sémiotique*

Dans le sens du premier niveau de médiatisation, le caractère médiatisé de la pensée se réfère au rôle, dans le sens de Vygotski (1981a), qu'exercent les sens, le corps et les artefacts (objets, instruments, systèmes de signes, etc.) dans la réalisation de la pratique sociale[5]. Les artefacts, par exemple, ne sont pas de pures « aides » de la pensée (comme l'affirme la psychologie cognitive) ni de simples amplificateurs, mais *des parties constitutives de celle-ci*[6]. *On pense avec et à travers les artefacts culturels*, de sorte qu'il y a une réalisation d'un champ dynamique que, paraphrasant Voloshinov (1973), nous appellerons le *territoire des artefacts*. C'est dans ce champ que la subjectivité et l'objectivité culturelles s'imbriquent mutuellement et que la pensée rencontre son espace d'action et que l'esprit déborde l'individu (Wertsch, 1991).

Ainsi, la pensée des élèves Cristina et Miguel n'est alors pas quelque chose qui se passe seulement au plan cérébral. La pensée se produit aussi au plan social, dans le territoire de l'artefact. La règle de bois, la droite numérique, les signes mathématiques sur la feuille que tient Miguel pendant qu'il lit après Cristina, sont des artefacts qui *médiatisent et matérialisent* la pensée.

1.2 *La nature réflexive de la pensée*

La nature réflexive de la pensée signifie que la pensée de l'individu n'est pas une simple assimilation d'une réalité externe (comme le proposent les écoles empiristes), ni non plus une construction *ex-nihilo* (comme le propose le constructivisme). La pensée est une *ré-flexion*, c'est-à-dire un mouvement dialectique entre une réalité construite historiquement et culturellement et un individu qui la réfléchit (et la modifie) selon ses interprétations et ses sens subjectifs propres.

Dans l'exemple précédent, la pensée des élèves se développe au cours d'un processus complexe d'activité perceptuelle et d'actions sémiotiquement médiatisées selon l'interprétation et les sens subjectifs des élèves (par exemple, réinterpréter le problème sur la droite numérique, compter de

---

[5] Une discussion récente au sujet de la médiation sémiotique a été rapportée par Bartolini-Bussi et Mariotti (2008).

[6] On trouve une critique de la conception d'artefacts comme amplificateurs chez Cole et Griffin (1980).

deux en deux, etc.). En même temps, le problème sur lequel les élèves réfléchissent fait partie d'une réalité constituée historiquement. On trouve des problèmes sur des séquences de nombres (progressions arithmétiques) dans les mathématiques babyloniennes, problèmes qui furent théorisés plus tard par les pythagoriciens et par les différentes écoles numériques grecques (Robbins, 1921). Non seulement ladite réalité ne se présente pas de manière directe ou immédiate, comme le pensaient les empiristes, mais elle ne peut pas non plus être reconstruite à travers la seule expérience personnelle, car

> Aucune expérience personnelle, aussi riche soit-elle, ne peut parvenir à penser de manière logique, abstraite ou mathématique et établir individuellement un système d'idées. Pour cela, il faudrait non pas une vie mais des milliers. (Leontiev, 1968, p. 18)

Un des rôles de la culture (sur lequel nous allons nous arrêter au point suivant) est de mettre à la disposition des élèves des façons de percevoir la réalité et ses manifestations. Il s'agit de les faire accéder à des façons de *viser*, comme dirait Merleau-Ponty (1945), ou à des formes de recours à l'intuition, comme dirait Husserl (1931), une réalité à travers des systèmes de pensée qui habitent le monde.

En résumé, et dit de manière plus générale, la *ré-flexivité* de la pensée consiste en ce que, du point de vue phylogénétique, ce sont les individus qui créent la pensée et ses objets. Mais en même temps, du point de vue ontogénétique, dans l'acte de penser, n'importe quel individu concret est inséré dans sa réalité culturelle et dans l'histoire de la pensée humaine, lesquelles orientent sa propre pensée. « L'être social », dit Eagleton (1997, p. 12), « donne naissance à la pensée, mais en même temps est subsumé par celle-ci ».

1.3 *La dimension anthropologique de la pensée*

Il a été dit ci-dessus que la pensée est considérée comme une *ré-flexion* médiatisée du monde en accord avec *le mode de l'activité des individus.* Or, qu'est-ce que signifie que la *ré-flexion* qui constitue la pensée se réalise en accord avec le mode de l'activité des individus ? Ceci signifie que la manière avec laquelle nous arrivons à penser et à connaître les objets du savoir est *médiatisée* par des signifiés culturels qui vont au-delà du contenu même de l'activité à l'intérieur de laquelle se passe l'acte de penser. Il s'agit ici du deuxième niveau de médiatisation de l'activité dont nous avons parlé ci-dessus.

Comment cette médiatisation de deuxième ordre se manifeste-t-elle ? Elle se manifeste à travers son effet sur l'activité humaine et dont le produit est l'action réfléchie, c'est-à-dire la pensée. Pour comprendre ceci, notons que les signifiés culturels agissent comme des liaisons médiatisantes entre la pensée individuelle et la réalité culturelle. Ils se constituent en pré-requis et en conditions de possibilité de la pensée individuelle (Ilyenkov, 1977, p. 95). Les signifiés culturels font partie d'une structure symbolique, *orientent* l'activité et lui donnent une certaine *forme* affectant par là la pensée qui résulte de l'activité ainsi médiatisée. C'est pour cela que penser n'est pas tout simplement le résidu d'un schème et que penser n'est pas quelque chose que nous nous mettons simplement à faire. S'il est bien certain que l'activité sensible, médiatisée par les artefacts, entre dans les processus de la pensée et son contenu, la manière dont cela se passe est soumise aux signifiés culturels qui soutiennent l'activité.

Voici un exemple : la différence entre la pensée du scribe babylonien et du géomètre grec ne se réduit pas uniquement aux types de problèmes dont chacun d'eux s'est occupé, ni des artefacts utilisés pour penser mathématiquement, ni au fait que le premier réfléchissait dans un contexte lié à l'administration politique et économique, pendant que le second le faisait dans un contexte aristocratico-philosophique. La différence entre la pensée mathématique babylonienne et la pensée grecque est liée tant au mode des activités auxquelles toutes les deux se rapportent qu'à la *superstructure symbolique* qui, malgré son importance, n'a pas été prise en compte dans les théorisations contemporaines du concept d'activité. Cette superstructure symbolique, que dans d'autres travaux nous avons appelé *Systèmes Sémiotiques de Signification Culturelle (*Radford, 2003a), inclut des signifiés culturels tels que des conceptions autour des objets mathématiques (leur nature, leur mode d'existence, leur relation avec le monde concret, etc.) et des modèles sociaux de production de signifiés. La pensée du scribe babylonien est générée par un pragmatisme réaliste dans lequel les objets mathématiques « rectangle » « carré », etc., acquièrent une validité, objets que le géomètre grec du temps d'Euclide conçoit en termes de formes platoniciennes ou d'abstractions aristotéliciennes (voir la figure 3).

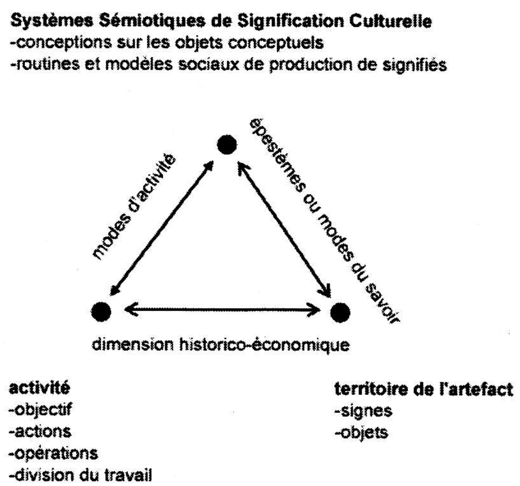


Figure 3. Les flèches montrent l'interaction entre les Systèmes Sémiotiques de Signification Culturelle avec l'activité et le territoire de l'artefact. Cette interaction génère les modes de l'activité et du savoir, modes qui, dans un mouvement dialectique, viennent à leur tour alimenter les sommets du triangle.

En interaction avec les activités (les objets, les actions, la distribution du travail, etc.) et avec la technologie de la médiation sémiotique (le territoire de l'artefact), les *Systèmes Sémiotiques de Signification Culturelle* donnent lieu, d'un côté, à des formes ou à des modes d'activités et, d'un autre côté, à des modes spécifiques du savoir ou *épistémés* (Foucault, 1966). Pendant que la première interaction donne lieu à des façons particulières dont les activités sont réalisées à un moment historico-économique, la seconde interaction donne lieu à des modes de savoir spécifiques qui permettent une identification des problèmes ou des situations « intéressantes » et délimitent les méthodes, les arguments, les évidences, etc., qui seront considérées valides dans la réflexion qui s'accomplit sur les problèmes et les situations dans une culture donnée[7]. C'est la complexité de l'activité et de la nature anthropologique diverse de celle-ci que le triangle de la figure 3 essaie d'illustrer.

Pour la théorie de l'objectivation, la diversité culturelle qui se manifeste dans les modes de l'activité humaine explique la diversité des formes que prend la pensée mathématique et que l'histoire nous illustre. Au lieu de voir ces formes historiques comme des versions « primitives » ou des états « imparfaits » d'une pensée qui se dirige vers la forme achevée que présente la pensée mathématique actuelle (ce qui n'est rien d'autre que la thèse de l'ethnocentrisme), la dimension anthropologique de la théorie de l'objectivation considère ces formes comme propres à des activités humaines contextuelles et renonce ainsi à privilégier la rationalité occidentale comme la rationalité *par excellence*.

Comme Spengler (1948, p. 68 et p. 70) l'a suggéré il y a de nombreuses années, les mathématiques d'une culture ne sont que la forme particulière avec laquelle l'homme perçoit son monde extérieur et contrairement à l'idée commune, l'« essence » de celles-ci n'est pas culturellement invariable. C'est précisément la diversité culturelle qui explique l'existence des univers de nombres aussi différents qu'irréductibles les uns des autres (ibid., p. 68).

La manière dont le scribe babylonien, le géomètre grec et l'abaquiste de la Renaissance arrivent à penser et à connaître les objets du savoir, la manière de poser leurs problèmes et de les considérer résolus, est encadrée par le mode même de l'activité et de l'épistémé culturelle correspondante (Radford, 1997, 2003a, 2003b).

