



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ISSN 1120-9968

la matematica e la sua didattica

Anno 22, n. 2, 2008



PITAGORA EDITRICE BOLOGNA

La matematica e la sua didattica

Comitato scientifico

Direttore: Bruno D'Amore

Comitato di redazione: Gianfranco Arrigo (Svizzera), Ferdinando Arzarello (Italia), Giulio Cesare Barozzi (Italia), Guy Brousseau (Francia), Umberto Bottazzini (Italia), Ricardo Cantoral (Messico), Encarnacion Castro Martinez (Spagna), Ubiratan D'Ambrósio (Brasile), Raymond Duval (Francia), Rosa Maria Farfán (Messico), Fulvia Furinghetti (Italia), Athanassios Gagatsis (Cipro), Juan D. Godino (Spagna), Colette Laborde (Francia), Salvador Llinares (Spagna), Carlo Marchini (Italia), Consolato Pellegrino (Italia), Piero Plazzi (Italia), Luis Radford (Canada), Luis Rico Romero (Spagna), Alan Rogerson (Australia), Maria Luisa Schubauer Leoni (Svizzera), Gérard Vergnaud (Francia), Rosetta Zan (Italia).

Istruzioni per chi invia articoli proponendoli per la stampa. Gli articoli proposti per la stampa devono essere inviati in triplice copia al prof. Bruno D'Amore, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Piazza di Porta San Donato 5, 40127 Bologna, indicando tutti i riferimenti dell'autore compreso l'indirizzo di posta elettronica. I dattiloscritti ricevuti dalla redazione sono sottoposti ad un primo parere di alcuni membri del Comitato Scientifico e poi inviati a tre referee le cui decisioni sono definitive ed inappellabili. L'articolo, se verrà accettato, dovrà essere sistemato secondo le norme tipografiche della rivista che verranno indicate. Gli articoli inviati al di fuori di queste norme non verranno presi in esame e non verranno restituiti al proponente.

Gli articoli che appaiono in questa rivista sono recensiti nel database di *Didattica della matematica*: MathEduc.

Redazione scientifica: Silvia Sbaragli, presso Dipartimento di Matematica, Piazza di Porta San Donato 5, 40126 Bologna, Tel. 051 2094446

Redazione amministrativa: presso Pitagora Editrice s.r.l.,
Via del Legatore 3, 40138 Bologna, Tel. 051 530003 • Fax 051 535301

Direttore Responsabile Bruno D'Amore

Direzione Redazione Amministrazione Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, 40138 Bologna, Tel. 051 - 530003

Periodico trimestrale

Autorizzazione del Tribunale di Bologna n. 6219 del 13/9/1993 - ISSN 1120-9968

I manoscritti non richiesti non vengono restituiti.

Per qualsiasi comunicazione si prega di allegare la fascetta con stampato l'indirizzo al quale viene recapitata la rivista.

Abbonamento anno 2008

per l'Italia e paesi UE € 28,00 - Paesi extra-UE € 45,00 - copia singola € 10,00

da versarsi sul c.c.p. 20264404 intestato a Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, 40138 Bologna

Finito di stampare nel mese di marzo 2008

presso Tecnoprint s.n.c., Via del Legatore 3, 40138 Bologna

Questa rivista è realizzata con il contributo dell'Università di Bologna

Di Sé e degli Altri.

Riflessioni su un problema fondamentale dell'educazione¹

Luis Radford

Scuola delle scienze dell'educazione
Università Laurentienne, Ontario, Canada

Summary. *Concepts of the individual and the relations between the individual and others have always been at the centre of great philosophical, economic, psychological and other theories. Both political and symbolic, this idea has become inscribed in the epistemologies and ontologies which determine our way of being in the world. As children of modernity, contemporary educational theories still embrace individualistic values that emerged during the Renaissance. These theories have trouble allowing, in an inalienable way, for the inclusion of the other in the formation of the self. In this article, and in particular through the analysis of the "communal I", I will outline some possible ways in which the fundamental problem of otherness can be reformulated in education.*

Sunto. *L'idea che ci si fa dell'individuo e delle sue relazioni con gli altri è sempre stata al centro delle grandi teorie filosofiche, economiche e psicologiche e anche di altre. Politica e simbolica allo stesso tempo, quest'idea si inserisce nelle epistemologie e ontologie che ordinano il modo di essere nel mondo. Figlie della modernità, le teorie contemporanee nel campo dell'educazione, propugnano ancora i valori individualisti emersi nel Rinascimento. Queste teorie faticano ad offrire strumenti capaci di includere, in modo inalienabile, l'altro nella formazione di sé stessi. In questo articolo tento di abbozzare alcune piste per riformulare, in particolare attraverso l'analisi del concetto di "io comunitario", il problema fondamentale della alterità in educazione.*

Resumen. *Las ideas que nos hacemos acerca del individuo y de su relación con los otros han estado siempre al centro de las grandes teorías filosóficas, económicas, psicológicas y otras. Política y simbólica desde el inicio, estas ideas se inscriben en epistemologías y ontologías que ordenan nuestra manera*

¹ Le riflessioni presentate in questo articolo provengono da un programma di ricerca sovvenzionato da The Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (SSHRC/CRSH).

de ser en el mundo. Hijas de la modernidad, las teorías contemporáneas en educación siguen preconizando los valores individualistas que emergieron en el Renacimiento. Estas teorías encuentran grandes dificultades para ofrecer los medios necesarios susceptibles de incluir, de manera inalienable, al Otro en la formación del Yo. En este artículo, intento esbozar algunas pistas para reformular, en particular a través del concepto de "yo comunitario", el problema fundamental de la relación del Otro y del Yo en educación.

Resumo. *A idéia que nos fazemos do individuo e das suas relações com os outros sempre foi no enfoque das grandes teorias filosóficas, econômicas e psicológicas, e também de outro tipo. Política e simbólica ao mesmo tempo, esta idéia insere-se nas epistemologias e nas ontologias que ordenam o modo de ser do mundo. Filhas da modernidade, as teorias contemporâneas no campo da educação, ainda propõem os valores individualistas ressaltados no Renascimento. Estas teorias conseguem com muita dificuldade oferecer instrumentos capazes de incluir, de um jeito inalienável, o outro na formação de si mesmos. Neste artigo vou tentar sintetizar algumas sendas para reformular, sobretudo através da análise do conceito de "eu comunitário", o problema fundamental da alteridade na educação.*

Résumé. *L'idée que l'on se fait de l'individu et de son rapport aux autres a toujours été au centre des grandes théories philosophiques, économiques, psychologiques et bien d'autres. Politique et symbolique d'emblée, cette idée s'insère dans des épistémologies et des ontologies qui ordonnent la manière d'être dans le monde. Filles de la modernité, les théories contemporaines en éducation prônent encore les valeurs individualistes qui ont émergé à la Renaissance. Ces théories ont du mal à offrir les moyens nécessaires susceptibles d'inclure, de façon inaliénable, l'autre dans la formation du soi. Dans cet article je tente d'esquisser quelques pistes pour reformuler, en particulier à travers l'analyse du concept du "je communautaire", le problème fondamental de l'altérité en éducation.*

