

Aspectos conceptuales y prácticos de la Teoría de la Objetivación

Luis Radford (Laurentian University)

Introducción¹

Los últimos años del siglo XX fueron testigos de un debate cada vez más intenso en la investigación sobre educación matemática que culminó en lo que Sfard (1999) denominó sugestivamente “las guerras de los paradigmas”. En su base había una crítica creciente a la escasa atención que la teoría constructivista prestaba a la cultura y a la historia en el aprendizaje de los estudiantes. Gran parte de la crítica procedía del campo vygotskiano. A mediados de la primera década del nuevo siglo, la teoría de la objetivación (TO) surgió poco a poco con la intención de ofrecer una aproximación histórico-cultural no individualista a la enseñanza y el aprendizaje (Radford, 2007). Aunque al inicio el foco de atención era la educación matemática, recientemente se ha extendido a otros campos (véase, por ejemplo, Gobara y Radford, 2020). La TO se inspira en la filosofía dialéctica neohegeliana (Ilyenkov, 1977), la escuela de pensamiento de Vygotsky y el concepto de educación de Freire (2016).

El objetivo de este artículo es presentar algunos de los principios teóricos básicos de la TO y dar una idea de los fenómenos educativos de los que se ocupa. Como veremos, estos fenómenos educativos están integrados en una visión amplia que se defiende sobre la naturaleza del mundo, la comprensión de lo que es ser humano y la concepción de la educación.

La concepción de la educación en la TO

En gran medida, las concepciones contemporáneas de la educación matemática se inscriben en proyectos educativos centrados o bien en la búsqueda de los mecanismos eficientes que aseguren la transmisión de un contenido disciplinar, o bien en la comprensión de los modos idiosincrásicos a través de los cuales los estudiantes construyen su propio saber². El proyecto educativo de la TO no va en esa dirección; se aparta de la idea que reduce la enseñanza y el aprendizaje a la transferencia y adquisición de técnicas y conceptos matemáticos. También se aparta de la idea que la educación

¹ Este artículo es resultado de un programa de investigación financiado por el Social Sciences and Humanities Research Council of Canada/Le Conseil de Recherches en Sciences Humaines du Canada (SSHRC/CRSH).

² Para un interesante estudio de la evolución de la investigación en educación matemática, véase Coray, Furinghetti, Gispert, Hodgson y Schubring (2003).

consiste en la autorrealización del sujeto que aprende y en el despliegue de sus propias potencialidades cognitivas. La TO se posiciona en un proyecto educativo diferente: uno que considera la educación como un evento ético y estético inevitablemente inmerso en un espacio político.

La estética de la educación se refiere al hecho de que la educación es una transformación continua de los individuos por medio de una experiencia que es, al mismo tiempo, social e individual; una experiencia que, arraigada en las condiciones históricas y culturales, siempre abre posibilidades hacia lo nuevo, lo desconocido.

La ética de la educación se refiere al hecho de que la transformación histórico-cultural del individuo está siempre sustentada en nuestra *relación* con el Otro y en la idea de que esta relación no es un mero acto contingente de conveniencia, sino que forma parte de nuestro sustrato como seres humanos.

El espacio político se refiere a lo que Freire (2016, p. 38) llamó la *politicidad* de la educación; es decir, “la cualidad de que la educación nunca ha sido ni será [políticamente] neutral” (traducción libre). Es en este contexto que la TO plantea el objetivo de la educación matemática como un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionen críticamente en las prácticas matemáticas histórica y culturalmente constituidas, y que ponderen nuevas posibilidades de acción y pensamiento.

Con este posicionamiento teórico es claro que el aula escolar adquiere un lugar preponderante en la gama de fenómenos educativos centrales que se investiga en la TO. Sin embargo, el aula y los aprendizajes que allí ocurren son puestos en correspondencia con los movimientos sociales, económicos y políticos que dan forma y contenido a la escuela (Radford, 2018a). A partir de un estudio crítico de ese contexto cultural e histórico la TO plantea el problema de la escuela como sitio de transformación social.

Un corolario importante que resulta de esta postura político-educativa es que, en el estudio del aprendizaje, la atención no se limita solo al saber matemático, sino que abarca un proceso de reimaginación del saber, además de volcarse con nuevos ojos hacia al estudiante y al profesor, los cuales ya no son entendidos como entidades psicológicas o epistemológicas, sino como sujetos culturales, concretos, en perpetuo proceso de *devenir*. Esta perspectiva hace posible ofrecer una nueva teoría del aprendizaje que hace que la TO se diferencie de otras teorías de la educación matemática: el aprendizaje se teoriza como un proceso que tiene que ver tanto con los *saberes culturales* como con el *devenir* de los individuos.