En se rangeant dans la lignée des théorisations vygotskiennes, nous voyons donc que ce qui

[7] Ainsi, ce n'est pas seulement l'action du sujet qui constitue le schéma du concept (Piaget) ou sa marque ou son emblème (Kant), mais surtout le signifié de l'action en tant que moment de l'activité socio-culturelle même (une discussion plus détaillée a été rapportée par Radford, 2005).

prime dans la théorisation esquissée ici, ce n'est pas le *problème*, mais l'*activité* et son mode d'être. Cela aura, bien sûr, des répercussions dans la théorisation des phénomènes de la salle de classe. Nous y reviendrons.

2. Les bases épistémologiques et ontologiques de la théorie de l'objectivation

N'importe quelle théorie didactique doit à un moment ou à un autre (à moins de se limiter volontairement à une espèce de position naïve) clarifier sa position ontologique et épistémologique. La position *ontologique* consiste à préciser le sens dans lequel la théorie aborde la question de la nature des objets conceptuels (dans notre cas, la nature des objets mathématiques, ses formes d'existence, etc.). La position *épistémologique* consiste à préciser la manière dont, selon la théorie, ces objets peuvent (ou non) arriver à être connus.

Souvent, les théories didactiques contemporaines qui partent d'une application des mathématiques embrassent, même si ce n'est pas explicitement mentionné, une ontologie réaliste, et posent le problème épistémologique en termes d'abstraction. Bien sûr, la situation n'est pas aussi simple, comme Kant lui-même l'a reconnu.

Pour le réalisme, qui le plus souvent peut s'entendre comme la version platonicienne de la rationalité instrumentale (Weber, 1992) qui émerge à la Renaissance, l'existence des objets mathématiques précède l'activité des individus et est indépendante de celle-ci. Le platonicien, tout comme le réaliste, considère que les objets mathématiques sont indépendants de l'époque et de la culture. La différence est que, alors que les objets platoniciens ne se mélangent pas au monde des mortels, les objets du réaliste gouvernent notre monde. Selon l'ontologie réaliste, ceci explique le miracle de l'applicabilité des mathématiques à notre monde phénoménal (Colyvan, 2001). Naturellement, pour obtenir cela, le réalisme fait un acte de foi qui consiste à croire que la montée en abstraction jusqu'aux objets est certainement possible. La foi que Platon mettait dans le discours social raisonné (*logos*) et que Descartes mettait dans la cogitation avec soi-même, le réalisme la met dans l'expérience scientifique.

La position ontologique et épistémologique de la théorie de l'objectivation s'éloigne de l'ontologie platonicienne et réaliste, et de sa conception des objets mathématiques comme objets éternels, antérieurs à l'activité des individus. En s'éloignant de l'ontologie idéaliste, la théorie s'éloigne de l'idée que les objets sont des produits de l'esprit qui opère replié sur lui-même ou suivant les lois de la logique (ontologie rationaliste). La théorie de l'objectivation suggère que les objets mathématiques sont générés historiquement au cours de l'activité mathématique des individus. De manière plus précise, les objets mathématiques *sont des schèmes fixes d'activité* *réflexive (dans le sens qui a été expliqué auparavant) incrustés dans le monde en constant changement de la pratique sociale médiatisée par les artefacts.*

L'objet cercle et l'objet plan, par exemple, sont des schèmes d'activité dont les origines résultent non pas de la contemplation et abstraction intellectuelle des objets ronds ou des plans que les individus ont rencontrés autour d'eux, mais de l'activité sensorielle qui a permis à ces individus d'en prendre conscience et de les distinguer.

> Les hommes purent voir le Soleil rond seulement parce qu'ils arrondirent de l'argile avec leurs mains. Avec leurs mains ils donnèrent forme à la pierre, polirent ses contours, lui donnèrent un aspect plan (Mikhailov, 1980, p. 199).

Cette expérience de travail tactile reste fixée dans le langage, lequel incarne ainsi les signifiés originaux, de manière que

> le signifié du mot « bord », « plan », « ligne » ne vient pas d'une abstraction des aspects généraux des choses dans le processus de contemplation (Mikhailov, ibid.),

mais de l'activité qui se perd dans l'origine de l'humanité. Loin de se consacrer uniquement à nos sens, notre relation à la nature et au monde est filtrée par des catégories conceptuelles et des signifiés culturels qui font que

> l'homme moderne peut contempler la nature seulement au travers du prisme de toutes les habiletés sociales qui ont été accumulées par ses prédécesseurs. (Mikhailov, ibid.)

Nous terminons ce paragraphe par une observation générale sur l'évolution des objets mathématiques qui sera nécessaire pour notre discussion sur l'enseignement et l'apprentissage. Au cours du temps, l'activité dépose sa marque sur ses produits conceptuels (Leontiev, 1984). Comme tout objet mathématique, le concept de cercle, en tant que réflexion du monde dans la forme de l'activité des individus, a été exprimé par d'autres formes tout au long de l'histoire. Par exemple à travers une parole, un dessin, une formule, une table numérique. Chacune de ces expressions offre un signifié différent, qui s'ancre aux autres et vient constituer, comme dirait Husserl, des couches *noétiques* de l'objet. Comme c'est l'activité des individus qui forme la racine génétique de l'objet conceptuel, l'objet possède une dimension expressive variée qui va au-delà d'un simple contenu conceptuel « scientifique ». Cette dimension expressive renferme également des aspects rationnels, esthétiques et fonctionnels de sa culture.

3. Apprentissage comme objectivation culturelle du savoir

3.1 *Deux sources d'élaboration de signifiés*

Dans les paragraphes précédents nous avons vu que, du point de vue phylogénétique, l'activité humaine est génératrice d'objets conceptuels, lesquels se transforment en source de changements dans les activités elles-mêmes. Du point de vue ontogénétique, le problème central est d'expliquer comment se réalise l'acquisition du savoir déposé dans la culture : ceci est un problème fondamental de la didactique des mathématiques en particulier et de l'apprentissage en général.

Les théories classiques de la didactique des mathématiques posent le problème d'une construction ou reconstruction du savoir culturel de la part de l'élève[8]. L'idée de « construction » du savoir tire son origine de l'épistémologie de Kant au XVIII[e] siècle. Pour Kant, l'individu n'est pas seulement un penseur absorbé que l'activité mentale, si elle est bien réalisée, conduira à de véritables mathématiques comme le soutenaient les rationalistes (Descartes, Leibniz, etc.) ; ce n'est pas non plus un individu passif qui reçoit des informations sensorielles pour former des idées, comme le proposaient les empiristes (Hume, Locke, etc.). Pour Kant, le penseur est un être en action ; l'individu est l'artisan de sa propre pensée (cette idée kantienne est analysée dans un article précédent ; voir Radford (2005)). En réalité, Kant exprime de façon cohérente et explicite le changement épistémologique qui était en train de s'opérer petit à petit lors de l'apparition d'une manufacture systématique et à plus grande échelle à la Renaissance, changement épistémologique qu'accompagne l'émergence du capitalisme et qu'Arendt (1958) résume de la façon suivante : l'ère moderne est marquée par un déplacement dans la conception de ce que signifie le savoir ; le problème central de la connaissance repose sur un déplacement qui va du *quoi* (l'objet du savoir) au *comment* (le processus), de sorte que, à la différence de l'homme du Moyen-Âge, l'homme moderne peut comprendre seulement ce que lui-même a fait.

Pour la théorie de l'objectivation, l'apprentissage ne consiste pas à construire ou reconstruire une connaissance. *Il s'agit* de l'acquisition par l'élève de formes culturelles de réflexion sensible et d'action sémiotique, instrumentale ou objectuelle. Mais nous devons faire attention aux sens des termes ici. En effet, le terme « acquisition » est généralement compris comme *possession.* Ce n'est

[8] Naturellement, il y a des nuances différentes selon la conception que la théorie se fait du sujet (c'est-à-dire de l'élève). Partant d'une position extrême, le constructivisme radical va plus loin que toutes les formes de constructivisme. Brousseau (2004) résume les difficultés auxquelles s'affronte cette théorie en affirmant « En didactique, le constructivisme radical est une absurdité », et adopte un constructivisme piagétien plus modéré, qui, néanmoins, conduit la théorie des situations à une série de paradoxes inévitables.

pas dans ce sens que nous le prenons ici. Nous le prenons dans son sens étymologique. Le nom « acquisition » vient du latin *adquaerere*, qui veut dire « chercher ». Acquisition désigne donc, dans son sens originel, une attitude, un processus d'ouverture. Nous le prenons comme mouvement d'ouverture sur le monde et sur les autres.

C'est au cours de l'acquisition des formes culturelles de réflexion que l'élève parvient à *donner du sens aux objets matériels et conceptuels qu'il rencontre dans sa culture*. L'acquisition du savoir est un processus d'élaboration active de signifiés. C'est ce que nous appellerons plus loin un processus d'*objectivation*. Pour le moment, ce qui nous intéresse, c'est de discuter de deux sources importantes d'élaboration de signifiés qui soutiennent l'acquisition du savoir.

Le savoir intégré dans les artefacts

Une des sources d'acquisition du savoir résulte de notre contact avec le monde matériel, le monde des artefacts culturels de notre environnement (objets, instruments, etc.) et dans lequel se trouve intégré le savoir de l'activité cognitive des générations passées. S'il est bien certain que certains animaux arrivent à utiliser des artefacts, il n'en demeure pas moins que ces artefacts n'acquièrent pas pour eux une signification. En effet, le bout de bois que le chimpanzé utilise pour atteindre un fruit perd sa signification après que l'action a été exécutée (Köhler, 1951). C'est pour cela que les animaux ne conservent pas d'artefacts[9] . De plus – et cela est un élément fondamental de la cognition humaine – à la différence des animaux, l'être humain est profondément affecté par l'artefact : au contact de celui-ci, l'être humain restructure ses actions (Baudrillard, 1968) et forme des capacités motrices et intellectuelles nouvelles, comme l'anticipation et la perception (Vygotsky et Luria, 1994).

Le monde des artefacts apparaît alors comme une source importante dans le processus d'apprentissage, mais ce n'est pas le seul. Les objets ne peuvent pas rendre claire l'intelligence historique qu'ils incarnent. Pour cela, on a besoin de la mettre en œuvre dans les activités partagées *et en contact avec d'autres personnes* sachant déchiffrer ces contenus intellectuels et nous aider à l'acquérir. Sinon le langage symbolico-algébrique resterait réduit à un ensemble de hiéroglyphes. L'intelligence dont est porteur ce langage ne pourrait pas être identifiée sans l'activité sociale réalisée à l'école. C'est dans cette dimension sociale que se constitue pour la théorie de l'objectivation la seconde source essentielle de l'apprentissage[10].

---

[9] À ma connaissance, la seule exception est celle des corbeaux de la Nouvelle Calédonie ; voir Bluff, Weir, Rutz, Wimpenny et Kacelnik (2007). Je remercie Michael Roth d'avoir attiré mon attention sur cet article.

