L'INFORmathEUR

Mai 1993

AFEMO

Numéro 4

Association française pour l'enseignement des mathématiques en Ontario

Mot du président

Lors du dernier numéro de l'InforMATHeur, je vous faisais part d'une rencontre avec nos collègues anglophones des deux autres associations mathématiques et avec des représentants du ministère de l'Éducation et de certaines universités. Suite à cette rencontre, il fut suggéré de créer un comité premanent qui aurait pour mandat d'étudier et de faire des recommandations sur tout sujet concernant l'enseignement des mathématiques à l'élémentaire et au secondaire. Ce comité serait composé d'une trentaine de membres représentant les enseignantes et les enseignants de l'élémentaire, du secondaire, des collèges communautaires et des universités, les conseillères et les conseillers pédagogiques, de même que le ministère de l'Éducation. L'AFEMO s'est assurée d'une représentativité en obtenant la responsabilité de nommer une représentante ou un représentant à chacun des niveaux élémentaire et secondaire. Je vous donnerai plus de détails lorsque le comité sera mis sur pied.

L'AFEMO a été créée en février 1991 et, selon sa constitution, une assemblée générale doit être tenue à tous les deux ans. Cependant, les restrictions budgétaires auxquelles font face tous les conseils scolaires nous ont poussés à la reporter de quelques mois. Elle aura donc lieu lors d'un colloque qui se tiendra à Ottawa les 11 et 12 novembre prochains. Le colloque est organisé par l'association régionale de l'est, soit l'Association des matheuses et des matheux de l'est de l'Ontario (AMEO). Nous vous encourageons à réserver dès maintenant ces dates et à planifier votre budget afin de pouvoir être des nôtres. Un vaste choix d'ateliers à tous les niveaux vous attendent. De plus, nous élirons un nouvel exécutif et nous étudierons des propositions d'amendements à notre constitution. Des bulletins de mise en candidature et la constitution paraîtront dans le prochain numéro de l'InforMATHeur cet automne.

Au nom du comité exécutif, je profite de l'occasion pour souhaiter à toutes et à tous une bonne fin d'année scolaire et de merveilleuses vacances d'été bien méritées. Nous vous remercions pour votre appui et nous espérons vous compter parmi nos membres encore l'an prochain.

Gérard Proulx

Mot de la rédaction :

Merci à ceux et celles qui nous ont envoyé des articles et activités. Notre prochain numéro de l'InforMATHeur paraîtra à l'automne et traitera surtout de notre colloque et assemblée annuelle. Vous pouvez tout de même nous envoyer des articles, des activités ou tout simplement nous écrire. Nous publierons vos écrits dans un prochain numéro.

N.B. Vous pouvez envoyer vos écrits à :

Marie-Andrée Faubert
École sainte-Geneviève
2198, rue Arch
Ottawa (Ontario)
K1Y 1C7

L'ALGÈBRE COMME OUTIL DE DÉMONSTRATION

Luis Radford
École des sciences de l'éducation
Université Laurentienne

Apprendre l'algèbre constitue un problème majeur pour nos élèves. Du point de vue de l'enseignement, la solution à ce problème demande de mieux connaître la spécificité des difficultés que les élèves rencontrent quand ils abordent l'algèbre et la façon dont ils construisent les concepts algébriques. Une des questions qu'on peut se poser est celle de savoir comment les concepts arithmétiques et les concepts géométriques déjà acquis interviennent dans la construction des concepts algébriques. Le programme cadre du Ministère de l'éducation de l'Ontario insiste sur le fait de faire relier l'arithmétique et la géométrie à l'algèbre, et considère celle-ci comme une arithmétique généralisée (cette conception de l'algèbre comme arithmétique généralisée se trouve déjà dans les Éléments d'Algèbre du mathématicien suisse Léonard Euler, publié en 1770), en favorisant dans une certaine mesure l'approche par résolution de problèmes en mots (Word problems). Cependant, l'algèbre peut aussi jouer un rôle important comme outil de démonstration. La différence essentielle entre l'algèbre comme outil de résolution de problème et l'algèbre comme outil de démonstration est que dans le premier cas, l'algèbre permet de trouver la (ou les) solution(s) d'un problème posé : les concepts clés sont donc ceux d'inconnues, et d'équation. Dans le deuxième cas, il n'y a pas d'équation à résoudre, il n'y a pas d'inconnue, mais il s'agit de valider un résultat, c'est à dire d'expliquer à travers un discours cohérent-pourquoi une certaine situation fonctionne. Bref, il s'agit de démontrer un résultat. On voit donc que le rôle de l'algèbre comme outil de résolution de problèmes diffère du rôle de l'algèbre comme outil de démonstration.