Zusammenfassung. *Die Idee, die man sich vom Individuum und seinen Verhältnissen mit den anderen macht, ist immer im Zentrum der grossen philosophischen, wirtschaftlichen und psychologischen Theorien und noch von anderen. Diese gleichzeitig politische und symbolische Idee fügt sich in den Epistemologien und Ontologien ein, die die Weltanschauung ordnen. Die heutigen Theorien der Erziehung, die von der Modernität gezeugt sind, unterstützen wieder individualistische Werten, die während der Renaissance hervorrangt waren. Diese Theorien mühen sich ab, geeignete Mittel anzubieten, die unveräusserlicherweise den anderer in der eigenen Bildung einschliessen können. In diesem Artikel versuche ich einige Wege zu entwerfen, die das*

grundlegende Problem der Andersheit in der Erziehung neu zu formulieren erlauben, speziell durch die Analyse des Begriffs "gemeinschaftliches Ich".

1. Introduzione

In un suo recente articolo, che valorizzava il lavoro dello psicologo Boaz Keysar professore all'università di Chicago, William Harms diceva che «Gli Americani hanno una particolare difficoltà nella loro capacità di capire il punto di vista degli altri» e imputava questa difficoltà al fatto che gli Americani «fanno parte di una cultura che incoraggia l'individualismo» (Harms, 2007).

Questa difficoltà a comprendere altri punti di vista si situa al centro della relazione fra sé stessi e gli altri. In fin dei conti, la questione che si pone è quella dell'alterità nelle sue molteplici sfaccettature: rapporto di sé con l'altro, rapporto individuo-società ecc. Questo rapporto è sempre stato al centro delle grandi teorie filosofiche, economiche e psicologiche. Allo stesso modo, il filosofo ed educatore americano John Dewey (1897) affermava: «Se eliminiamo il fattore sociale del bambino, ci ritroviamo con una pura astrazione; se eliminiamo il fattore individuale della società, ci ritroviamo con una massa inerte senza vita». Di certo, dalla Grecia antica questo rapporto è stato percepito come rapporto politico, ma oggi, in un mondo caratterizzato dalla globalizzazione crescente nella quale gli incontri multiculturali sono la regola più che l'eccezione, il modo di concepirlo costituisce uno dei grandi problemi delle scienze umane dell'educazione.

Molte teorie contemporanee dell'educazione, alla stregua dei sistemi filosofici occidentali ai quali si ispirano, sostengono ancora dei valori prevalentemente individualisti. Queste teorie faticano a offrire gli strumenti teorici e pratici necessari per giungere a delle concettualizzazioni non riduttive dell'alterità e a sviluppare idee capaci di includere, in modo inequivocabile, l'altro nella formazione di sé. Purtuttavia, nell'ultimo decennio, si manifesta un vero interesse per riformulare il problema dell'alterità visto sotto punti di vista meno individualisti. In questo articolo vorrei passare brevemente in rassegna le tensioni e le lotte di una disciplina – l'educazione – nella ricerca di soluzioni ad un problema cruciale (forse il problema cruciale del XXI secolo) e cioè quello della alterità.

Siccome il problema dell'alterità non è esclusivamente un problema educativo, inizierò mettendolo in quello che il filosofo canadese Charles

Taylor (2003) chiama il “disagio della modernità”.

2. Il problema del modernismo

Il modernismo non ha potuto impedirsi di creare alcuni disagi importanti. Il primo è una *mancaza di senso*, risultato di una rottura fra l'individuo e la sua comunità, risultato della sparizione di un ordine ontologico che prima assicurava all'individuo un posto in quella che si chiama “la grande catena dell'Essere”. Altre culture, che hanno un vissuto storico diverso e che, di conseguenza, non hanno subito direttamente gli effetti di questa rottura, ci permettono di vedere, pur se indirettamente, ciò che questa rottura significa per noi. Per fare un esempio, in molte comunità aborigene, l'ordine ontologico è generatore di un senso intersoggettivo che unisce cosmo e individuo. Questa ontologia è, fra l'altro, basata su un'idea di bilanciamento, di completezza e di realizzazione comprese non in termini individualistici ma in termini comunitari. Essa permette di formulare scopi di vita differenti rispetto a quelli generalmente enunciati in un contesto occidentale. Gerald Thomas Wilkinson, un membro della comunità Cherokee, spiega nel seguente modo l'impatto di questo ordine ontologico nella vita degli individui: «Lo scopo dei popoli aborigeni è forse un po' diverso dagli scopi di molti altri popoli. Il loro scopo non è solamente quello di sopravvivere, ma di sopravvivere come comunità... L'obiettivo della comunità aborigena è semplicemente quello di essere e le persone trovano che *essere*, così come le relazioni concomitanti fra individui e clans, ... costituisce un'esistenza molto soddisfacente» (Wilkinson, 1980, pp. 453-454).

Con la modernità, l'Occidente ha perso questo senso generale di comunità che ritroviamo, per esempio, nella Grecia Antica e nel Medio Evo. Sicuramente, la soluzione a questo problema non consiste nel fare marcia indietro per tornare a un periodo pre-moderno. Dobbiamo, in ogni caso, cominciare a prendere coscienza che, diventando moderni, noi abbiamo perso qualche cosa di importante che non possiamo ignorare.

Il secondo disagio causato dalla modernità è l'eccessiva importanza assunta da quella che si chiama *ragione strumentale*, cioè quella razionalità che ha come scopo il calcolo minuzioso dei mezzi per ottenere un fine. Questa ragione è apparsa assieme a una forza trasformatrice impositiva nell'Alto Medio Evo con l'espansione dell'artigianato e l'allora emergente capitalismo occidentale. Essa genera

una nuova forma di vita centrata sul calcolo dei profitti. Come diceva uno scrittore fiorentino anonimo del XIV secolo in una breve opera destinata ai commercianti, «Quale errore quello di fare commercio in modo empirico; il commercio è un affare di calcolo - si vuole fare per ragione-» (citato in Le Goff, 1956, p. 84).

È a partire da quel momento che la ragione strumentale comincia a essere vista come l'espressione più completa della razionalità umana e diventa il punto centrale nella costruzione di un discorso etnocentrico che misura lo sviluppo per ciò che essa rende possibile: un mondo centrato su valori ed azioni tecnologiche astratte; attraverso il suo lavoro, l'individuo è ridotto a semplice oggetto: diventa una semplice materia prima come la natura stessa.