[10] L'école historico-culturelle de Vygotsky a exprimé ce point de façon convaincante. Voir par exemple Léontiev, 1984 ; 1968 ; Vygotsky, 1981b.

L'interaction sociale

Bien que l'importance de la dimension sociale ait été soulignée par une infinité de travaux récents sur l'interaction dans la salle de classe, il y a des différences subtiles quant à son apport cognitif (Cobb et Yackel, 1996 ; Kidron, Lenfant, Bikner-Ahsbahs, Artigue et Dreyfus, 2008 ; Sierpinska, 1996 ; Steinbring, Bartolini Bussi et Sierpinska, 1998). Souvent, l'interaction est vue comme une négociation de signifiés ou comme une simple ambiance qui offre les stimulus d'adaptation que requiert le développement cognitif de l'élève. Le problème est que l'individu en général et l'élève en particulier ne trouvent pas seulement dans la société et dans la salle de classe une espèce de mur contre lequel ils se heurtent et se frottent pour s'adapter ; il ne s'agit pas seulement de conditions « externes » auxquelles le sujet doit accommoder son activité. Le point crucial est que les activités, les moyens matériels qui les médiatisent et ses objets sont imprégnés de valeurs scientifiques, esthétiques, éthiques, etc., que viennent recouvrir les actions que réalisent les individus et la réflexion que ces actions exigent. Comme nous l'avons vu dans la première partie de cet article, les actions que les individus réalisent sont immergées dans des modes culturels d'activité. C'est pour cela que la salle de classe ne peut être considérée comme un espace fermé, replié sur lui-même, dans lequel se négocient les normes du savoir, car ces normes ont toute une histoire culturelle et, comme telles, préexistent à l'interaction qui se produit dans la salle de classe. On ne peut pas non plus voir la salle de classe comme une espèce d'ambiance biologique dans laquelle l'individu agit selon ses mécanismes invariables d'adaptation générale.

Au lieu de remplir une fonction purement d'adaptation, de catalyseur ou de facilitateur, dans la perspective théorique que nous sommes en train d'ébaucher, l'interaction est consubstantielle de l'apprentissage.

Nous voyons alors qu'il y a deux éléments qui jouent un rôle basique dans l'acquisition du savoir que sont le monde matériel et la dimension sociale. Ces dimensions ont une importance psychologique profonde dans la mesure où l'acquisition du savoir est, à la fois, une prise de conscience de concepts culturels et un processus de formation des capacités spécifiques de l'individu. C'est pour cela que, à l'intérieur de notre perspective, apprendre n'est pas simplement s'approprier quelque chose. C'est plutôt le processus même dans lequel se forment nos capacités humaines.

3.2 *L'activité de l'apprentissage*

Un élément central dans le concept d'activité tel que nous le concevons ici est l'*objectif* de l'activité (Leontiev, 1984). L'objectif peut être, par exemple, que les élèves acquièrent une forme de pensée algébrique ou une forme de pensée géométrique, etc.. Or ces objectifs ne peuvent pas être atteints *in abstracto.* Ils ne peuvent être atteints que par la participation des élèves à des pratiques de pensée qui sont nouvelles pour eux. L'objectif général s'exprime alors par l'entremise d'une activité sollicitant des schèmes d'action réflexive. C'est dans ce contexte que, dans le projet didactique de la classe, pour que cet objectif puisse se réaliser, le professeur propose aux élèves une série de problèmes mathématiques. Résoudre ces problèmes se convertit en *buts* qui guident les actions des élèves. Ces problèmes – chargés dès le début d'un contenu culturel et conceptuel – forment des trajectoires potentielles pour atteindre l'objectif général.

Nous devons souligner que, depuis la perspective de la théorie de l'objectivation, faire des mathématiques ne se réduit pas à résoudre des problèmes. Sans enlever de mérite au problème dans la formation de la connaissance (voir par exemple Bachelard, 1986), pour nous, la résolution de problèmes n'est pas une fin en soi mais un moyen pour atteindre ce type de *praxis cogitans,* c'est-à-dire cette réflexion culturelle que nous appelons la pensée mathématique. Ainsi, derrière le but de la leçon, reste un objectif majeur et plus important, l'objectif général de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques, qui est l'élaboration de la part de l'élève d'une réflexion définie comme relation *commune et active* avec sa réalité historico-culturelle.

Autrement dit, apprendre des mathématiques n'est pas simplement apprendre à *faire* des mathématiques (résoudre des problèmes) mais apprendre à *être* en mathématiques. La différence entre "faire" et "être en" est immense et, comme nous le verrons plus loin, a des conséquences importantes non seulement dans la conception des activités mais dans l'organisation même de la classe et le rôle qu'y jouent élèves et professeurs.

3.3 *L'objectivation du savoir*

De façon succincte, l'objectif majeur de l'enseignement des mathématiques est que l'élève parvienne à réfléchir et à agir en accord avec certaines formes mathématiques culturelles de pensée constituées historiquement, formes de pensée qui se distinguent d'autres formes de réflexion (par exemple littéraire ou musicale) dans la mesure où, dans la réflexion mathématique, la relation de l'individu au monde est centrée autour des idées de forme, de nombre, de temps d'espace, etc.. C'est cet accent particulier sur la forme, le nombre, le temps, l'espace, etc., qui distingue la pensée mathématique des autres formes de pensée.

Pour atteindre cet objectif, nous devons recourir à la *pratique*, pour la simple raison que nous ne disposons pas d'un langage qui puisse *décrire* la pensée mathématique. Il n'y a pas, en effet, une formulation linguistique possible de la pensée mathématique dont la lecture – pour attentive qu'elle soit – puisse amener à la compréhension de celle-ci. La pensée, nous l'avons déjà dit (Radford, 2003b), va au-delà du discours : c'est une *praxis cogitans*, quelque chose qui s'apprend en agissant.

La théorie de l'objectivation ne voit pas, cependant, cet apprentissage comme une simple imitation ou une participation à une pratique déjà établie, mais comme la fusion entre une subjectivité qui cherche à percevoir cette façon de réfléchir linguistiquement inarticulable et ce qui ne peut se montrer qu'à travers l'action.

Sans doute, il y a une relation étroite entre la pensée mathématique et ses objets dans le sens où ces objets ne peuvent être perçus qu'à travers une pensée qui leur est propre. Mais comment cela est-il possible ? Pour se constituer, la pensée semble supposer l'existence de l'objet. D'un autre côté, l'objet ne peut arriver à exister sans la pensée qui le produit.

Le mystère de cette relation se dissout si nous revenons à ce que nous avons dit dans la première partie de cet article. L'objet mathématique conçu comme *schème fixe d'activité réflexive incrusté dans le monde en constant changement de la pratique sociale, médiatisée par les artefacts* ne pourra pas être perçu autrement qu'à travers l'activité réflexive elle-même.

Comme c'est le cas de tous les objets conceptuels, pour arriver à connaître les objets mathématiques, il est nécessaire de réaliser à leur propos une *activité déterminée*, c'est-à-dire une activité qui dégage les traits essentiels des objets en question (Leontiev, 1968, p21 ; Bakhurst, 1988). Il s'agit de mettre l'objet et des activités qui lui sont corrélées en relation mutuelle.

On peut exprimer autrement ces idées : l'objet mathématique n'est pas un objet au sens ordinaire du terme. En fait, parler d'objet mathématique comme on parle des objets concrets n'est qu'une métaphore trompeuse : l'objet mathématique est un objet *intentionnel*. Il est *objet-intentionnel-d'activité*. C'est pour cela qu'il n'est pas exact de dire que l'accès à l'objet n'est possible que grâce aux représentations qu'on fait de celui-ci. Le problème de l'accès aux objets mathématiques n'est pas un problème de représentation. Son accès n'est possible que par l'activité sociale et médiatisée qui le sollicite [11].

Ainsi, l'enseignement consiste à mettre sur pied des activités contextuelles et à les maintenir en mouvement. Ce sont des activités situées dans l'espace et dans le temps, qui s'orientent vers un schème donné d'activité réflexive tissé dans la culture. Ce mouvement possède trois caractéristiques essentielles. Premièrement, l'objet (tel que défini ci-dessus) n'est pas un objet

[11] Cependant, la corrélation entre un objet mathématique et son activité ne doit pas être réduite au plan purement logique ou au plan de la relation sujet – objet. Parler d'activité dans une perspective vygotskienne ne veut pas dire l'activité du sujet autour d'une situation qui vise un objet, mais l'activité dont le sujet est participant avec d'autres sujets (élèves, professeur, ...). Ce point deviendra plus clair dans la section qui suit.

monolithique ou homogène. C'est un objet composé de couches ou de stratifications de généralité (Radford, 2009a). Deuxièmement, du point de vue épistémologique, ces couches de généralité seront plus ou moins élevées en accord avec les caractéristiques des signifiés culturels du schème donné de l'activité en question (par exemple, le mouvement kinesthésique qui forme le cercle ; la formule symbolique qui l'exprime comme ensemble de points à égale distance de son centre, etc.). Troisièmement, du point de vue cognitif, ces couches de généralité sont perçues de façon progressive par l'élève. Le « ah, ah ! » qui est devenu si populaire en partie grâce à la théorie de la Gestalt n'est en somme que le point d'arrivée d'un long processus de prise de conscience.

L'apprentissage consiste à apprendre à reconnaître ou à percevoir ces couches de généralité. Comme l'apprentissage est *ré-flexion*, apprendre suppose un processus dialectique entre sujet et objet médiatisé par la culture, un processus dans lequel, à travers son action (sensorielle ou intellectuelle), le sujet vient prendre conscience de l'objet.

L'objectivation, c'est précisément ce processus social de prise de conscience progressive de l'*eidos* homérique, c'est-à-dire de quelque chose qui se dresse en face de nous, une figure, une forme, quelque chose dont nous percevons graduellement la généralité, en même temps que nous lui donnons un sens. Étymologiquement parlant, l'objectivation veut précisément dire la rencontre avec quelque chose qui existe devant nous et qui s'*objecte* ou se présente à nous petit à petit (Radford, 2002). L'objectivation, c'est ce perçu qui se dévoile dans le geste qui compte ou qui désigne, perçu qui se découvre dans l'intention qui s'exprime dans le signe ou dans le mouvement kinesthésique que médiatise l'artefact au cours de l'activité pratique sensorielle, quelque chose susceptible de se convertir en une action reproductible, dont le sens vise à ce schème eidétique culturel qui est l'objet conceptuel lui-même [12].

4. La salle de classe comme l'espace du je-communautaire

4.1 Un *être-avec-d'autres*

La salle de classe est l'espace social où l'élève élabore cette réflexion définie comme une relation commune et active avec sa réalité historico-culturelle [13]. C'est là où se passe la rencontre du sujet et de l'objet du savoir. L'objectivation qui permet cette rencontre est un processus qui n'est pas individuel mais social. La socialité du processus, néanmoins, ne doit pas être comprise comme

[12] Voir à ce sujet Radford, 2002, 2003c, 2004.