Para entender mejor este último punto, en el siguiente apartado me detengo en la concepción antropológica que sustenta la TO. Como veremos, esta concepción de lo humano conduce a un concepto específico de *actividad* humana que es clave para entender del concepto de aprendizaje que ofrece la TO.

La concepción antropológica de lo humano

En su *Ética*, el filósofo holandés del siglo XVII, Benedicto de Spinoza (2010), sostuvo que los individuos no son parte separada de la naturaleza; no son un imperio dentro de un imperio. Los individuos son parte de la naturaleza: son *seres naturales*. Marx (1988) retomó la idea de Spinoza y la llevó más lejos, apuntando que, al igual que otros seres vivos naturales, los humanos son *seres de necesidad*. Además, la satisfacción de sus necesidades básicas (hambre, vestido, etc.) se encuentra en objetos *externos* a ellos. La satisfacción de las necesidades es posible porque los seres humanos, al igual que otros seres vivos naturales, están provistos de impulsos vitales. Al igual que la planta que se dirige vitalmente al sol para alcanzar su luz, los seres humanos están provistos “de fuerzas naturales *de vida* [...] Estas fuerzas existen en [ellos] como tendencias y capacidades, como *impulsos*” (Marx, 1988, p. 154; énfasis en el original). La sensibilidad natural de las necesidades y los “poderes (*powers*) naturales de la vida” o “impulsos” para satisfacer las necesidades no son simplemente parte de la composición pragmática de las especies vivas.

En esta perspectiva antropológica, las necesidades y los “impulsos” para satisfacerlas adquieren un significado ontológico. Es decir, forman parte de lo que *es* un ser natural vivo. Esto vale para el humano como para los conejos y los cocodrilos, por ejemplo. Sin embargo, en el caso de la especie humana, estos impulsos que llevan al humano a perseverar en la existencia dan lugar a una gama de pasiones y emociones que le son propias: estas pasiones y emociones son afirmaciones ontológicas de nuestra naturaleza humana.

Ahora bien, para satisfacer sus necesidades, los seres humanos se involucran activamente en el mundo; *producen*. Lo que producen para satisfacer sus necesidades —de supervivencia y también necesidades artísticas, espirituales y otras creadas por/en la sociedad— ocurre en un proceso *social*. Este proceso de satisfacción de necesidades es, al mismo tiempo, la inscripción de los individuos en el mundo social y la producción de su propia existencia. Este proceso tiene un nombre específico en el materialismo dialéctico: *actividad* sensual, material, social, cultural, histórica.

Una consecuencia importante de esta postura antropológica es que el individuo no puede concebirse como una entidad sustancial, producida desde dentro, tal y como lo articulan las tendencias humanistas y empiristas de la Ilustración, que han inspirado al constructivismo y a otras teorías educativas contemporáneas. El individuo es una entidad *material y relacional* hasta la médula y está profundamente vinculado a un conjunto de *relaciones* con otras partes de la naturaleza, incluidas las sociales y materiales, basadas en condiciones de vida cultural e históricamente constituidas. En esta perspectiva, el estudiante y el profesor no son entidades dadas, que siguen su ritmo interno de desarrollo; al contrario, son entidades relacionales —profundamente emocionales que se afectan de forma mutua— en constante transformación.

El saber en la TO

Hemos visto en la sección anterior que, para satisfacer sus necesidades, los seres humanos se activan, realizan acciones; pero también reflexionan y refinan sus acciones. Esto no lo hacen solos: aprenden unos de otros. En otras palabras, los individuos *producen saberes colectivamente*.

En esta línea de pensamiento, el saber en la TO se define como un sistema histórica y culturalmente constituido de procesos encarnados, sensibles y materiales de acción y reflexión. En Radford (2013) proporcioné un ejemplo elemental: un saber producido en una comunidad de chimpancés en las selvas del Monte Nimba en la República de Guinea acerca de cómo partir nueces. En este ejemplo, el saber implica:

- (a) La *elección* de la nuez que se va a partir o romper;
- (b) La *elección* adecuada de la piedra de yunque y la piedra-martillo (incluye consideraciones sobre el tamaño y dureza de las piedras);
- (c) El uso espacial y temporal *coordinado* de la nuez, la piedra de yunque y la piedra-martillo (por ejemplo, los chimpancés jóvenes suelen utilizar solamente una de las piedras, fallando así en el intento de romper la nuez), y
- (d) Las acciones con las piedras (incluyendo el uso de la presión adecuada sobre la nuez para romperla sin aplastarla).