Sul piano epistemologico, la ragione strumentale fornisce un nuovo modello di ciò che significa conoscere. Essa si presenta come una "epistemologia liberatrice": nella sfera del conoscere, essa libera l'individuo dagli ostacoli della tradizione e del potere. Hanna Arendt (1958, p. 585) la formula in questo modo: «L'uomo può conoscere solo quello che lui stesso ha creato». In questo contesto, la possibilità di sapere non resta nella scoperta di un senso cosmico nascosto, essa non resta nemmeno nella tradizione ma nella possibilità di comprendere il processo attraverso il quale l'oggetto di conoscenza viene e si dà all'individuo. In sintesi, se nell'antichità greca e nel Medio Evo ciò che primeggiava era *l'oggetto*, a partire dal XVI secolo, ciò che primeggia è *il processo* per il suo ottenimento.²

Come vedremo tra poco, questa epistemologia, che premia l'individualismo, sarà la base delle pedagogie dette "attive" o "centrate sull'allievo" che saranno elaborate verso la fine del XX secolo.

Il terzo disagio causato dal modernismo è una specie di paradosso interno, una contraddizione insita nelle sue stesse basi. Infatti, mentre il modernismo si presenta come una rottura con le strutture sociali, politiche ed economiche del mondo feudale, mentre libera l'individuo dalle costrizioni che la gerarchia medioevale gli impone, sia nelle azioni quotidiane sia nei suoi rapporti con gli altri, il modernismo posiziona il soggetto al centro di un mondo dove, giustamente ciò che ha appena

² Sul piano delle riflessioni sulla conoscenza, la nuova esigenza epistemologica è messa in evidenza, tra altri, da Descartes e la sua insistenza sul metodo. Oggetto e metodo divengono inseparabili.

guadagnato, ciò che costituisce la più preziosa delle acquisizioni, cioè la *libertà*, è, per una sorta di rovesciamento, messo inevitabilmente in pericolo. Si tratta quindi del disagio che risulta dalla constatazione che la libertà che l'individuo ha appena conquistato annega in una serie di meccanismi sociali e politici che, come il movimento dell'orologio - primo artefatto meccanico che annuncia in modo definitivo attraverso i suoi suoni impeccabilmente regolari l'arrivo della nuova epoca -, sono oltre il suo controllo. La libertà, così come concepita dalla modernità, non è stata che un'illusione, un essere effimero decapitato nella sua culla da un implacabile sistema governato da un'insensibile burocrazia che regola le nostre vite e le nostre aspirazioni. Foucault fa riferimento a questo fenomeno parlando della "morte del soggetto", di quel soggetto che si è sbagliato pensandosi «come origine e fondamento del Sapere, della Libertà, del Linguaggio e della Storia» (Foucault, 1994, p. 816). L'epistemologia francese fa allusione al momento storico nel quale il pensiero moderno arriva alla terribile constatazione che, più che produttore del linguaggio, il soggetto diventa il prodotto di quest'ultimo. Il mondo dell'esperienza soggettiva non è solamente il prodotto del lavoro individuale, ma è modellato da una realtà che oltrepassa il soggetto.

Il sociologo tedesco Theodor Adorno riferisce a proposito di questo problema in questi termini: «gli esseri umani hanno creato il mondo sempre più a propria immagine e questo mondo è diventato progressivamente il loro. Nello stesso tempo, tuttavia, il mondo è diventato sempre più un mondo che li domina. (Adorno 2001, p. 115).

Quest'antinomia ha delle ripercussioni che sono state ben presentate da Adorno: da una parte l'individuo è sempre più stato investito di poteri nella costruzione del sapere; d'altra parte, l'oggetto di sapere si è visto ridotto degli altri fattori non soggettivi che lo determinano (per esempio fattori storici e culturali). Il risultato è che le due sfere epistemologiche, individuo e oggetto, diventano ormai delle sfere divergenti» (Adorno, 2001, p. 115).

3. Le pedagogie centrate sull'allievo

Come abbiamo appena visto, il movimento culturale dal quale emerge la modernità è un movimento d'emancipazione della tradizione e del potere politico che lascia dietro di sé le macerie delle monarchie indebolite o scomparse. Esso getta le basi di una concezione dell'individuo secondo

la quale - e malgrado le difficoltà segnalate nel paragrafo precedente - egli è concepito come individuo autonomo e razionale. Sono le idee del movimento dal quale nasceranno le teorie educative del XX secolo. Esse emergono opponendosi alle teorie di orientamento comportamentista allora regnanti. Le nuove teorie si opporranno alle vecchie, forti di un discorso che pone l'allievo al centro dell'azione e dell'attenzione.

In armonia con "l'epistemologia liberatrice" della modernità, il ruolo dell'allievo non è più quello di *ascoltare* ma quello di *fare*. L'aula non è più percepita come il luogo della *trasmissione* della conoscenza ma come il luogo della *costruzione* del sapere.

Molti nomi sono associati alle idee sostenute dalle pedagogie attive (come Montessori e Dienes) ma è lo svizzero Jean Piaget che è considerato come l'ispiratore di questa nuova pedagogia. A prima vista, ciò può sembrare strano, visto che Piaget non era pedagogista ma epistemologo. Piaget, infatti, non si è preoccupato di teorizzare sull'insegnamento propriamente detto. Parlando delle implicazioni pedagogiche della sua epistemologia, ha chiaramente detto: «Io non sono un educatore, non ho consigli da dare» (Piaget, 1972, p. 27). Tuttavia, riesaminando la questione, ci si rende conto che le pedagogie attive non erano alla ricerca di una teoria dell'insegnamento ma di una teoria dell'apprendimento. L'individuo moderno, parlando di epistemologia liberatrice, esprimeva, effettivamente, come abbiamo visto precedentemente, la sua ribellione contro la tradizione e l'autorità, sostenendo, allo stesso tempo, la convinzione che egli dovesse agire in maniera indipendente senza che gli venisse chiesto.

È proprio in questo senso che Kant concepiva l'autonomia. Per Kant essere libero era poter fare le cose da soli o, come dice nelle *Riflessioni sull'educazione*, «di non dipendere dall'attenzione degli altri» (Kant, 1980, p. 88). È quindi in questo contesto che Piaget diceva che l'educazione non consiste nel ripetere le verità già stabilite ma «nell'imparare a controllare la verità da soli» (Piaget, 1973, p. 106). «Affinché il bambino capisca qualche cosa, egli la deve costruire da solo» (Piaget, 1972, p. 27). «Ciò che mi interessa», diceva Piaget, «è la creazione di nuove idee che non sono né preconfezionate né determinate dal sistema nervoso né dall'incontro con l'ambiente, ma *costruite dall'individuo stesso*» (Piaget, 1972, p. 25).

L'epistemologia genetica di Piaget offriva risposte precise alla domanda "come viene acquisito il sapere?". Piaget rispondeva per mezzo di una

teoria sottile e complessa nella quale ciò che primeggiava era l'azione e gli schemi d'azione dell'individuo. Lo sviluppo concettuale veniva spiegato con la crescente complessità di combinazioni di azioni e della loro astrazione misurate per mezzo di strutture logico-matematiche. In conseguenza di queste idee (accennate da Rousseau, Dewey ed altri), l'aula si è trasformata in un luogo di risoluzione di problemi. L'allievo vi circolava manipolando spesso degli oggetti. Non lavorava più da solo. Lavorava in gruppo. Ma qual è esattamente la natura di questa socialità? Che cosa succede con le differenze?