[13] Le terme « élaborer » doit être compris dans son sens médiéval (mais pas pour autant obsolète) de *labour*, c'est-à-dire de travail sensuel commun.

une simple interaction d'échanges, une espèce de jeu entre adversaires capitalistes dans lequel chacun investit des biens avec l'espoir de terminer avec plus. Cela signifie ici le processus de formation de la conscience, que Leontiev caractérisait comme *co-sapiencia*, c'est-à-dire savoir en commun ou savoir-avec-d'autres.

Naturellement, ces idées impliquent une reconceptualisation de l'élève et de son rôle dans l'acte d'apprentissage. Dans la mesure où les théories didactiques conceptualisent l'individu comme un sujet auto-régulé et auto-équilibrant, capable de réfléchir comme un scientifique et qui – comme le pointent Martin et ses collaborateurs – paraît porter d'une quelconque manière dans son propre intérieur les conditions de sa croissance, nécessitant seulement un entourage facilitateur pour atteindre, à travers l'expérience « personnelle », sa complète socialisation et son potentiel intellectuel [14], il n'y a vraiment pas lieu ni de penser autrement la sociabilité de l'élève ni de conceptualiser la salle de classe comme quelque chose d'autre que ce fameux espace individuel d'adaptation.

C'est que les théories contemporaines de la didactique des mathématiques se sont approprié le concept d'individu formulé par Kant et les autres philosophes du Siècle des Lumières. Dans ce contexte, l'éducation se justifie en tant qu'elle assure la formation d'un sujet autonome, compris dans le sens d'être capable de faire quelque chose par soi-même, sans l'aide des autres. L'autonomie est, en effet, un thème central de l'éducation moderne. Elle a servi de fondement aux théorisations du socio-constructivisme (voir, par exemple, Yackel et Cobb, 1996) et de la théorie des situations (Brousseau, 1986 ; Brousseau et Gibel, 2005, p. 22). Lié à cette conception de l'autonomie, se trouve un autre concept-clef kantien : celui de liberté. Il ne peut pas y avoir d'autonomie sans liberté, et la liberté signifie l'usage convenable de la Raison suivant ses propres principes, car « nous ne voyons pas les principes sinon à travers la raison » (Kant, 1803/1980, p. 119).

Comme le Siècle des Lumières n'a pas pu concevoir la possibilité d'une multiplicité de raisons et qu'il n'a pas pu faire mieux que de postuler la raison occidentale comme *la* Raison, la vie en communauté implique, pour cette philosophie et ses disciples, le respect d'un devoir qui, au fond, n'est qu'une manifestation de cette raison universelle, dont l'épitomé sont les mathématiques. C'est cette supposée universalité de la raison qui a amené Kant à fusionner les dimensions éthique, politique et épistémologique, et à affirmer que « faire quelque chose par devoir, c'est obéir à la raison. » (Kant, 1803/1980, p. 129)

[14] Martin (2004) ; Martin, Sugarman et Thompson (2003).

Or, pour la théorie de l'objectivation, l'individu n'est pas pensé comme étant seulement mû par des besoins biologiques auto-regulants et auto-équilibrants. Certes, l'individu est membre de l'espèce animale. Mais, justement, ce qui le distingue des autres espèces, c'est qu'il est un être *culturel.* C'est ainsi que le rôle de l'élève ne se limite pas à résoudre des problèmes selon des démarches guidées par des mécanismes d'adaptation. Son rôle consiste à vivre l'apprentissage dans un contexte où apprendre, c'est apprendre à être avec d'autres, à s'ouvrir à la compréhension d'autres voix et d'autres consciences, en un mot, à *être-avec-d'autres* (Radford, 2009b). Cette forme d'être constitue l'essence de ce que, dans la théorie, on appelle le *je communautaire* et dont le substrat éthique est celui de l'*engagement* envers autrui. La forme de socialité qui en découle non seulement laisse son empreinte dans le contenu conceptuel poursuivi, mais encore est consubstantielle de celui-ci.

Pour résumer les idées antérieures, nous soulignerons le fait que, pour la théorie de l'objectivation, l'autonomie n'est pas suffisante pour rendre compte de la façon *d'être en* mathématiques. L'élève qui résout avec succès des problèmes, mais qui est incapable de s'expliquer ou de comprendre ou de s'*intéresser* aux solutions des autres ou d'aider les autres à comprendre la sienne est à peine à mi-chemin de ce que nous entendons par réussite en mathématiques. C'est pour cela que le professeur dispose d'une série d'*actions d'inclusion* (c'est-à-dire d'actions visant à inclure chaque élève dans la communauté). Ces actions sont conçues de manière à ce que l'élève qui résout correctement des problèmes mathématiques sans pouvoir répondre à la dimension interpersonnelle de la communauté gagne peu à peu son espace dans celle-ci. L'idée d'autonomie comme auto-suffisance est remplacée par l'idée d'*être-avec-d'autres.* Au lieu de concevoir la salle de classe comme espace de négociation personnelle de signifiés ou comme milieu antagoniste, la classe collabore et coopère avec l'élève pour que celui-ci se transforme en élément du collectif.

4.2 *Le professeur*

On disait dans la section précédente que les principes de la théorie de l'objectivation renvoient à une reconceptualisation complète de l'élève et de son rôle dans l'acte d'apprentissage. Bien sûr, il en va de même du concept de professeur.

Pour les théories dont l'apprentissage est en fin de compte un acte privé, individuel, le professeur apparaît à la fois « familier » et « énigmatique » (j'emprunte ces adjectifs à un article de Chevallard, (1997)). Il est familier, car il est toujours là. Mais il est énigmatique, car on ne sait pas trop ce qu'il a à faire dans les affaires des autres ! Le professeur est en fait mis dans une situation paradoxale : il faut qu'il soit présent, mais pas trop… Ainsi, dans quelle mesure le professeur peut-il intervenir au cours de l'apprentissage de l'élève sans porter préjudice à son autonomie ? Le professeur, en donnant une réponse ou en proposant une idée lors de la résolution d'un problème, n'est-il pas en train d'imposer un point de vue personnel, d'empêcher l'élève de construire ses « propres » connaissances et, par là, de transgresser les limites du domaine de l'autonomie de l'apprenant ?

À l'intérieur des contraintes que lui impose la conception individualiste de l'apprentissage, le professeur est appelé à effectuer un itinéraire que certains considèrent comme impossible – une marche sur une sorte de terrain miné le long d'une enceinte infranchissable qui délimite l'espace de la collectivité et de l'individualité. « Nous marchons », disent deux socio-constructivistes, « sur le bord qui sépare la communauté et l'individuel. » (Fosnot et Dolk, 2001, p. 28)

Pour la théorie de l'objectivation, le rôle du professeur n'est pas de promouvoir l'idée individualiste d'autonomie de la philosophie rationaliste. La théorie prône une idée de subjectivité et du soi qui va au-delà de l'individualisme anti-historique du Siècle des Lumières. Elle cherche à promouvoir un concept de personne autonome qui est sensible à l'importance de l'histoire, au contexte, et aux autres. L'autonomie apparaît ainsi conçue tant comme un engagement social que comme une réalisation personnelle, car, dans cette perspective, la réalisation personnelle ne prend du sens qu'à l'intérieur d'un projet social. Dans ses travaux sur les cultures anciennes de la Grèce et de Rome, Hannah Arendt a montré qu'en opposition aux idées modernes d'autonomie comme étant quelque chose qui vient de l'intérieur – un attribut personnel et individuel – l'autonomie, pour le citoyen grec et romain, avait une connotation civico-sociale : l'autonomie était rattachée à l'action dans la sphère publique ; c'était la caractéristique de l'existence humaine dans le monde. Malheureusement, comme le mentionne Arendt (1993, p. 157), notre tradition philosophique est presque unanime à penser que la liberté commence quand les individus ont abandonné le royaume de la vie politique ; elle ne commence pas lors de notre association avec les autres. Au contraire, elle commence dans l'isolement avec soi-même.

C'est justement les idées du je communautaire et d'autonomie comme action publique d'engagement envers autrui que le professeur vise en classe. En fait, le professeur vise à promouvoir l'*activité* de classe comme une *forme de vie*. Cette idée de la classe de mathématiques en tant que forme de vie va à l'encontre de la conception instrumentale de la classe de mathématiques empruntée au mouvement d'efficacité de l'ingénierie industrielle et dont un des buts est de concevoir l'enseignement-apprentissage comme un phénomène de contrôle de variables.

Comme l'affirme l'éducateur canadien Ted Aoki, dans une telle perspective, un professeur compétent

> est quelqu'un qui a des compétences et techniques orientées vers le contrôle efficace. Une telle vue de l'implémentation du « savoir-comment-faire » est imbriquée dans un cadre conceptuel scientifique et technologique de l'action qui réduit la compétence humaine à la raison et à l'action instrumentale. Le professeur est vu ici comme un être orienté et gouverné par des règles à l'intérieur d'un ethos manipulatif. (Aoki, 2005 , p. 113)

L'activité de classe comme forme de vie ne peut pas être approchée par le biais de l'instrumentalisation ; elle offre, au contraire, des manières d'être et de connaître selon la manière dont les élèves s'engagent en groupe dans leur quête du avoir culturel visé.

5. Trois phases de l'activité en classe

Puisqu'il est hors de question d'illustrer ici par des exemples tous les concepts de la théorie analysés précédemment, dans cette section, nous présentons la structure générale d'une leçon en faisant référence à des passages clés d'une leçon sur le mouvement dans une classe de 10^{e} année (15-16 ans). Le lecteur intéressé peut néanmoins consulter nos travaux expérimentaux (p. ex., Radford, 2000, 2003c, 2009a ; 2009c ; Radford, Bardini et Sabena, 2007 ; Radford et Demers, 2004 ; Radford, Demers et Miranda, 2009).