Ahora bien, decir que el saber es un *sistema* de procesos encarnados, sensibles y materiales de acción y reflexión significa que el saber es, en la terminología conceptual de Hegel (1991), una entidad *general*: no puede reducirse a esta o aquella secuencia particular de acciones coordinadas con *estas o aquellas* piedras, con *esta o aquella* nuez. Podemos concebir el saber como una forma *ideal* de acciones, en oposición a las

acciones mismas (Ilyenkov, 1977); de esta manera, el saber está *relacionado* con cada una de sus instancias o realizaciones concretas y, al mismo tiempo, es *diferente* de cada una de ellas. La forma en que su banco calcula su hipoteca es otro ejemplo de saber (financiero). Consiste en una forma ideal de acciones basadas en modelos matemáticos, y realizadas por un empleado bancario entrenado.

El saber, tal como se define aquí, cambia de una cultura a otra y en el transcurso del tiempo. Sin embargo, no puede reducirse a una especie de *tecnología* para hacer algo. El saber es altamente político y simbólico; su dimensión simbólica, por ejemplo, aparece de manera muy clara en la comunidad Maya Tseltal (Micalco, 2012), en donde el saber sobre la siembra de semillas de maíz está ligado a una superestructura cultural simbólica o visión cosmológica del mundo en el que días y números adquieren un significado específico que informa la acción humana. Lo mismo puede decirse del cálculo de su hipoteca: el aparentemente inocente cálculo que realiza el agente de prestamos para determinar los pagos mensuales que usted debe hacerle al banco está incrustado en una red política de gobernanza (en la que, por ejemplo, los bancos prestan dinero a interés a los clientes que cumplen los requisitos) y en una forma de producción económica que, en un nivel simbólico, naturaliza la transformación de la labor humana en dinero y supone que el mundo social puede tratarse mediante fórmulas matemáticas de forma galileana.

Conocimiento

En el apartado anterior mencioné que el saber se *relaciona* con cada una de sus instancias o actualizaciones concretas y, al mismo tiempo, es *diferente* de cada una de ellas. En su materialización, cada una de estas actualizaciones mantiene de manera sublimada la generalidad de la forma ideal que la engendra, pero *no* coincide con la forma ideal. En la TO, la materialización, actualización o encarnación del saber tiene un nombre específico: *conocimiento*. Se trata del *contenido conceptual concreto* a través del cual el saber se encarna y se materializa o actualiza.

Aunque el saber y el conocimiento pertenecen a dos esferas ontológicas diferentes —el primero es *general*, el segundo es *singular*—, se interrelacionan de forma *dialéctica* y forman parte de un *sistema dinámico* (al respecto, véase el capítulo 3 en Radford, 2021a). El conocimiento como *actualización* del saber evoca efectivamente esta dimensión temporal de un sistema en continuo movimiento. ¿Qué produce ese movimiento? Es *la actividad*: el saber y el conocimiento se relacionan a través de la

actividad. En efecto, el saber solo puede aparecer a través de la actividad. Esta actividad actualiza el saber, le da vida, lo trae a la vida, como la actividad de tocar un violín da vida a las notas musicales. Lo mismo ocurre en la escuela; imaginemos una discusión en el aula entre profesor y estudiantes acerca de cómo resolver una ecuación algebraica. Esta discusión ocurre dentro de una actividad de enseñanza y aprendizaje que da vida al saber algebraico, lo hace patente, lo manifiesta.

Ahora podemos establecer de forma más precisa la relación entre el saber y conocimiento: el conocimiento es una forma sensible desarrollada del saber, como el ejemplo del capullo que ofrece Hegel en su *Fenomenología del Espíritu*: la flor se origina en el capullo; es la materialización o actualización del capullo, pero no coincide con él. La flor es una forma sensiblemente desarrollada del capullo: aunque son diferentes, “su naturaleza fluida hace que [el capullo y la flor] sean momentos de una unidad orgánica [...] en la que cada uno es tan necesario como el otro; y solo esta necesidad mutua constituye la vida del todo” (Hegel, 1977 p. 2). El *momento dialéctico* es precisamente aquel en el que uno se convierte o transforma en el otro, en el que el conocimiento algebraico como *general* se transforma en algo sensible, *singular*, es decir, en un objeto de la conciencia. “Es de suma importancia”, señala Hegel, “interpretar adecuadamente el [momento] dialéctico y [re]conocerlo. Es en general el principio de todo movimiento, de toda vida” (Hegel, 1991, p. 128).³

Hasta aquí nos hemos detenido en conceptos que tienen que ver con la postura teórica general de la TO. En la próxima sección entraremos en el ámbito educativo y trataremos el concepto de aprendizaje.