Nei suoi studi sociologici, Piaget si pone più volte il problema del sociale nello sviluppo concettuale. «Il problema», diceva, «è di stabilire se (...) la logica è sociale o non può essere che individuale» (Piaget, 1967, p. 81). La sua risposta è che la logica e il sociale sono indissociabili, ma questa indissociabilità è raggiunta solo grazie alla riduzione della sfera sociale, a una interazione semplice fra individui e considerando questi come agenti votati alla ricerca di una massimizzazione del profitto personale. Per Piaget, l'interazione è, in effetti, guidata dalla logica dei sacrifici e del guadagno che, interpretati in termini di idea logica di reversibilità, finisce in uno stato di equilibrio all'instaurarsi di meccanismi economici di domanda e offerta. L'azione di un individuo A è vista come un "servizio" reso a un altro individuo B; l'azione dell'individuo A ha un "valore sacrificato" che porta a una certa "soddisfazione" l'individuo B, soddisfazione che appare come "debito". Inversamente, B, agendo su A, produce un "debito" per A ecc. Lo scambio finisce in un equilibrio che dà soddisfazione ai due partecipanti. Questa concezione dell'interazione porta Piaget a una visione molto semplificata del sociale. Non solo trascurava il ruolo delle istituzioni sociali, la dimensione culturale che soggiace al rapporto fra l'individuo e il sapere, la dimensione storica della pratica sociale ma, soprattutto, Piaget propone una concezione troppo razionalista dell'Altro. *La differenza è ridotta a un gioco economico*. Rapportata alla scuola, questa transizione di interessi personali è stata tematizzata come *negoziazione*. Il capitale che circola è quello dei significati personali che gli allievi mobilitano più o meno come avviene in una borsa valori.

Susan Buck-Morss ha suggerito che l'idea di reversibilità di Piaget non è altro che un'espressione del principio astratto d'equivalenza che governa le relazioni di produzione e di scambio nelle società industriali. Sotto il capitalismo, questo principio, che rappresenta il trionfo definitivo del

valore dello scambio sul valore dell'uso, è stato elevato in modo acritico a una specie di principio regolatore dell'azione umana (Buck-Morss, 1975, p. 43).

In breve, Piaget ha offerto alla pedagogia la teorizzazione più completa della razionalità strumentale iniziata dai mercanti fiorentini sei secoli precedenti e i cui fondamenti teorici erano stati formalizzati da Kant nella prima Critica (nella quale la ragione è vista come ragione sintetizzante operante tramite regole: Kant, *Critica della ragion pura*).

Malgrado il suo contributo concreto all'eliminazione delle teorie pedagogiche di tipo comportamentista e malgrado il fatto che essa ha giocato un ruolo fondamentale nella nuova concezione dell'allievo (concezione che ha strappato l'allievo dal suo ruolo passivo per renderlo un soggetto che agisce), l'epistemologia genetica di Piaget, in armonia con le premesse della modernità, è stata, sfortunatamente, centrale nella creazione di un'idea molto individualista del sé che è diventata comune in educazione e in psicologia. Come abbiamo già visto prima, era nei precetti dell'individuo moderno l'idea di *dover* fare le cose per sé stesso (Arendt, 1958). In questo contesto, come presentare il ruolo del docente? Ormai esso diventa un pezzo ornamentale nel paesaggio educativo.

Così, mantenendo la tradizione individualista in educazione, e forse senza nemmeno rendersene conto, il didatta francese Yves Chevallard dice: «Nella configurazione didattica più fondamentale (...) una persona, *x*, studia qualche "oggetto", *o*, che è la messa in gioco *didattica*. Il didattico si identifica così al semplice fatto che *qualcuno (x) studia qualcosa (o) (...)*. C'è "del didattico" nella misura in cui c'è "dello studio". Che ci sia un "docente" poco importa» (Chevallard, 1997, p.19). Questo elemento individualista va di pari passo con il carattere razionalista con il quale è pensato l'individuo moderno. Tutto ciò, come sottolineato dallo psicologo canadese Jack Martin, tradotto sul piano dell'educazione, presuppone una concezione dell'allievo creata a immagine del pensatore cartesiano e dello scientifico moderno: «Si tratta di un sé cartesiano isolato dal suo ambiente (...) ambiente che, pur potendo esercitare una certa influenza su di lui, non è assolutamente come una parte costitutiva del sé, poiché questo sé è il bastione intimo dell'esperienza individuale e della sua esistenza (...) Le sue risorse, le più vitali, sono come già alloggiate nella sua interiorità. Agisce come arbitro finale dell'effettività di senso delle proprie azioni (...) È un sé che conosce già i suoi problemi, un sé che richiede solo degli stimoli per

diventare più ampiamente socializzato e intellettualmente impegnato» (Martin, 2004, p. 197).

I centri di apprendimento - quelle stazioni che venivano piazzate qua e là nell'aula per consentire agli allievi di visitarle, le une dopo le altre, in gruppo o da soli - erano infatti dei punti di stimolazione dell'attività intellettuale dell'allievo, dalle quali doveva risultare la costruzione personale del sapere. Monumenti pedagogici dell'educazione moderna, questi centri erano, in primo luogo, dei punti di riferimento fisici di un percorso appena tracciato con lo scopo di guidare l'allievo al raggiungimento della sua autonomia e autorealizzazione. Poiché, oltre ai fini pragmatici imposti dall'ampiezza che la scienza e la tecnologia prendevano nella vita moderna, la modernità giustificava l'educazione con il raggiungimento dell'autonomia e dell'autorealizzazione da parte dell'allievo (Peters, 1988, p. 349). Come segnalato da Kant, l'educazione deve permettere all'allievo di raggiungere, sfruttando le sue capacità naturali e mentali, la ragione e l'autonomia. È per questo che Kant insisteva sul fatto che in educazione si deve piuttosto guidare l'allievo, che non istruirlo.

Da ciò, una delle questioni con le quale era messa a confronto l'educazione era quella di precisare la distanza che separa il docente dall'allievo. In che misura il docente può intervenire durante l'apprendimento dell'allievo senza limitare la sua autonomia? Il docente, dando una risposta o proponendo un'idea durante la risoluzione di un problema, non sta tentando di imporre un punto di vista personale che impedisce all'allievo di costruire le "sue" conoscenze e quindi di oltrepassare i limiti dell'autonomia dell'allievo che apprende?