5.1 *Le travail en petits groupes*

En général, la classe commence par l'introduction du professeur qui présente ce qu'il faut faire, sans pour autant dire *comment* le faire. Un principe clé de l'activité d'enseignement-apprentissage consiste en fait à laisser aller les élèves aussi loin qu'ils le peuvent dans l'objectivation de la forme de pensée visée. Pour utiliser une terminologie de la théorie des situations didactiques, les élèves sont mis d'emblée dans une situation *adidactique.* Mais, en général, ce n'est pas lors de la situation adidactique que l'objectivation aura lieu. Car l'apprentissage implique l'arrivée à un nouveau niveau conceptuel qui se traduit par la possibilité de mobiliser des raisonnements tout à fait nouveaux, c'est-à-dire des raisonnements qui n'étaient pas à la portée de l'élève auparavant. La théorie des situations présuppose ici une prémisse constructiviste : ce mouvement vers la nouveauté doit provenir de l'élève *lui-même* dans son commerce avec la « situation fondamentale ». La construction de l'objet par l'élève est la réponse à la solution optimale qu'exigeait la situation. Dans la théorie de l'objectivation, le mouvement vers la nouveauté qui témoigne de l'apprentissage *peut* provenir de l'élève lui-même, mais *pas forcément.* En fait, la plupart du temps, ce qui déclenche l'apprentissage ne vient pas de l'élève lui-même. L'élément déclencheur vient de l'extérieur. Il passe par l'*intervention du professeur.*

En effet, l'apprentissage a lieu en général dans une *zone proximale de développement* dont la préparation est la phase adidactique. Rappelons que la zone proximale de développement, comme nous l'entendons ici, est constituée par les formes de raisonnement, de réflexion ou de résolution de problèmes qui deviennent accessibles à l'élève (ou au groupe d'élèves) grâce à l'*interaction* avec le professeur (ou avec d'autres personnes).

C'est donc avec cette conception de l'apprentissage que les élèves sont amenés à travailler en petits groupes dès le départ. Les prémisses de la théorie de l'objectivation au sujet de la nature sociale de la pensée rendent inutile une phase préalable de travail individuel. Lors de ce travail en petits groupes dont le but est d'aller aussi loin que possible, les élèves peuvent échanger des idées avec d'autres groupes. Par exemple, le professeur peut promouvoir un échange *entre* les groupes (p. ex., Groupe 1 et Groupe 2 échangent entre eux ; Groupe 3 et Groupe 4 échangent entre eux, etc.). Une copie des solutions et des raisonnements du Groupe 1 est envoyée au Groupe 2 et vice-versa. Après que les groupes ont eu l'occasion de lire et d'étudier le travail du groupe associé, les groupes en question se rencontrent face à face et discutent. Comme on le voit, l'implémentation des activités de classe ne se limite pas à la conception des problèmes mathématiques mais inclut une organisation assez sophistiquée de la salle de classe en accord avec les principes de la *classe* comme *collectif* et de l'*activité* comme *forme de vie*, ce que nous avons mentionné auparavant.

Dans chaque petit groupe, les élèves sont encouragés à travailler ensemble pour arriver à la solution des problèmes qu'on leur a donnés. Les élèves et le professeur sont conscients qu'il y a des différences individuelles qui amènent des formes différentes de participation. Les participations qui paraissent « moins profondes » (comme les participations périphériques, dans le sens de Lave et Wenger, 1991) ne sont pas à écarter, à condition que l'élève en question *soit-avec-son-groupe*, c'est-à-dire que l'élève soit attentif à ce que le groupe est en train de discuter, sollicite des explications qui lui permettent de suivre la discussion et les actions du moment, collabore avec son groupe, etc..

Lors du travail en petits groupes, le professeur circule et discute avec les élèves. Celui-ci va intervenir dans des moments où, par exemple, il croit que la discussion est en train de stagner ou que les élèves ne sont pas allés aussi loin qu'il l'espérait. Il va aussi poser des questions non seulement pour comprendre ce que font les élèves, mais parce que le langage joue un rôle crucial dans l'objectivation du savoir, dans la mesure où le langage permet une articulation profonde de la réflexion sensible que constitue la pensée.

Bien sûr, pour maintenir une réflexion soutenue entre les membres du groupe, avec le professeur et avec les autres groupes, les problèmes doivent être suffisamment complexes (Glaeser, 1999). Ils doivent faire apparaître les stratifications de généralité des objets mathématiques dont nous avons parlé précédemment. C'est ici que l'analyse *a priori* joue un rôle important (Artigue, 2009).

Pour illustrer ces idées, voyons un extrait d'une leçon sur l'interprétation du mouvement dans une classe de 10e (15-16 ans). La leçon incluait un artefact qui mesurait la distance à un objet au moyen de l'émission-réception des ondes (calculateur Based Ranger ou CBR ; voir fig. 4).

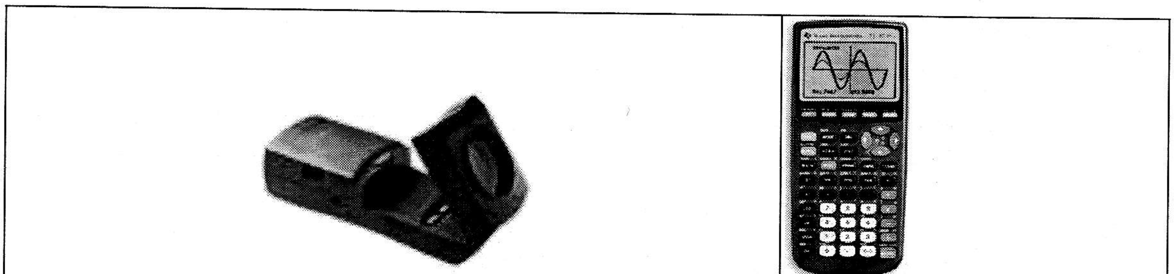
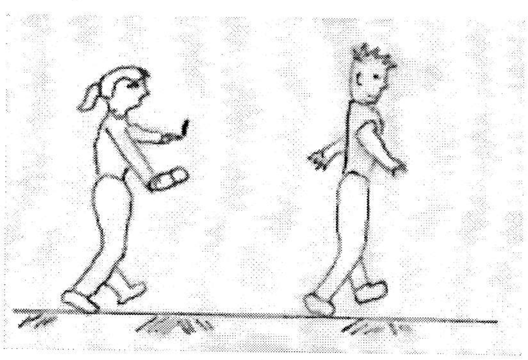
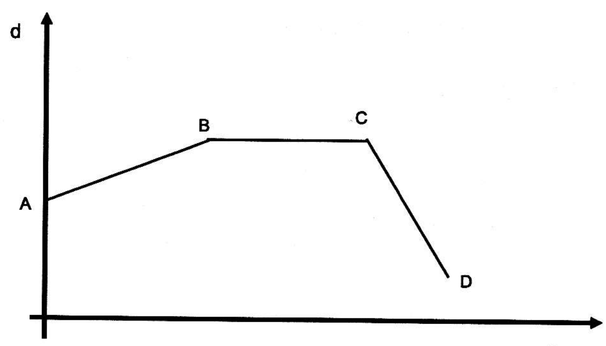


Figure 4. Le calculateur Based Ranger (à gauche) est un artefact conçu pour étudier les objets en mouvement : au moyen de l'émission d'ondes, le CBR rassemble les données de sa distance à l'objet en question. En se connectant à une calculatrice graphique (par exemple la TI83+, montrée sur la photo à droite), il est possible d'obtenir des graphiques espace-temps, vitesse-temps, etc.

Les élèves avaient commencé à utiliser le CBR l'année précédente. L'énoncé d'un des problèmes était le suivant :

Deux élèves, Pierre et Marthe, se mettent à une distance d'un mètre l'un de l'autre et commencent à marcher en ligne droite. Marthe, qui est derrière Pierre, porte une calculatrice connectée à un CBR. Le graphique obtenu est reproduit ci-dessous. Décrivez comment Pierre et Marthe ont pu faire pour obtenir ce graphique.





Dans cette démarche, le problème qui suivait demandait aux élèves de vérifier leurs hypothèses en effectuant la marche dans un couloir de l'école.

Comme d'habitude, les élèves ont travaillé en petits groupes de 3. Dans les problèmes antérieurs, ils avaient été confrontés à des situations de mouvement dans lesquelles soit le CBR soit la cible restait fixe. Dans le cas du problème discuté ici, le CBR et la cible étaient en mouvement. Il s'agit donc d'un problème de mouvement relatif. Comme nous l'espérions, les difficultés conceptuelles ont été importantes. En général, les élèves transformaient l'énoncé du problème de façon à ce qu'ils puissent le résoudre : les élèves supposaient que Marthe ne bougeait pas, ce qui est illustré par la discussion qu'ont eue Samuel, Carla et Jenny, discussion dont nous reproduisons quelques fragments ci-après :

1. Samuel : Ok, Pierre avance lentement de A à B... Il s'arrête quelques secondes (voir fig. 5, photo 1), ensuite il court à D (fig. 5, photo 2).
2. Carla : Ah, oui ! Il a marché, s'est arrêté, a couru.
3. Jenny : Mm-hmm...
4. Samuel :Attendez, attendez une seconde...[Pierre] est revenu vraiment vite.
5. Carla : C'est sûr. Il a commencé lentement, après (*inaudible*) ensuite il s'est arrêté puis il a couru.
6. Samuel : Oui, en arrière.
7. Jenny : (s'adressant à Carla) Oui, en arrière, parce que [le segment] descend (faisant un geste vers le bas avec la main ; voir fig. 5, photo 3)

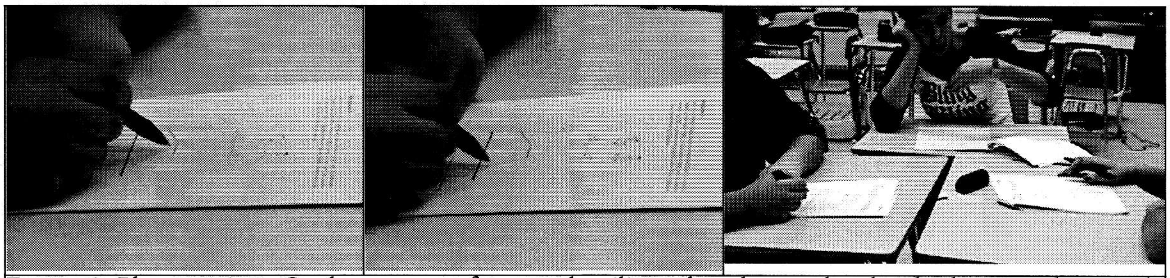


Figure 5. Photos 1 à 3. Quelques gestes faits par les élèves dans leur recherche de dotation de sens du graphique donné. Ces gestes ne sont pas considérés comme l'expression d'un processus de pensée interne, mais comme des parties constitutives de la pensée elle-même.

Notre intérêt ici n'est pas d'entrer dans une analyse d'erreurs, mais de faire apparaître des éléments du processus social d'objectivation du savoir. Il convient de noter, en ce sens, que les gestes effectués par les élèves ne sont pas considérés comme l'expression *externe* de processus mentaux. Ces gestes et le discours avec lequel ils s'articulent sont parties constitutives de la pensée. L'étude minutieuse que nous effectuons dans nos travaux expérimentaux sur les gestes, les actions et le discours que tiennent les élèves dans des situations comme celle-ci se justifie par le fait que c'est là, dans l'activité médiatisée par l'articulation de plusieurs systèmes sémiotiques — p. ex., le gestuel, le symbolique (le système graphique ici) et le linguistique — que l'objectivation du savoir peut être saisie. Elle se révèle dans la dotation de sens qu'opèrent les élèves lorsqu'ils font face à une situation au cours de laquelle ils sont amenés à mobiliser une forme mathématique culturelle de pensée afin de lire et de comprendre ces signes complexes que sont les graphiques cartésiens.