Aprender

En las pedagogías centradas en el estudiante se considera que este *construye* su *propio* saber. Nadie puede construirlo por él. Esta concepción del saber supone una especie de identidad entre el sujeto que construye el saber, S, y el saber (*knowledge*), K. La ecuación es: $S = K$. *Construir* un concepto se equipara a *aprender* dicho concepto. Como he mencionado antes, la intención de la TO es superar esta postura individualista.

Para teorizar el aprendizaje, las teorías socioculturales han recurrido a una serie

³ La concepción del saber como algo *general* no debe llevar al lector a interpretarlo como una forma platónica. Las formas para Platón son anteriores a la actividad humana. Esta postura es exactamente lo contrario de lo que afirmo aquí. El saber en la TO no se refiere a algo trascendental, sino a algo producido por los humanos en el curso de la actividad concreta, algo cuyo modo de ser es culturalmente inmanente y que se manifiesta a través de su actualización en una *res singularis*, que he denominado *conocimiento*.

de conceptos, como el de “enculturación” (formulado principalmente en la investigación antropológica) y el de “internalización” (tomado de la obra de Vygotsky). He argumentado en otro lugar (Radford, 2018b; 2021a) que ambos conceptos son insuficientes para llegar a una definición operativa del aprendizaje desde una perspectiva educativa. En pocas palabras, el concepto de enculturación adopta como principio explicativo la idea de práctica social, pero no la analiza de forma crítica. En los enfoques de enculturación, una práctica social suele equivaler a lo que la gente *hace*. La práctica social queda solo descrita, es decir, formulada *abstractamente*, lo que no es suficiente. Además, en los enfoques de la enculturación la dimensión agéntica de los individuos suele quedar en la periferia.⁴ En la aproximación de Rogoff (1990), los individuos son considerados ciertamente como participantes activos. Pero el aprendizaje se conceptualiza como un *apprenticeship*; es decir, algo que ocurre a través de “la guía y el desafío de otras personas” (Rogoff, 1990, p. 19). Al final de cuentas, el aprendizaje es un proceso cuyo objetivo es *adaptarse* a las prácticas sociales existentes. La educación se reduce a la reproducción. Hay poco espacio para investigar la educación como transformación de las personas y del mundo. Asimismo, hay poco espacio para investigar a los individuos como entidades *agénticas*, por ejemplo, las formas en que los individuos llegan a posicionarse y ser posicionados en las prácticas sociales. Hay poco espacio para investigar las tensiones que surgen entre la dimensión normativa de las culturas (que Bakhtin (1981) llamó fuerza centrípeta) y los movimientos que se originan en los individuos (la fuerza centrífuga en la terminología de Bakhtin). Una crítica similar puede valer para el concepto de internalización de Vygotsky; es decir, la “*transición de una función [psicológica] desde fuera hacia dentro*” (1998, p. 170; énfasis en el original). Cabe destacar, además, que el contenido del concepto de internalización de Vygotsky (Вращивание - vraschivanie) no es el aprendizaje, sino las funciones psicológicas superiores (como la memoria y la percepción). El problema que trata de explicar la internalización no es cómo aprende el niño, sino cómo surgen las funciones psicológicas superiores a partir de las relaciones sociales, y cómo evolucionan.

¿Cómo se teoriza entonces el aprendizaje en la TO? En el resto de este artículo esbozo la respuesta a esta pregunta que retoma una idea fundamental en el trabajo de

⁴ La dimensión agéntica es la dimensión de la *afirmación* del individuo, de su margen de maniobra. El término “agencia” (*agency*, en inglés) tiene sus raíces en el latín *agens*, “hacer/haciendo”, y de latín *agentia*, que significa *efectividad*, de suerte que la dimensión agéntica es la dimensión de lo que puede hacer efectivamente un sujeto (un estudiante en una clase, por ejemplo).