Le domande precedenti si possono riassumere in questo modo: il docente ha, semplicemente, il diritto di insegnare? Carl Bereiter, professore emerito dell'Istituto dell'Ontario per gli Studi in Educazione, nel libro *Must we educate?* (Bereiter, 1973), fa una distinzione fra educazione (che secondo lui riguarda scelte e orientamenti personali ecc.) e allenamento (riferito a delle abilità) e sostiene che la scuola non ha il diritto di educare, in quanto educare implica la formazione dello spirito: «L'educazione è una questione di obiettivo e di interesse. Educare un bambino è agire con lo scopo di influenzare lo sviluppo del bambino nella totalità della sua persona» (Bereiter, 1973, p. 6). Per Bereiter, un atto simile è amorale. In questo contesto il docente, semplicemente, non

ha il diritto di educare.

Avendo creato una separazione fra l'allievo ed il suo ambiente e avendola spinta fino all'estremo, l'educazione moderna di ispirazione kantiana, con intensità diverse, ha finito con l'isolare l'individuo, chiudendolo in un solipsismo inquietante. Si è finito col favorire un concetto vuoto, cavo, del sé, un sé che «è staccato dalle tradizioni di vita storiche e contemporanee, non ingombrate da considerazioni politiche ed etiche della vita in comune» e vive solo per fare «ciò che gli piace cercando il proprio interesse» (Martin, 2004, p. 199).

Di certo, la filosofia soggiacente alla moderna educazione kantiana ha avuto un'influenza variabile nella pratica pedagogica quotidiana della scuola. Alcuni insegnati hanno abbracciato questa teoria mettendola in pratica. Altri l'hanno abbracciata ma non nella pratica e altri ancora l'hanno rifiutata ma non per continuare a seguire necessariamente le pratiche comportamentiste. Negli ultimi dieci anni c'è stato, in particolare sotto l'influenza di tradizioni filosofiche e psicologiche che si rifanno a Hegel e Marx, uno sforzo per riformulare diversamente il problema della ragione e dell'alterità in educazione. Il problema dell'apprendimento è stato posto non tanto come problema di costruzione ma come problema di *acquisizione* del sapere, senza comunque fare del concetto di individuo qualche cosa che si riduca sia al biologico e al soggettivo, sia al sociale.

Nella parte conclusiva di questo articolo, citerò alcuni elementi di una di quelle teorie dette "socioculturali dell'apprendimento". È una teoria sulla quale lavoro, con altri colleghi, da alcuni anni (la *Teoria culturale dell'oggettivazione*) che mette al centro della nostra ricerca ciò che noi chiamiamo l'"io comunitario". Prima di farlo, nel prossimo paragrafo, dovrò parlare del costruttivismo in didattica della matematica. Anche se solo in modo generale, vedremo i tentativi effettuati da una corrente di impostazione kantiana per assimilare ai suoi fondamenti teorici la dimensione sociale dell'apprendimento.

4. Il costruttivismo nell'educazione matematica

Nel paragrafo precedente abbiamo detto che l'epistemologia genetica di Piaget è stata un grande fonte di ispirazione nello sviluppo di teorie dell'educazione dette attive. Probabilmente non sarebbe un'esagerazione dire che l'effetto dell'epistemologia genetica piagetiana si è fatto sentire con un'intensità tutta particolare nell'insegnamento della matematica.

L'orientazione teorica molto razionalista di questa epistemologia, nella quale lo sviluppo concettuale si esprime precisamente in termini di strutture logico-matematiche è, senza dubbio, stato una delle ragioni della sua popolarità presso la didattica di questa disciplina.

Per meglio situare la posizione del costruttivismo nell'insegnamento della matematica, cominciamo con il sottolineare che, prima dell'avvento delle teorie attive, così come per le altre discipline, l'insegnamento della matematica era influenzato dalle teorie costruttiviste. Anche se la matematica era considerata una disciplina particolare per il suo carattere eminentemente logico che richiede dei ragionamenti profondi e precisi, il suo insegnamento era stato ridotto a una serie di procedure che gli allievi applicavano senza troppo sapere il perché. In un articolo scritto una ventina di anni or sono, Pablo Cobb diceva: «Un'abbondante ricerca dimostra che gli allievi utilizzano in modo stereotipato dei metodi prescritti che consentono loro di risolvere particolari compiti per i quali hanno ricevuto un insegnamento senza aver sviluppato il sapere concettuale auspicato» (Cobb, 1988, p. 90).

È proprio contro questo insegnamento "a memoria" che il costruttivismo, nell'insegnamento della matematica, sin dagli inizi, si rivolta. In effetti, per il costruttivismo, «uno degli scopi fondamentali dell'insegnamento della matematica è, o dovrebbe essere, quello di aiutare l'allievo a costruire le proprie strutture (mentali) che sono più complesse, potenti e astratte di quelle che agli possiede quando l'insegnamento inizia» (Cobb, 1988, p. 89).

In accordo con i principi educativi già sostenuti da Kant, il ruolo del docente non è concepito come quello del trasmettitore di informazioni: «Il ruolo del docente non è semplicemente di trasmettere agli allievi delle informazioni sulla matematica. Una delle responsabilità primarie del docente è quella di facilitare una ricostruzione e una riorganizzazione concettuale profonda» (Cobb, 1988, p. 89).

Il problema dell'alterità non appare come tema più o meno esplicito che in articoli conseguenti, quando la discussione, in educazione matematica si volge contro la prospettiva "rappresentazionista", prospettiva, questa, guidata dal principio che l'insegnamento consiste nell'aiutare l'allievo a costruire delle rappresentazioni mentali che riflettono, in modo adeguato, delle relazioni matematiche che si trovano al di fuori del pensiero (Cobb, Yackel, Wood, 1992; p. 4). Dall'inizio degli anni '90, il costruttivismo preconizza l'idea che l'attività matematica è sia

individuale che *sociale* e sfocia in ciò che diventerà noto come *sociocostruttivismo*. In armonia con l'idea di Piaget sull'alterità, l'intersoggettività è un processo attraverso il quale il docente e gli allievi costruiscono ognuno le proprie interpretazioni personali che sono negoziate con gli altri (Cobb, Yackel, Wood, 1992). L'idea del sociale che preconizza il costruttivismo viene espressa in modo molto chiaro nel seguente passaggio di un articolo recentemente apparso: «Il termine sociocostruttivismo (...) comprende la parola "costruttivismo" che traduce l'idea che ogni conoscenza deriva da un processo di costruzione nel quale l'attore principale è il discente. Quanto al prefisso "socio", esso sottolinea l'importanza delle interazioni sociali che influenzano questo processo» (Jonnaert, Masciotra, 2007, p. 56).

La relazione fra dimensione sociale ed individuale è ulteriormente precisata dicendo che l'individuo costruisce le proprie conoscenze e competenze «interagendo con gli altri e adattando ciò che già conosce alle esigenze della situazione (...) La dimensione "socio" presuppone che il docente faciliti le interazioni fra allievi» (Jonnaert, Masciotra, 2007, p. 57). In questo, il sociale è preso in conto ma solamente come spazio di scambio e di simulazione intellettuale (Martin, 2004).