Le court extrait précédent nous amène ainsi à porter une attention particulière à la dimension gestuelle et discursive des élèves et à essayer de comprendre l'objectivation comme un processus fondamentalement social. Si nous partons de cette perspective, l'intervention de Carla à la ligne 2 n'apparaît pas comme une simple *répétition* ou *imitation* de la phrase énoncée par Samuel à la ligne 1. Carla *re-prend* l'interprétation qui lui est proposée par Samuel. Cette re-prise passe par une verbalisation que Carla reformule en plus bref (par exemple, il n'y a pas d'allusion aux lettres A, B, etc.). La phrase de Samuel et les gestes faits avec la plume sur le graphique sont pour Carla la matière première à partir de laquelle elle arrive à concevoir quelque chose qu'elle ne semblait pas avoir noté auparavant.

Si Samuel offre à Carla un accès à une première interprétation du problème (pour aussi rudimentaire qu'elle soit), la reformulation de Carla permet également à Samuel de se rendre compte qu'il y a quelque chose d'important auquel il n'avait pas prêté attention : c'est que pour prendre en compte la différence des inclinaisons des segments, dans l'histoire du problème, Pierre a dû revenir « vraiment vite » (ligne 4). Carla reformule de nouveau l'idée et, à la ligne 6, Samuel insiste sur le fait que Pierre a dû non seulement courir plus vite, mais encore prendre une certaine direction (« en arrière »). À la ligne 7, en faisant un geste de la main (voir fig. 5, photo 3), Jenny propose une preuve.

Par l'entremise du langage et des gestes, dans l'expérience du dialogue, la pensée des élèves se tourne vers l'extérieur et devient *une* pensée commune, bâtie sur un terrain commun. C'est cette expérience du dialogue que Merleau-Ponty exprimait quand il disait que

> Dans l'expérience du dialogue, il se constitue entre autrui et moi un terrain commun, ma pensée et la sienne ne font qu'un seul tissu, mes propos et ceux de l'interlocuteur sont appelés par l'état de la discussion, ils s'insèrent dans une opération commune dont aucun de nous n'est le créateur. Il y a là un être à deux (...) nous sommes l'un pour l'autre collaborateurs dans une réciprocité parfaite, nos perspectives glissent l'une dans l'autre, nous coexistons à travers un même monde. Dans le dialogue présent, je suis libéré de moi-même, les pensées d'autrui sont bien des pensées siennes, ce n'est pas moi qui les forme, bien que je les saisisse aussitôt nées ou que je les devance, et même, l'objection que me fait l'interlocuteur m'arrache des pensées que je ne savais pas posséder, de sorte que si je lui prête des pensées, il me fait penser en retour. (Merleau-Ponty, 1945, p. 407)

La communauté de la pensée ne signifie pas toutefois l'identité de perspectives. C'est justement la non-identité de perspectives qui permet au dialogue de se poursuivre. Ainsi, les élèves continuent à discuter pendant un bon moment. L'interprétation obtenue ne convient ni à Carla ni à Jenny, car elle suppose que Marthe ne marche pas.

La discussion continue entre eux :

8. Jenny : Non ... heu... (les deux) doivent marcher !

9. Samuel : Si elle le faisait (c'est-à-dire marchait) exactement à la même distance [de Pierre]... si elle faisait cela (voir le geste sur la fig. 6), ce serait une ligne plate [c'est-à-dire horizontale] (...) par conséquent, elle doit rester immobile et lui doit bouger !

10. Jenny : Mais ça [l'énoncé du problème] dit que les deux marchent !

11. Samuel : (après un moment de silence) Peut-être qu'elle marche, mais lui, il marche un peu plus vite qu'elle.

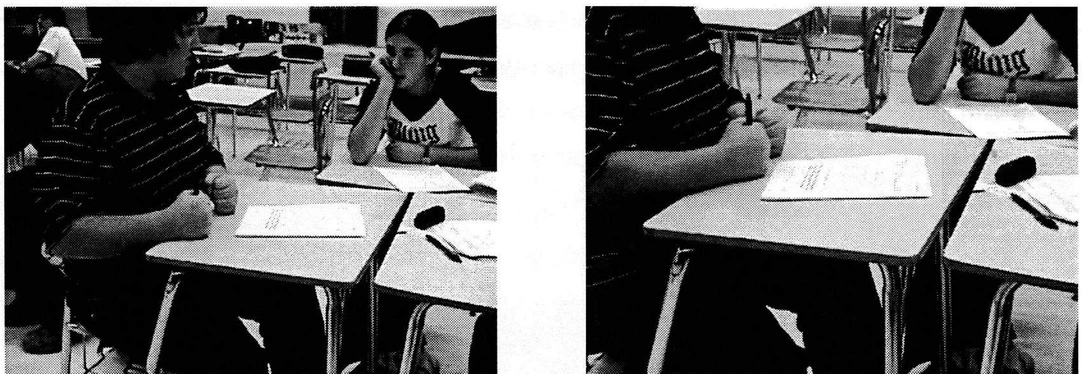


Figure 6. Pour simuler le cas où Pierre et Marthe marchent, Samuel déplace les mains de façon continue de droite à gauche, en les laissant à la même distance.

A la ligne 11, les élèves arrivent à une nouvelle compréhension du graphique. La description du mouvement n'est plus la description par rapport à un point fixe ; c'est le début, encore incertain comme le révèle le « peut-être » de Samuel à la ligne 11, d'une description du mouvement considéré maintenant comme un mouvement relatif. À travers cet échange, les élèves arrivent à s'approcher un peu plus de la démarche réflexive véhiculée par l'activité. Il sera nécessaire de faire appel aux dimensions corporelle, instrumentale (avec le CBR) et symbolique du mouvement (d'abord à travers l'expérience physique dans le couloir de l'école et ensuite en faisant le calcul des équations algébriques des segments) pour que les élèves atteignent une objectivation majeure.

5. 2 *Échanges entre petits groupes*

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les réflexions produites par les petits groupes sont souvent objet d'échange. Un groupe peut échanger ses solutions avec un autre groupe afin d'entendre d'autres points de vue et d'améliorer les siens. La figure 7 illustre la rencontre de deux groupes d'élèves sur le problème de Pierre et de Marthe. Les groupes sont parvenus à un point où un accord était impossible. Marc et son groupe posaient leur explication en termes de changement de vitesse. Au contraire, Dona et son groupe affirmaient que la vitesse de Pierre par rapport à celle de Marthe était constante. Devant l'impossibilité d'arriver à un consensus, les élèves ont décidé d'appeler la professeure. Sur la figure 7, Marc (à gauche) explique son raisonnement à la professeure (debout, derrière les élèves) :

1. Marc : Et si les deux commencent à la même vitesse, puis que lui commence à courir plus rapidement ? (Marc appuie son argument avec un geste des mains)
2. La professeure : Tu supposes que le garçon [Pierre] marche chaque fois plus vite ?
3. Dona : (s'opposant à l'idée) La vitesse est constante ! Il n'y a pas de courbes ! Ceci veut dire qu'il [Pierre] parcourt la même distance par seconde.

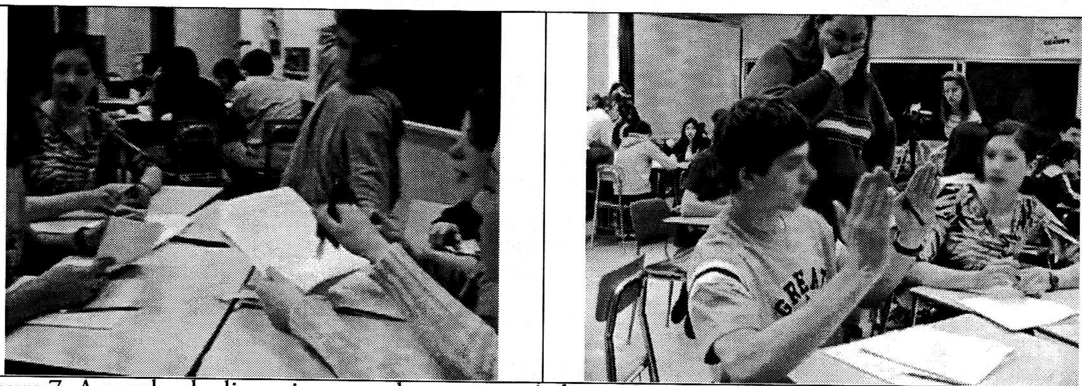


Figure 7. A gauche, la discussion entre les groupes. A droite, Marc explique la solution de son groupe à la professeure qui apparaît sur la photo entre Marc et Donna.

La professeure suggère aux élèves de penser à la situation de deux mobiles qui voyagent respectivement à 80 km/h et 100 km/h. Marc se rend compte que l'augmentation de la distance ne signifie pas nécessairement une augmentation de la vitesse. La professeure s'assure que les autres élèves du groupe de Marc comprennent la différence (elle dit, par exemple : « Toi Edgar, que penses-tu maintenant ? ») et profite des circonstances pour faire réfléchir les élèves à propos de l'effet sur les graphiques qu'aurait un mouvement dont la vitesse augmente, comme le proposait Marc à la ligne 1.

Dans ce cas, les élèves notent la différence entre arguments et interprétations. Cependant, de nombreuses fois, les élèves ne se rendent pas compte que les arguments présentés sont différents ou tendent à minimiser les différences. Une des difficultés dans l'acquisition de modes de réflexion mathématique est de percevoir les différences entre les arguments. Naturellement, dans un cas comme dans l'autre, le professeur joue un rôle crucial. Dans les deux cas, le professeur provoque comme une *zone proximale de développement* du groupe. Ce qui est important à remarquer, c'est que le professeur n'initialise pas une telle zone d'une manière neutre : il le fait avec un projet conceptuel précis.