Vygotsky: la idea de la conciencia.

Procesos de objetivación

Como se ha sugerido anteriormente, en la TO se considera el saber como un sistema de pensamiento y acción cultural e históricamente constituido. Cuando cada uno de nosotros nace, estos sistemas (siempre en movimiento, siempre cambiantes) ya estaban ahí, existiendo en nuestra cultura en formas de saber plantar semillas de maíz, saber calcular hipotecas, etc. En otras palabras, al nacer, para cada uno de nosotros, el saber apareció como una *capacidad* generativa histórico-cultural. *Es decir*, una capacidad latente para hacer cosas y pensar de determinadas maneras, una capacidad latente con la que podemos (o no) *encontrarnos* en el transcurso de nuestra vida, dependiendo de las redes culturales-históricas-políticas de acceso al saber que operan ubicuamente en nuestra sociedad. Nuestro *encuentro* con sistemas de pensamiento cultural e históricamente constituidos (por ejemplo, matemáticos, científicos, estéticos, jurídicos, etc.) se denomina *objetivación* en la TO.

Para entender el significado de este encuentro, tengamos en cuenta que el sustantivo *objetivación* significa que, antes de nuestro encuentro con el saber, este se nos presenta como algo *diferente* a nosotros: algo que, en su *alteridad*, su propia presencia nos *objeta*; es decir, se resiste o se opone a nosotros. La ecuación es: $S \neq K$. Nuestro encuentro con el saber es el signo de una *diferencia*. *La objetivación* es el intento de comprender K. Pero como el saber es una forma ideal (general) siempre cambiante (constantemente recreada, refinada y ampliada), el encuentro no es algo que pueda desvelar K en su totalidad. Siempre hay un residuo, un excedente que permanece más allá de nuestros encuentros siempre locales, situados y concretos con el saber. En consecuencia, la objetivación es siempre un esfuerzo parcial de tomar conciencia o darse cuenta de él. Por eso, en la TO, al dar cuenta del aprendizaje, en lugar de decir que los estudiantes objetivaron el conocimiento, preferimos decir que los estudiantes están involucrados en *procesos de objetivación*.⁵

Más concretamente, los procesos de objetivación son aquellos procesos sociales y colectivos de toma de conciencia progresiva de un sistema de pensamiento y acción

⁵ Ya debería estar claro que el sentido de la objetivación en el TO es diferente de otros usos en la investigación en educación matemática. No tiene nada que ver con la fabricación de objetos a partir de acciones (para más detalles, véase Radford, 2018b). Objetivación en la TO viene del verbo “objetar”, no del sustantivo “objeto”.

cultural e históricamente constituido, del cual nos percatamos gradual y parcialmente y al que dotamos de significado. Los procesos de objetivación son aquellos procesos que intentan aprehender algo culturalmente significativo, algo que se revela a la conciencia no de forma pasiva, sino por medio de la actividad corporal, sensible, afectiva, emocional, artefactual, semiótica y creativa de los individuos.

En este contexto, el aprendizaje se define como el resultado de procesos de objetivación, y dado que los sistemas de pensamiento (matemáticos, etc.) siempre se revelan parcialmente, estos procesos son siempre interminables y, por tanto, también lo es el aprendizaje.

Procesos de subjetivación

El aprendizaje incluye las emociones y el afecto, no como meros fenómenos concomitantes, sino como partes *constitutivas* del mismo. La implicación educativa es que, en lugar de ser un esfuerzo puramente mental, el aprendizaje de las matemáticas implica emociones y afectos de manera que nos tocan, afectan y nos moldean profundamente. Por ello, las aulas no solo producen conocimientos, sino también *subjetividades* (*es decir*, seres humanos únicos).

En la TO, la investigación de la producción de subjetividades en el aula se lleva a cabo a través del concepto de *procesos de subjetivación*: es decir, aquellos en los que, profesores y estudiantes se *producen mutuamente* al posicionarse en la actividad a través de redes de relaciones sociales que se materializan a través de la acción, el cuerpo, el discurso y la materialidad de la cultura. En los procesos de subjetivación profesores y estudiantes entran a ser *presencia en el mundo*.