Sul piano pratico, la portata dell'interazione sulla quale poggia la negoziazione di significati non avviene in modo scontato. In effetti è difficile, se non impossibile, inserire nella dinamica dell'evoluzione della negoziazione, un sapere culturale di riferimento, senza dare un peso particolare alla voce del docente. Ci si ricorderà, infatti, che, dal modo con il quale il problema dell'autonomia è stato posto tanto da Kant quanto da Piaget, il docente non deve influenzare l'allievo per non interferire con la sfera di autonomia di quest'ultimo. Alcuni hanno addirittura inteso il principio costruttivista secondo il quale l'allievo deve costruire da solo le proprie conoscenze, come una richiesta di un lasciar fare da parte del docente nei confronti dell'allievo. I teorici del costruttivismo hanno reagito affermando che: «la conclusione che il docente non dovrebbe influenzare gli sforzi costruttivi degli allievi non è difendibile in quanto abbiamo affermato che la matematica può essere costruita come una pratica sociale e un progetto comunitario. Nella nostra prospettiva, l'idea che gli allievi possano essere lasciati a sé stessi per costruire i modi di conoscenze matematiche compatibili con quelli sociali, è una contraddizione in termini» (Cobb, Yackel, Wood, 1992, p. 27).

Ma com'è possibile - con questa concezione dell'insegnamento, che si basa sulla negoziazione di costruzione di significato personale e che vuole evitare ogni forma di influenza suscettibile di portare attentati all'autonomia dell'allievo - essere certi che le concettualizzazioni soggettive e le loro negoziazioni convergeranno veramente verso le concettualizzazioni auspiccate dai programmi di studio? In termini più generali, la domanda è la seguente: come si può assicurare che una costruzione soggettiva (sia essa il prodotto di una persona o di una negoziazione di significati di più persone) converga verso il sapere sociale atteso?

La domanda è certamente profonda. Essa è stata posta a Piaget stesso dal matematico René Thom (a proposito della conformità fra sapere costruito e la realtà del mondo) senza che Piaget potesse dare una risposta soddisfacente.³

All'interno di certe costrizioni, il docente è chiamato ad effettuare un itinerario che alcuni considerano impossibile - una marcia su una specie di campo minato lungo una barriera insuperabile che delimita lo spazio della collettività e dell'individualismo. «Noi camminiamo», dicono due sociocostruttivisti, «sul bordo che separa la comunità dall'individuale» (Fosnot, Dolk, 2001, p.28).

Sempre sul piano pratico, poiché i significati costruiti sono strettamente individuali, non c'è modo di sapere se essi coincidono fra di loro. Malgrado questa situazione sia stata considerata come strana, stravagante e soprattutto che porta poco all'insegnamento della matematica (vedere, per esempio, la critica di Golden, 1991), per il costruttivismo ciò non crea problema. Ispirandosi all'interazionismo simbolico (Blumert, 1969) si prendono i significati individuali *come se essi fossero ripartiti* (taken-as-shared), cioè come se si parlasse tutti della stessa cosa. Ma come non cadere in una compartimentazione di voci individuali che vivono, ognuna, nel loro mondo ed il cui incontro è una chimera vagamente consolante?

In virtù delle difficoltà precedenti, che derivano dal fatto di porre il problema del sociale e dell'individuale nel modo in cui l'abbiamo indicato prima, Lerman ha sostenuto che il costruttivismo non è una teoria coerente. Per Lerman, l'articolazione che il costruttivismo fa fra

³ Si veda Piattelli Palmarini (1982). La domanda è posta alla p. 503; la risposta è alla p. 510.

sociale e individuale resta un'articolazione *formale*, una specie di giustapposizione, senza che la dimensione sociale diventi veramente costitutiva della dimensione individuale. Il sociale, in fin dei conti, è ridotto allo spazio di negoziazione e dei "feedbacks" che l'individuo riceve nel suo percorso di adattamento ad un ambiente che, in fin dei conti, non è altro che un catalizzatore dell'attività intellettuale e morale. Allora, domanda Lerman (1966, p. 140), perché voler insistere sul sociale e volerlo proporre il più possibile se, in ogni caso, nel costruttivismo c'è uno scarto irriducibile che separa sociale e individuale?

Le concettualizzazioni costruttiviste elaborate negli anni successivi precisarono meglio questa irriducibile distanza. Questa volta, l'interlocutore del dialogo con i costruttivisti non è stata la prospettiva "rappresentazionista" in educazione matematica, ma le prospettive vygotskiane delle quali Lerman (1996) stesso e Bartolini Bussi (1991, 2005) sono stati dei grandi pionieri. La distinzione che il costruttivismo fa tra sociale e individuale è stata contrassegnata da due concetti diversi. Da una parte, *i processi sociali legati al dibattito in classe* e, dall'altra, *i processi psicologici degli allievi*. Mentre questi ultimi sono stati approfonditi secondo le idee piagetiane di astrazione riflettente, il primo è stato concepito in termini di riflessione collettiva. Così, opponendosi all'idea, certamente ingenua, di origine comportamentista, di una relazione causale secondo la quale la discussione in classe produce necessariamente effetti al livello concettuale nell'allievo, il costruttivismo affermava che il collegamento fra i due processi non può essere che indiretto: «Questa prospettiva riconosce tanto il processo di apprendimento della matematica che i suoi prodotti - (cioè) delle forme matematiche sempre più sofisticate del sapere - sono esclusivamente sociali. Malgrado ciò essa sottolinea anche che i bambini costruiscono attivamente la loro comprensione della matematica attraverso la loro partecipazione nel processo sociale della classe. Per sottolineare questo legame fra aspetto individuale e collettivo dello sviluppo matematico, noi distinguiamo fra processo psicologico dell'azione riflettente e l'attività comune di *riflessione collettiva* che si verifica tramite la partecipazione dei bambini alle riflessioni» (Cobb, Boifi, McClain, Whitenack, 1997, p. 264; sottolineato nell'originale).

Più avanti, facendo riferimento a un esempio discusso alla luce di un costrutto teorico di discussione riflessiva, si legge: «Questa discussione

sulla discussione riflessiva prende in esame l'idea secondo la quale i bambini sarebbero semplicemente coinvolti in un discorso che avrebbe determinato il loro pensiero individuale» (Cobb et al., 1997, p. 264). E siccome essi interpretano la teoria di Vygotskij in termini vicini al comportamentismo, come una teoria che postula un legame diretto, casuale, fra il sociale e l'individuale,⁴ affermano che «è precisamente qui che ci allontaniamo dalla teoria vygotskiana» (op. cit., p.272).