5.3 *Discussions générales*

La discussion générale est une autre manière d'échanger des idées et de les discuter. C'est un autre moment dont dispose le professeur pour revenir sur des points qui requièrent un approfondissement en accord avec le programme d'études. Par exemple, pendant la discussion générale du problème de Pierre et de Marthe, la professeure souligne un point que tous les groupes n'avaient pas nécessairement noté, à savoir que la position du segment BC ne signifie pas forcément que Pierre et de Marthe sont arrêtés ou que la position du segment CD ne signifie pas forcément que Pierre marche en direction de Marthe. Une discussion sur ces idées est tout de suite entamée, puis illustrée par une simulation devant la classe (voir la figure 8). Cette figure illustre le moment où deux élèves exécutent la marche, pendant que Susan, la troisième élève de ce groupe (non visible sur la photo), explique à toute la classe :

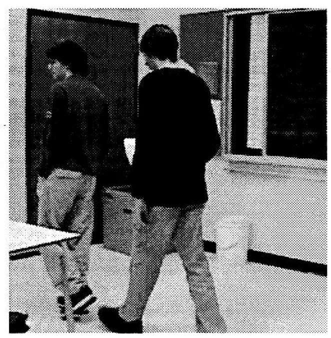


Figure 8. Simulation de la marche de Pierre et de Marthe correspondant au segment CD. L'élève qui marche derrière se rapproche de l'autre élève.

1. Susan : Hem, la personne qui était en face marchait plus vite que celle qui était derrière, ceci donnait une distance plus grande entre le CBR et le point objectif. Ensuite... hem... aussitôt B et C dans notre diagramme [Pierre et Marthe] marchaient à la même vitesse, ainsi ils avaient la même distance entre eux. Ensuite.... Tu ?
2. La Professeure : Oui, continue !
3. Susan : Ensuite... hem... à la fin, la personne qui était derrière marche plus vite pour s'approcher de la personne qui était devant (voir figure 8).

Cet exemple montre, ne serait-ce que brièvement, quelques éléments du processus d'objectivation à travers lequel la classe arrive à prendre conscience d'une interprétation plus profonde du graphique. Cette prise de conscience est le résultat complexe des discussions à l'intérieur des groupes, de la vérification et de l'affinement de l'hypothèse à l'aide d'artefacts culturels porteurs d'une intelligence historiquement constituée, des échanges entre groupes, de l'intervention de l'enseignante et de la discussion générale.

Notons, pour terminer, qu'on pourrait se faire dire que la situation n'a pas été organisée afin de donner aux élèves le feedback nécessaire au sujet des interprétations fautives. Or, la théorie de l'objectivation n'adopte pas la prémisse épistémologique d'après laquelle le savoir mathématique serait le résultat de la recherche de solutions optimales par un sujet à certaines situations. Car, à moins de vouloir se cantonner dans une position rationaliste, il nous faut admettre que l'optimalité est un critère relatif et que ce qui peut paraître optimal à une époque historico-culturelle ne l'est pas forcément à une autre (on peut songer aux méthodes de résolution de problèmes de Diophante, des méthodes qui sont longues et pénibles aux yeux des Modernes, mais qui, comme le montre Lizcano (1993), sont tout à fait raisonnables quand on les considère dans leur propre contexte). Mais, plus important que le relativisme culturel de l'optimalité invoqué ici, c'est le fait que le savoir mathématique dépasse les besoins de sa dimension technique. Les mathématiques ne sont pas seulement un discours au sujet du vrai. Il y d'autres éléments qui entrent en jeu, comme des considérations esthétiques (fort présentes, par exemple dans le monde des formes, de leur représentation et de leur étude, ainsi que dans les récits qui sont à la base de maints problèmes arithmétiques et algébriques avant l'apparition de l'algèbre symbolique). Penser le savoir mathématique comme étant muni d'une logique d'optimalité interne qui commanderait le besoin d'émergence de ses objets au contact de certaines situations précises nous semble une hypothèse que nous ne sommes pas prêts à endosser. Une telle hypothèse comprend en fait beaucoup plus : elle suppose que les individus sont d'emblée situés dans un monde qui se donne « naturellement » à la classe de compréhension véhiculée par les mathématiques contemporaines. Puisque nous ne pouvons pas adhérer à des tels principes, nous formulons autrement nos situations. Celles-ci sont plutôt conçues comme l'occasion pour les élèves d'objectiver des formes culturelles mathématiques de pensée, cette objectivation étant rendue possible non seulement par le contact avec la situation mais par l'échange avec les autres et le professeur à l'intérieur de zones proximales de développement.

6. Synthèse

Certaines théories de la didactique des mathématiques ont exclu intentionnellement les aspects psychologiques de l'apprentissage et se sont occupées des situations mathématiques qui peuvent favoriser l'émergence de raisonnements mathématiques précis. Tel est le cas de la théorie des situations. Par contre, d'autres théories se sont arrêtées sur les mécanismes de négociation des signifiés dans la classe et sur la manière dont cette négociation explique la construction des représentations que se fait l'élève du monde. Tel est le cas du socio-constructivisme. La dette intellectuelle qu'a la théorie de l'objectivation envers ces autres théories est immense. Toute théorie doit autant à celles qu'elle continue qu'à celles avec lesquelles elle se trouve en désaccord sur certains points importants. C'est pour cela que nos références au constructivisme et à la théorie des situations ne doivent pas être considérées négativement. Ces deux théories apparaissent soutenues par des principes fondamentaux et opérationnels clairs qui leur confèrent une solidité irréprochable. Toutefois, la théorie de l'objectivation part d'autres principes. D'un côté, elle part de l'idée que la dimension psychologique doit être un objet d'étude de la didactique des mathématiques. De l'autre côté, elle suggère que les signifiés qui circulent dans la classe ne peuvent se limiter à la dimension interactive qui se produit dans la classe même ; ils doivent être conceptualisés dans le contexte de leur dimension historico-culturelle.

Dans ce sens, la théorie de l'objectivation propose une didactique ancrée dans des principes dans lesquels l'apprentissage est vu en tant qu'activité sociale (*praxis cogitans*) enracinée dans une tradition culturelle qui la précède. Ses principes fondamentaux s'articulent autour de cinq concepts reliés entre eux.

Le premier concept est d'ordre psychologique : le concept de pensée, élaboré en termes non mentalistes. Nous avons soutenu que la pensée est une forme de *ré-flexion* active sur le monde, médiatisée par des artefacts, le corps (à travers la perception, les gestes, les mouvements, etc.), le langage, les signes, etc. Ce concept de *ré-flexion* diffère du concept idéaliste et rationaliste selon lequel la réflexion « n'est pas autre chose qu'une attention à quelque chose que nous avons déjà en nous » (Leibniz, 1966, p. 36), et que la psychologie contemporaine appelle souvent méta-cognition. Pour la théorie de l'objectivation, la *ré-flexion* est un mouvement dialectique entre une réalité constituée historiquement et culturellement et un individu qui la réfracte (et la modifie) selon ses propres interprétations et sens subjectifs. Cette conception de la *ré-flexion* s'inscrit dans une

> forme particulière de cognition dans laquelle l'acte de connaissance perturbe ce qu'il cherche. Dès que j'essaie de me comprendre moi-même et ma condition, je ne peux jamais rester identique à moi-même, car le moi qui était en train de comprendre ainsi que le moi qui a compris sont maintenant différents de ce qu'ils étaient avant. Et si je voulais comprendre tout ceci, tout ce processus serait de nouveau mis en marche (...). Comme ce savoir pousse les gens à changer leurs conditions de manière pratique, ce savoir devient une espèce de force politique et sociale, une part de la situation sociale examinée et non une simple réflexion [contemplative], sur quelque chose. (Eagleton, 1997, p. 4)

Le second concept de la théorie est d'ordre socio-culturel. C'est le concept de l'apprentissage. L'apprentissage est vu comme l'activité à travers laquelle les individus entrent en relation non seulement avec le monde des objets culturels (au plan sujet-objets) mais avec d'autres individus (au plan sujet-sujets) et acquièrent, dans le suivi commun de l'objectif et dans l'usage social de signes et des artefacts, l'expérience humaine (Leontiev, 1984).

Ce concept socio-culturel s'imbrique immédiatement avec un autre – le troisième concept de la théorie – de nature épistémologique. Comme toute activité, l'apprentissage est encadré par des systèmes sémiotiques de signifiés culturels qui « normalisent » les modes de questionnement et d'investigation sur le monde. Aristote aurait probablement incité nos élèves à aborder et à étudier le problème de Pierre et Marthe en termes différents, étant donné que dans le cadre de référence aristotélicien, ce ne sont pas le temps et l'espace qui décrivent le mouvement mais plutôt le temps qui dérive du mouvement. Nos élèves appartiennent en effet à une culture où la mesure du temps est devenue omniprésente, mesurant non seulement le mouvement mais le travail humain, la croissance de l'argent (taux d'intérêt), etc. Nous tous appartenons à une culture dans laquelle

> La temporalité de l'expérience – cette notion du temps comme le cadre à l'intérieur duquel les formes de vie se trouvent immergées et manifestent son existence – est la caractéristique du monde moderne. (Bender et Wellbery, 1991, p. 1)

Les concepts précédents permettent de reformuler l'apprentissage des mathématiques d'une nouvelle manière. Il ne s'agit pas de demander à tous et à chacun des élèves de « construire ses propres connaissances ». Il s'agit plutôt de voir l'apprentissage comme l'acquisition, à travers la réflexion critique, l'innovation, l'engagement et la responsabilité, de formes de pensée historiquement constituées [15].

Et alors, comme l'apprentissage est toujours l'apprentissage *de* quelque chose, les concepts précédents sont complétés par un quatrième concept ontologique – celui des objets mathématiques que nous avons défini comme des *schèmes fixes d'activité ré-flexive incrustés dans le monde en constant changement de la pratique sociale médiatisée par les artefacts.*

Pour rendre opérationnelle la théorie dans son aspect ontogénétique, il a été nécessaire d'introduire un cinquième concept de nature sémiotico-cognitive – celui de l'objectivation ou de la prise de conscience subjective de l'objet culturel. Dans ce contexte, et à la lumière des concepts fondamentaux précédents, l'apprentissage se définit comme un processus social d'objectivation de ces modèles externes de l'action inscrits dans la culture.

Mais le concept de l'objectivation conduit à un autre concept – le sixième concept clé de la théorie – qui doit être vu comme son concept dual. Effectivement, tout processus d'objectivation entraîne, au sens dialectique du terme, un processus de *subjectivation*, c'est-à-dire un processus de

[15] Insistons encore une fois que l'acquisition du savoir ne renvoie pas à un processus de transmission de celui-ci. L'acquisition du savoir est un processus de production de sens projetés dans la compréhension que fait l'élève de l'objectivité devant lui et qui est, dans ce sens, pour utiliser le terme de Heidegger (1962), toujours un processus de « dévoilement » inédit.

formation du soi, car apprendre, nous l'avons dit, est aussi devenir. C'est la dialectique entre savoir et être qui a disparu de la scène éducative avec la massification de l'éducation et le triomphe de la rationalité instrumentale qui réduit l'autre à une chose. La subjectivation apparaît dans la théorie de l'objectivation en tant que projet éthique, d'engagement et de réponse (*answerability*) envers autrui au sens de Lévinas (1989, 2006) et de Bakthin (1990).