Entrar a *ser presencia* se refiere a la idea del estudiante que, a través de la actividad en el aula, viene a *ocupar un espacio* en el mundo social y a *asumir* una *perspectiva* en él. Ser presencia es un movimiento *dialéctico* entre la cultura y el individuo. La naturaleza dialéctica de este movimiento nos lleva a concebir a los individuos como entidades en flujo, que se coproducen continuamente a sí mismas y encuentran en su cultura la materia prima de su propia existencia. Tanto el individuo como la cultura son entidades consustanciales en perpetuo cambio, una se convierte continuamente en la otra y la otra en la una. En este movimiento dialéctico, tanto los estudiantes como los profesores son considerados como subjetividades en formación, abiertas al mundo. Profesores y estudiantes son conceptualizados como proyectos de vida inacabados y en continuo cambio, en busca de sí mismos, comprometidos juntos en

un mismo empeño en el que sufren, luchan y encuentran juntos el disfrute y la plenitud de una vida colectiva.

Labor conjunta

En la TO, *la actividad* humana hace posible el aprendizaje. Los procesos de objetivación y subjetivación están inmersos en la actividad. Ahora bien, la actividad en la que se produce el aprendizaje puede ser alienante. Esto es lo que ocurre en la actividad del aula tanto de la enseñanza tradicional y su pedagogía de transmisión de saberes como de la pedagogía constructivista centrada en el estudiante (Radford, 2014). En el primer caso, los estudiantes no tienen espacio para *expresarse*. Como resultado, la actividad los aleja y enajena de su propio producto: el conocimiento que se produjo en el aula. En el segundo caso, el estudiante realiza su propia actividad (en el mejor de los casos, interactuando con otros), y se expresa en las ideas que produce. Sin embargo, esa expresión queda confinada a la esfera subjetiva del yo. Dado que el saber se entiende como lo que se produce por la acción del estudiante, este no está en conversación con el mundo. Hay un mero monólogo del sujeto con él mismo. El estudiante está alienado del mundo histórico-cultural y está confinado a vivir en un universo que no es compartido de forma genuina, sino meramente “asumido como compartido” (Radford, 2020).

La TO recurre a un concepto diferente y no alienante de la actividad de aprendizaje. En primer lugar, el profesor no aparece como un poseedor de conocimientos que entrega o transmite conocimientos a los estudiantes o como alguien que les sirve simplemente de guía. Los estudiantes tampoco aparecen como sujetos pasivos que reciben conocimientos ni como autores de sus propios saberes. En segundo lugar, la enseñanza y el aprendizaje no se consideran dos actividades separadas, una realizada por el profesor (la actividad del profesor) y la otra realizada por el estudiante (la actividad del estudiante). En la TO, la enseñanza y el aprendizaje se conceptualizan como una única y *misma* actividad: la misma actividad de profesores y estudiantes.⁶ Esta concepción no reduce la actividad a una serie de acciones que los individuos realizan, tal vez coordinadamente, en la consecución de sus respectivos objetivos. Esta línea de pensamiento reduce la actividad a una concepción *funcional y técnica*. En la TO, la actividad se concibe a partir de cuatro dimensiones: a) constitutiva, b) ontológica, c) epistemológica y d) relacional.

⁶ Por supuesto, existe una división del trabajo que hace que el compromiso del profesor sea diferente del compromiso de los estudiantes. Sin embargo, ambos trabajan *juntos*.

La dimensión constitutiva hace referencia a la *textura* o *entramado* de la actividad; vista desde este ángulo, la actividad aparece como una especie de *energía* formada por los individuos en su búsqueda de algo común, una energía que es sensible y sensual, material e ideal, discursiva y gestual. En su dimensión ontológica, la actividad aparece como una *forma de vida* en cuyo interior los individuos se realizan como seres vivos. En su dimensión epistemológica, la actividad aparece como un *órgano kinestésico* a través la cual los individuos producen y reproducen los objetos del saber.⁷ En su dimensión relacional, la actividad aparece organizada alrededor de lo que hemos llamado una *ética comunitaria*, es decir una ética que subraya la importancia de la responsabilidad, del compromiso con el trabajo colectivo y el cuidado del otro (Radford, 2021b). Para evitar confusiones con otros significados, en la teoría de la objetivación, la actividad en este último sentido se denomina *labor conjunta*; es la principal categoría ontológica de la TO y su unidad de análisis. La labor conjunta sensual y material se considera el campo último de la experiencia estética, la subjetividad y la cognición. Afirma el papel ontológico y epistemológico fundamental de la materia, el cuerpo, el movimiento, la acción, el ritmo, la pasión y la sensación en ser humano.