Lo scopo non è ora qui di discutere l'inesattezza dell'interpretazione fatta dei principi di base della teoria vygotskiana. Lo scopo è piuttosto quello di mostrare che il modo di porre il problema dell'alterità da parte del costruttivismo poggia su una dicotomia riduttrice e semplicistica. Come osserva Lerman: «Per i costruttivisti le due alternative sono sia l'assolutismo di tipo platonico o empirico, sia l'individuo autonomo che costruisce il suo proprio mondo. L'idea di un pensiero costruito nell'esperienza sociale e culturale, per essi, non è che un'altra forma di assolutismo» (Lerman, 1996, p. 138).

Questa concezione limitata dell'alterità che si erige sulla struttura di due sole alternative considerate dal costruttivismo, potrebbe essere imputata ad una lettura affrettata degli approcci vygotskiani e delle loro corrispondenti basi teoriche. Questa soluzione sembra però troppo facile e, in realtà, poco fondata (vedere per esempio Cobb, 1998). La dicotomia sembra piuttosto essere la *conseguenza* di un'adesione profonda ai principi costruttivisti già enunciati da Kant nelle sue *Riflessioni sull'educazione*. Io non penso che il costruttivismo sia incoerente, come suggerisce Lerman (1996). Al contrario, è proprio perché il costruttivismo vuol restare coerente ai principi della "epistemologia liberatrice" formulata con precisione nel Secolo dei lumi e alla sua idea di autonomia, che esso deve conformarsi con un'idea troppo povera e superficiale delle dimensioni sociale e culturale dell'apprendimento e, più in generale, dell'alterità. Non è per caso, infatti, che il problema dell'autonomia sia rimasto un tema centrale in tutti gli scritti costruttivisti.

⁴ «Vygotskij (1978) arguisce che le qualità dello sviluppo mentale sono *derivate da, e generate per mezzo di*, le proprietà distintive dell'organizzazione socioculturale delle attività alle quali l'individuo partecipa» (Cobb et al., p. 272).

5. L'“io comunitario”

Alla fine del paragrafo 4, ho menzionato il fatto che il problema dell'apprendimento è un problema di acquisizione di sapere. Ma dobbiamo restare vigili perché possiamo fraintendere il senso delle parole poiché, ponendo il problema dell'apprendimento come acquisizione, mobilitiamo almeno due idee. Da un parte “l'azione di *acquire*” qualche cosa e, dall'altra, questo *qualche cosa* che è l'oggetto dell'azione di *acquire*. Dobbiamo quindi intenderci su queste due idee. Il termine “acquisizione” è generalmente inteso come possesso, nel suo senso etimologico. Il nome *acquisizione* viene dal latino *adquaerere* che vuol dire *cercare*. Acquisizione designa quindi, nel suo senso originale, un atteggiamento, un processo di apertura. Io lo considero come movimento di apertura sul mondo e sugli altri.

Come capire ciò cui tende l'atto di acquistare, questa cosa che si cerca quando c'è un apprendimento? Non è sicuramente un oggetto trascendentale; non una forma platonica immutabile, preesistente all'attività umana. Gli oggetti di sapere (per esempio l'idea di giustizia, del buono, del bisogno o l'idea di cerchio) sono in fin dei conti generati dall'attività di riflessione degli individui nel corso della loro pratica sociale. Sono degli oggetti socioculturali con una storia propria.

Apprendere, dunque, è andare alla ricerca dell'altro e degli oggetti di cultura. È andare verso un mondo che sta davanti a noi, popolato dai suoi propri oggetti concettuali, le sue tradizioni, le verità, i conflitti, i suoi problemi.

Imparare è *divenire*. È articolare il proprio Io - attraverso la mia partecipazione, la mia approvazione, la mia disapprovazione, la mia non sottomissione ecc. - nel grande scenario delle sfide sociali che mi hanno prodotto, a mia insaputa (come scriveva Foucault spingendo le premesse della modernità alle loro estreme conseguenze) ma perché ho smesso di essere per gli altri.

Io chiamo “io comunitario” l'idea dell'individuo che deriva da questa prospettiva (vedere anche Radford, 2006a).

Si vede subito che l'“io comunitario” non può costruire il proprio sapere perché il sapere si fa con gli altri. Cercare di acquisirlo nel senso del possesso o della costruzione è come tramutare l'apprendimento in sudditanza. L'atto dell'apprendimento non è solo un atto concettuale, è prima di tutto etico. Nella teoria educativa che qui cerco di abbozzare, il sapere non è mai neutro. Semplicemente non può esserlo. È proprio

l'alterità che impedisce alle strutture del sapere e della ragione, di cadere nell'impersonale e nel vuoto. Come? Attraverso la comunicazione.

6. Comunicazione

Il concetto di comunicazione riveste qui un significato diverso da quello che gli viene dato in altri approcci teorici. Nelle teorie educative di ispirazione piagetiana, la comunicazione, l'abbiamo già visto, è il veicolo della negoziazione e conserva - a volte in modo esplicito ma più spesso implicito - questo carattere antagonista fra attori tipico dei presupposti dell'"epistemologia liberatrice".

L'"io" entra in relazione con l'"altro" in un processo di concessioni necessarie al mantenimento della relazione sociale; è una specie di compromesso inevitabile. Nel suo gesto di scambio, l'io cede un po' del suo spazio, è un "valore sacrificato" come diceva Piaget, che si concede aspettando che l'altro lo faccia a sua volta, che anche lui conceda un po' del suo spazio. Tuttavia, in questa negoziazione, il nocciolo più profondo dell'"io" non è realmente condizionato dall'"altro". Se fosse altrimenti, se succedesse che una fessura - per piccola che sia - si aprisse nella barriera dietro la quale si nasconde l'"io", la sua autonomia sarebbe inevitabilmente messa in pericolo (Lerman, 1996). Non ci sarebbe più mezzo di distinguere fra ciò che viene dall'"io" e ciò che viene dall'"altro". Da quel momento, non sarebbe più possibile dire se una costruzione concettuale è veramente dell'"io" oppure quella dell'"altro". Se ci fosse una fessura, né l'allievo né l'insegnante, né un osservatore esterno qualsiasi potrebbe dire, con certezza, se la nuova idea viene strettamente dall'allievo o no.

Sicuramente questa concezione della comunicazione suppone che questa sia neutra - uno scambio impersonale fra ascoltatori e recettori. Il linguaggio e i segni appaiono, in questo contesto, come oggetti di *rappresentazione* di un mondo impersonale.

Nella teoria socioculturale della quale parlo (Radford, 2006b), la comunicazione, al contrario, rimanda a un stile di vita. Più che oggetto da decodificare, il linguaggio che essa presuppone è legame: «coscienza reale, pratica, esistente anche per altri uomini, esistente quindi anche per me» (Marx, Engels, 1846/1970). Il linguaggio è un sistema dinamico dal quale ognuno di noi attinge il senso delle parole che sono state forgiate dalle mani delle generazioni precedenti (Mikhailov, 1980, p. 199). La

comunicazione e il linguaggio sono dei ponti che portano l'individuo verso gli altri e il mondo nel loro cammino verso la pratica sociale.