Du point de vue méthodologique, notre concept non mentaliste ni rationaliste de la pensée nous conduit à prêter attention aux moyens sémiotiques d'objectivation qu'utilise l'élève dans un effort qui est, à la fois, une élaboration de signifiés et une prise de conscience des objets conceptuels. Les photos que nous avons incluses n'ont pas pour fin "d'embellir le texte", mais précisément, de montrer quelques-uns de ces moyens sémiotiques de l'objectivation, comme les gestes, le langage, les symboles. Gestes, langage, symboles se convertissent ainsi en constituants mêmes de l'acte cognitif qui positionne l'objet conceptuel non pas à l'intérieur de la tête mais sur le plan social. Les courts exemples en salle de classe mentionnés au début et à la fin de l'article donnent une idée de la manière dont la théorie explore cette objectivation du savoir qui se déplace sur les plans de l'interaction et de l'action médiatisée (le territoire de l'artefact).

Finalement, notre position théorique par rapport à l'apprentissage implique une reconsidération du concept de l'individu qui apprend. Comme nous l'avons mentionné, le concept de l'individu de l'ère moderne qui apparaît avec l'émergence du capitalisme aux XVe et XVIe siècles est basé sur les concepts d'autonomie et de liberté. La théorie de l'objectivation part d'un autre niveau et propose un concept différent : l'individu est un individu en tant que *être-avec-d'autres*[16].

Bibliographie

Aoki, T. T. (2005). *Curriculum in a new kay. The collected works of Ted T. Aoki.* (Edited by W. F. Pinar & R. L. Irwin). Mahwah, New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Arendt, H. (1958). *The Human Condition* : The University of Chicago Press.

Arendt, H. (1993). *Between past and future.* (Reprint of the 1968 ed. published by The Viking Press). New York : Penguin Books.

Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. In C. Winsløw (Ed.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings of NORMA08.* Rotterdam : Sense Publishers.

[16] Une version précédente de cet article a paru dans la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, en 2006.

Bachelard, G. (1986). *La formation de l'esprit scientifique.* Paris : Vrin.

Bakhtin, M. (1990). *Art and answerability.* Austin : University of Texas Press.

Bakhurst, D. (1988). Activity, Consciousness and Communication. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, 10*(2), 31-39.

Bartolini Bussi, M., & Mariotti, M., A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom : Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education (2nd Edition)* (pp. 746-783). New York : Routledge, Taylor and Francis.

Baudrillard, J. (1968). *Le système des objets.* Paris : Gallimard.

Bender, J. & Wellbery, D. E. (1991). *Chronotypes : The Construction of Time.* Palo Alto : Stanford University Press.

Bluff, L. A., Weir, A. A. S., Rutz, C., Wimpenny, J. H., & Kacelnik, A. (2007). Tool-related cognition in new Caledonian crows. *Comparative Cognition & Behavior Reviews,* 2 : 1–25.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115.

Brousseau, G. (2004). *Une modélisation de l'enseignement des mathématiques.* Conférence plénière, Convegno di didattica della matematica, 24-25 de Septiembre, Locarno, Suiza.

Brousseau, G. & P. Gibel (2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problem solving situations. *Educational Studies in Mathematics, 59,* 13-58.

Chevallard, Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherche en Didactique des Mathématiques, 17*(3), 17-54.

Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, Emergent, and Sociocultural Perspectives in the Context of Developmental Research. *Educational Psychologist, 31*(3-4), 175-190.

Cole, M., & Griffin, P. (1980). Cultural amplifiers reconsidered. In D. R. Olson (Ed.), *The Social Foundations of Language and Thought, Essays in Honor of Jerome S. Bruner* (pp. 343-364). New York/London : W. W. Norton & Company.

Colyvan, M. (2001). The miracle of applied mathematics. *Synthese, 127,* 265-277.

de Vega, M. (1986). *Introduccion a la psicologia cognitiva.* Mexico : Alianza Editorial Mexicana.

Eagleton, T. (1997). *Marx.* London, Phoenix.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work.* Portsmouth, NH : Heinemann.

Foucault, M. (1966). *Les mots et les choses.* Paris : Éditions Gallimard.

Fried, M. (2009). Similarity and Equality in Greek Mathematics : Semiotics, History of Mathematics, and Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics, 29*(1), 2-7.

Geertz, C. (1973). *The Interpretation of Cultures.* New York : Basic Books.

Glaeser, G. (1999). *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques.* Grenoble : La pensée sauvage.

Heidegger, M. (1962). *Being and time.* (Translated by J. Macquarrie & E. Robinson). New York :

Harper.

Homère (1956). *L'Iliade.* (Traduction par E. Lasserre). Paris : Garnier-Flammarion.

Husserl, E. (1931). *Ideas. General Introduction to Pure Phenomenology.* London, New York : George Allen & Unwin.

Ilyenkov, E. (1977). The Concept of the Ideal. *Philosophy in the USSR: Problems of Dialectical Materialism* (pp. 71-99). Moscow : Progress Publishers.

Kant, I. (1803/1980). *Réflexions sur l'éducation.* Paris : Vrin.

Kidron, I., Lenfant, A., Bikner-Ahsbahs, A., Artigue, M., & Dreyfus, T. (2008). Toward networking three theoretical approaches: the case of social interactions. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 40*, 247-264.

Köhler, W. (1951). *The Mentality of Apes.* New York : The Humanities Press / London : Routledge and Kegan Paul.

Lave, J. & E. Wenger (1991). *Situated learning; legitimate peripheral participation.* Cambridge : Cambridge University Press.

Leibniz, G. W. (1966). *Nouveaux essais sur l'entendement humain.* Paris : Garnier Flammarion.

Leontiev, A. N. (1968). El hombre y la cultura. In *El hombre y la cultura: problemas téoricos sobre educación* (pp. 9-48). México : Editorial Grijalbo.

Leontiev, A. N. (1984). *Activité, conscience, personnalité.* Moscou : Éditions du Progrès.

Levinas, E. (1989). *The Levinas reader.* Oxford : (Edited by Seán Hand.). Blackwell.

Lévinas, E. (2006). *Totalité et infini. Essai sur l'exteriorité.* Paris : Totalité et infini. Essai sur l'exteriorité.

Lizcano, E. (1993). *Imaginario colectivo y creación matemática.* Barcelona : Editorial Gedisa.

Martin, J. (2004). The Educational Inadequacy of Conceptions of Self in Educational Psychology. *Interchange : A quarterly review of Education, 35*, 185-208.

Martin, J., Sugarman, J. & Thompson, J. (2003). *Psychology and the Question of Agency.* New York : SUNY.

Merleau-Ponty, M. (1945). *Phénomenologie de la perception.* Paris : Gallimard.

Mikhailov, F. T. (1980). *The Riddle of the Self.* Moscow : Progress Publishers.

Radford, L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics, 17*(1) : 26-33.

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking : A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics, 42*(3), 237-268.

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics, 22*(2), 14-23.

Radford, L. (2003a). On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. In M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S.

Zellweger & V. Cifarelli (eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis : From Thinking to Interpreting to Knowing* (pp. 49-79). Ottawa : Legas Publishing.

Radford, L. (2003b). On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice in the Renaissance. *Educational Studies in Mathematics, 52*(2), 123-150.

Radford, L. (2003c). Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning, 5*(1), 37-70.

Radford, L. (2004). Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità [Sensible Things, Essences, Mathematical Objects and other ambiguities], *La Matematica e la sua didattica*, 2004, no. 1, 4-23. [version en anglais disponible dans la rubrique des publications du site al inglés en: http://laurentian.ca/educ/lradford/]

Radford, L. (2005). The semiotics of the schema. Kant, Piaget, and the Calculator. In M. H. G. Hoffmann, J. Lenhard and F. Seeger (eds.), *Activity and Sign. Grounding Mathematics Education* (pp. 137-152). New York : Springer.

Radford, L. (2009a). "No! He starts walking backwards!" : interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 41*, 467–480.

Radford, L. (2009b). L'altérité comme problème éducatif. In J. Boissonneault, R. Corbeil & A. Hien (Eds.), *Actes de la 15e journée Sciences et Savoirs* (pp. 11-27). Sudbury : Université Laurentienne.

Radford, L. (2009c). Signifying Relative Motion : Time, Space and the Semiotics of Cartesian Graphs. In W.-M. Roth (Ed.), *Mathematical Representations at the Interface of the Body and Culture* (pp. 45-69). Charlotte, NC : Information Age Publishers.

Radford, L., Bardini, C., & Sabena, C. (2007). Perceiving the general : The multisemiotic dimension of students' algebraic activity. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*, 507-530.

Radford, L. & Demers, S. (2004). *Communication et apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques.* Ottawa : Centre franco-ontarien des ressources pédagogiques.

Radford, L., Demers, S., & Miranda, I. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques.* Ottawa : Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

Robbins, F. E. (1921). The Tradition of Greek Arithmology. *Classical Philology, 16*(2), 97-123.

Sierpinska, A. (1996). Interactionnisme et théorie des situations : Format d'interaction et Contrat didactique. En D. Grenier (ed.), *Didactique et technologies cognitives en mathématiques, Séminaires 1996* (pp. 5-37). Grenoble : Université Joseph Fourier.

Spengler, O. (1948). *Le déclin de l'Occident.* Paris : Gallimard.

Steinbring, H., Bartolini Bussi, M. & Sierpinska, A. (1998). *Language and Communication in the Mathematics Classroom.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Voloshinov, V. N. (1973). *Marxism and the Philosophy of Language.* Cambridge Massachusetts, London, England : Harvard University Press.

von Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism : A Way of Knowing and Learning.* London, Wasington, D.C : The Falmer Press.

Vygotsky, L. S. (1981a). The instrumental method in psychology. In J. V. Wertsch (ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 135-143). Armonk, N. Y. : Sharpe.

Vygotsky, L. S. (1981b). The development of higher mental functions. In J. V. Wertsch (ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 144-188). Armonk, N. Y. : Sharpe.

Vygotsky, L. S. & A. Luria (1994). Tool and symbol in child development. In R. van der Veer and J. Valsiner (eds.), *The Vygotsky Reader* (pp. 99-174). Oxford : Blackwell.

Wartofsky, M. (1979). *Models, Representation and the Scientific Understanding.* Dordrecht : D. Reidel.

Weber, M. (1992). The Protestant Ethic and the Spirit of Capitalism. London : Routledge.

Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the Mind. A Sociocultural Approach to Mediate Action.* Cambridge, Ma : Harvard University Press.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.

Luis Radford
École des sciences de l'éducation
Université Laurentienne
Sudbury, Ontario
Canada, P3E 2C6
Lradford@laurentian.ca http://www.laurentian.ca/educ/lradford/