Un encuentro con el saber algebraico

Me gustaría referirme a un ejemplo que proviene de una clase de 4.º grado (estudiantes de 9 a 10 años) en la que los estudiantes se enfrentaban a un problema de generalización de secuencias basado en la siguiente historia:

Para su cumpleaños, Marc recibe una hucha con un dólar. Cada semana ahorra dos dólares. Al final de la primera semana tiene tres dólares, al final de la segunda tiene cinco dólares, y así sucesivamente.

La profesora proporcionó a los estudiantes fichas de bingo de dos colores (azul y rojo) y copas de plástico numeradas destinadas a representar la semana 1, 2, etc., e invitó a los estudiantes a trabajar en pequeños grupos para modelar el proceso de ahorro hasta la semana 5. Luego, con base en el modelo, invitó a los estudiantes a averiguar la

⁷ Ilyenkov (1977, p. 69) nos ofrece el siguiente ejemplo que ilustra la dimensión epistemológica de la actividad: “Cuando describo un círculo con mi mano sobre un papel (en el espacio real), mi cuerpo [...] entra en un estado plenamente idéntico a la forma del círculo fuera de mi cuerpo, en un estado de *acción* real en forma de círculo. Mi cuerpo (mi mano) describe realmente un círculo, y la consciencia de este estado (es decir, de la forma de mi propia acción en la forma de la cosa) es también la idea [de círculo]”. El ejemplo de Ilyenkov debería, sin embargo, ser pensado en términos no de una persona, sino de un colectivo de personas que esbozan juntos la idea en cuestión con sus cuerpos, sus acciones, su discurso, etc. Al esbozar corporalmente, gestualmente, discursivamente, la idea de círculo, por ejemplo, la *actividad* colectiva reproduce el objeto y permite la toma de conciencia.

cantidad de dinero ahorrada al final de las semanas 10, 15 y 25. En uno de los grupos, tras un debate, los estudiantes idearon una estrategia aritmética: la “estrategia de duplicación”: hallaron el número de fichas de bingo en la Semana 5, duplicaron esta cantidad y eliminaron una ficha de bingo. En cierto momento, la profesora se acercó a ver el trabajo de los estudiantes y participó en la conversación, tratando de hacer tomar consciencia a los estudiantes de otra manera de pensar la solución del problema (el subrayado indica un énfasis en el discurso de la profesora):

1. Profesora: (*intenta hacer notar a los estudiantes la estructura covariacional*)
¿Qué pueden ver en la quinta semana (*muestra la copa correspondiente a la quinta semana*) y (*señala los cartones de bingo rojos*) el número de fichas de bingo? (*Realiza las mismas acciones*) ¿La cuarta semana y el número de fichas de bingo?
2. Albert: (*vacilante y al mismo tiempo interesado*) Siempre es por dos... (*es decir, el número de la semana por dos*).
3. Profesor: (*repite*) Siempre es por dos.

Esta actividad de enseñanza-aprendizaje fue la primera de una secuencia de actividades relacionadas con el álgebra. Los saberes algebraicos ya existen en la cultura de los estudiantes. Forma parte del currículo escolar. Sin embargo, hasta esa mañana, para los estudiantes el saber algebraico existía solo como una capacidad generadora de acciones y pensamiento. El aprendizaje requiere hacer del saber algebraico algo *perceptible*, un *objeto de conciencia*. La actividad en el aula fue organizada por la profesora para que, por medio del trabajo en colaboración con los estudiantes, el conocimiento algebraico pudiera ser materializado o instanciado y para que, de forma progresiva, se manifestara a través de una de sus formas desarrolladas, es decir, como conocimiento.

Las tres líneas del extracto anterior muestran esta transformación progresiva del saber en conocimiento. En efecto, las variables matemáticas (que la maestra enfatiza a través de un efecto prosódico) empezaron a ser percibidas, se convirtieron en objetos de conciencia. Sin embargo, su naturaleza algebraica covariacional permaneció inadvertida. La labor conjunta alcanza aquí una tensión que se deriva de las formas contradictorias en que se han percibido hasta ahora los términos de la secuencia (una percepción aritmética, basada en la duplicación, y otra algebraica, basada en un enfoque covariacional del problema). Esta contradicción no es un defecto de diseño

didáctico: es el propio motor que mantiene el desarrollo de la actividad. Para encontrar el pensamiento algebraico tal y como aparece en el proyecto didáctico de la profesora, esta y los estudiantes tienen que seguir trabajando juntos para intentar que el enfoque algebraico *aparezca* en el aula y se convierta en un objeto de conciencia de los estudiantes. Su aparición es un poco como la aparición de la 7ª sinfonía de Beethoven o la Garota de Ipanema de Antônio Carlos Jobim: para que se convierta en objeto de conciencia tiene que aparecer auditivamente a través de la actividad de una orquesta o un conjunto musical. Dado que las matemáticas son simultáneamente visuales, táctiles, auditivas, materiales, gestuales y cinestésicas, solo pueden cobrar vida a través de la labor conjunta, sensual y artefactual, de los profesores y los estudiantes.