A livello scolastico, più che incoraggiare gli allievi a elaborare delle costruzioni personali, autonome, noi incoraggiamo gli allievi a parlare fra di loro, a cercare di comprendersi, a costruire progetti comuni, a diventare critici verso i propri propositi e quelli degli altri (Radford, Demers, 2004). In sostanza noi li incoraggiamo ad *apprendere* nel senso definito prima. Questa idea dell'apprendere poggia su una non distinzione fra *essere* e *sapere* poiché l'apprendimento è sotteso da due processi complementari: da una parte l'apprendimento si basa su una *oggettivazione* del sapere culturale, cioè su una *ricerca* o su un procedere critico nei confronti del *sapere* che è già presente nella cultura. Dall'altra parte, essa si basa anche su un processo di *soggettivazione* del Me, un processo *d'essere* che fa del Me un evento unico e non riproducibile, dato che, contrariamente alla tradizione epistemologica classica, l'atto di conoscere non esclude il radicarsi dell'essere che conosce nell'essere conosciuto (Lévinas, 2006, p. 39).

Per riassumere i propositi precedenti, ricordiamo ancora un'ultima volta che apprendere non è semplicemente assorbire delle conoscenze ma è andare verso l'altro e il mondo, attraverso dei gesti linguistici, corporali e altri che permettono di articolare, attraverso i caratteri personali che mi rendono unico, dei valori culturali costruiti nel corso dei secoli. Ciò perché il mondo che abito non è esattamente il mio mondo, il mondo di un essere solipsista rinchiuso su sé stesso, ma un mondo comune, forgiato non solo dalle mie mani ma anche da quelle di coloro che mi hanno preceduto; è il mondo dei vivi e dei morti.

Bibliografia

- Adorno T. W. (2001). *Kant's Critique of Pure Reason*. Stanford CA: Stanford University Press.
- Arendt H. (1958). The modern concept of history. *The Review of Politics*. 20(4), 570-590.
- Bartolini Bussi M. G. (1995). Analysis of Classroom Interaction Discourse from a Vygotskian Perspective. In: Meira L., Carraher D. (Eds.) (1995). *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 95-98). Universidade Federal de Pernambuco, Brazil.
- Bartolini Bussi, M. G. (1991). Social interaction and mathematical knowledge. In: Furinghetti F. (Ed.) (1991). *Proceedings of the Fifteenth Annual*

- Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 1-16). Assisi, Italy.
- Bereiter C. (1973). *Must we educate?* Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Blumer H. (1969). *Symbolic Interactionism, Perspective and Method*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Buck-Morss S. (1975). Socio-Economic Bias in Piaget's Theory and Its Implications for Cross-Culture Studies. *Human Development*. 18, 35-49.
- Chevallard Y. (1997). Familière et Problématique, la Figure du Professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 17(3), 17-54.
- Cobb P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*. 23(2), 87-103.
- Cobb P. (1998). Learning from Distributed Theories of Intelligence. *Mind, Culture, and Activity*. 5(3), 187-204.
- Cobb P., Boifi A., McClain K., Whitenack J. (1997). Reflective Discourse and Collective Reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(3), 258-277.
- Cobb P., Yackel E., Wood T. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*. 23(1), 2-33.
- Dewey J. (1897). My Pedagogic Creed. *School Journal*. vol. 54, 77-80.
(Scaricato da: http://en.wikisource.org/wiki/My_Pedagogic_Creed)
- Fosnot C. T., Dolk M. (2001). *Young mathematicians at work*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Foucault M. (1994). *Dits et écrits* (Vol. I). Paris: Gallimard.
- Goldin G. A. (1991). Epistemology, Constructivism, and Discovery Learning in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph 4. 31-47.
- Harms W. (2007). America's individualist culture influences the ability to view others' perspectives. *The University of Chicago Chronicle*. Thursday, July 12, 2007. 26, 19.
<http://chronicle.uchicago.edu/070712/perspectives.shtml>
- Jonnaert P., Masciotra D. (2007). Socioconstructivisme et logique de compétences pour les programmes d'études. In: Lafortune L., Moussadak E., Jonnaert P. (Eds.) (2007). *Observer les réformes en éducation*. Québec: Presses de l'Université du Québec. 53-75.
- Kant I. (1980). *Réflexions sur l'éducation*. Paris: Vrin.
- Le Goff J (1956). *Marchands et banquiers du moyen âge*. (Ristampa, 1968). Paris: Presses Universitaires de France.
- Lerman S. (1996). Intersubjectivity in Mathematics Learning: A Challenge to the Radical Constructivist Paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*. 27(2), 133-150.

- Lévinas E (2006). *Totalité et infini*. Paris: Librairie Générale Française.
- Martin J. (2004). The Educational Inadequacy of Conceptions of Self in Educational Psychology. *Interchange: A quarterly review of Education*. 35, 185-208.
- Marx K. (1846/1970). *The German Ideology*. New York, New York: International Publishers.
- Mikhailov F. T. (1980). *The Riddle of the Self*. Moscow: Progress Publishers.
- Peters R. S. (1988). Democratic Values and Educational Aims. In: Hare W., Portelli J. P. (Eds.) (1988). *Philosophy of Education*. Calgary: Detselig.
- Piaget J. (1967). *Études sociologiques*. Genève: Librairie Droz.
- Piaget J. (1972). Some aspects of Operations. In: Piers M. W. (Ed.) (1972). *Play and development*. New York: Norton. 15-27.
- Piaget J. (1973) *To Understand Is to Invent. The Future of Education*. New York: Grossman Publishers.
- Piattelli-Palmarini M. (Ed.). (1982). *Théories du langage, théories de l'apprentissage : le débat entre Jean Piaget et Noam Chomsky*. Paris: Seuil.
- Radford L. (2006a). Communication, apprentissage et formation du *je communautaire*. In: D'Amore B., Sbaragli S. (Eds.) (2006). *Incontri con la Matematica, 20th National Italian Conference on the Teaching and Learning of Mathematics*. Bologna: Pitagora. November 3-5, 2006. 65-72.
- Radford L. (2006b). Elements of a Cultural Theory of Objectification. *Relime, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Special Issue on Semiotics, Culture, and Mathematical Thinking. Editors: Luis Radford e Bruno D'Amore. 103-129.
- Radford L., Demers S. (2004). *Communication et apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*. Ottawa: Centre franco-ontarien des ressources pédagogiques. Pubblicato in italiano: Bologna: Pitagora, 2006.
- Taylor C. (2003). *The Malaise of Modernity*. Toronto: Anansi.
- Wilkinson G. T. (1980). On assisting Indian People. *Social Casework*. 61(8), 451-454.

Traduzione di Danilo Frigerio

Lradford@laurentian.ca

<http://www.laurentian.ca/educ/lradford/>

Parole chiave: concezioni dell'allievo; costruttivismo; prospettiva socioculturale; pedagogie attive; relazione all'altro.