Voyons un exemple qui peut permettre de comprendre ce dernier rôle de l'algèbre. Je vais prendre l'exemple d'une méthode égyptienne contenue dans un Papyrus écrit vers 1650 av. J.-C. (et qui constitue d'ailleurs un des plus vieux témoignages d'activité mathématique dans les anciennes civilisations). Le problème présenté dans le papyrus est le suivant :

«Une quantité dont la septième partie lui est ajoutée devient 19»

La question est de trouver "la quantité". Le scribe résout le problème à travers une suite de calculs (qu'il n'explique pas) : il prend une solution provisoire : il prend comme solution le nombre 7. On aurait alors $7 + 7/7 = 7 + 1 = 8$. Bien sûr, d'après l'énoncé du problème, on doit obtenir 19. Donc, dans la deuxième étape (une étape d'ajustement), il cherche le nombre par lequel on doit multiplier 8 afin d'obtenir 19. Le scribe trouve que le nombre est 19/8 ou 2 3/8. Dans la troisième et dernière étape, le scribe multiplie la solution provisoire, 7, par le facteur d'ajustement, 2 3/8, et il obtient 16 5/8, qui est effectivement la solution cherchée.

On peut se poser un certain nombre de questions intéressantes :
(1) Si on applique la même méthode en prenant comme solution provisoire non pas 7 mais 14, obtient-on la même réponse à la fin ?
(2) Qu'arrive-t-il quand on prend comme solution provisoire 15 ?
(3) Peut-on prendre un nombre négatif ?
(4) Comment expliquer que la méthode égyptienne fonctionne ?

C'est dans la quatrième question qu'on peut faire intervenir l'algèbre pour expliquer une situation mathématique. Quand on pose cette question aux élèves, souvent ils traduisent l'énoncé du problème en équation, ce qui donne : $x + (x/7) = 19$. Puis, ils constatent que la solution algébrique de cette équation est la même qu'on obtient quand on utilise la méthode égyptienne, c'est-à-dire, 16 5/8. Et ils pensent que la validité de la méthode égyptienne est assurée du fait qu'il y a coïncidence au niveau du résultat des deux procédures. Bien sûr, cela ne suffit pas à assurer la validité de la méthode égyptienne (en effet, on a constaté que celle-ci donnait comme réponse 16 5/8, juste pour certaines solutions provisoires : au départ on a pris le nombre 7, puis le nombre 14, ensuite le 15, et peut-être que vous-même vous en avez ajouté quelques autres de votre cru... Mais il nous faut encore une infinité des nombres, par exemple le nombre de cinq chiffres constitué par les décimaux qui occupent les places cent, cent-un, cent-deux, cent-trois, cent-quatre et cent-cinq dans le développement décimal du nombreπ, c'est-à-dire le nombre : 70679).

Pour pouvoir expliquer pourquoi la méthode en question fonctionne, il faut sortir des vérifications arithmétiques. Plutôt que de considérer un nombre particulier, considérons un nombre a quelconque et appliquons-lui la méthode égyptienne : cette méthode consiste à calculer $a + a/7$, ce qui donne $8a/7$. Ensuite, on cherche le nombre qui multiplié par $8a/7$ donne 19. Ce nombre est donc $19/(8a/7) - (19x7)/18a$. Dans la dernière étape on multiplie la solution provisoire, a, par ce dernier nombre, ce qui donne : $ax(19x7)/18a = 16\ 5/8$. Ce n'est que maintenant que nous sommes en possibilité de comprendre pourquoi le choix de la solution provisoire n'est pas important : la solution provisoire a apparaît comme facteur au numérateur et au dénominateur, et peut donc être supprimée. En fait, la solution provisoire sert seulement à générer les nombres qui seront nécessaires dans la mise en oeuvre de la méthode. On voit aussi qu'on peut prendre n'importe quel nombre (ou presque, car peut-on prendre zéro ?).

Voici, pour terminer, deux autres questions qui peuvent être aussi envisagées en classe :
(1) On considère les problèmes suivants :

«Un nombre plus son huitième égale douze. Quel est le nombre ?».

«Le carré d'un nombre plus son huitième égale douze. Quel est le nombre ?».

Est-ce que la méthode égyptienne sert à résoudre ces problèmes ?
(2) Quels sont les problèmes que la méthode égyptienne peut résoudre ?