Después de algunas discusiones y de intentos fallidos de hacer perceptible las variables matemáticas y la estructura algebraica detrás de la disposición visual de las fichas de bingo (véase la Figura 1, Foto 1), el profesor volvió a analizar la Semana 5:

4. Profesora: (*toma de nuevo la copa de la semana 5. Ver Foto 1*) ¿Qué has hecho aquí?
5. Albert: (*respira profundamente mientras el profesor sostiene la copa de la semana 5; ver Foto 2*) OK.
6. Profesora: (*todavía con la copa en la mano, habla en voz baja*) 5...
7. Albert: (*en sintonía con el gesto de la profesora que señala al lado de las fichas rojas; ver Foto 3*) Por 2...
8. Krysta: (*que ha seguido la discusión*) Por 2 igual...
9. Profesora: (*señala la ficha de bingo azul; ver Foto 4*) Más 1.
10. Albert: (*casi al mismo tiempo*) Más 1.
11. Profesora: (*ahora señala un espacio vacío donde estaría la semana 10*) ¿10?
12. Albert: (*la profesora señala en silencio el lugar en el que deberían estar las fichas de bingo rojas; véase la imagen 5*) Por 2.
13. Krysta: (*al mismo tiempo*) Por 2.
14. Profesora: (*señala en silencio el lugar donde debería estar la ficha de bingo azul; ver Foto 6*)
15. Krysta: Más 1.
16. Albert: (*mira a la profesora*) ¿Menos 1?, por 2, ¿menos 1?, ¿más 1?

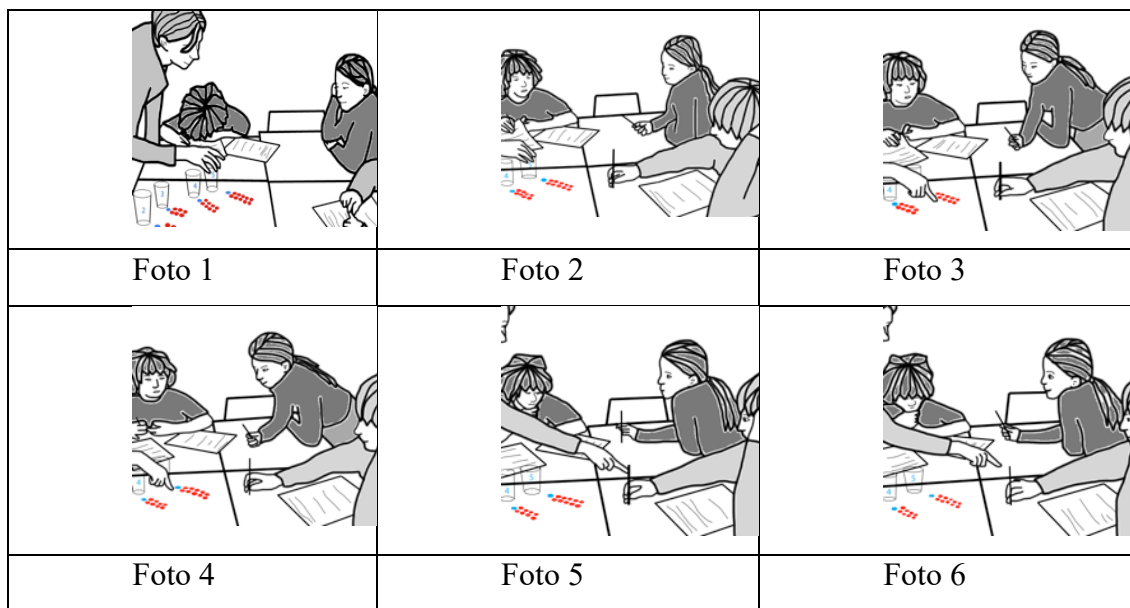


Figura 1. Labor conjunta y aparición de un enfoque algebraico para resolver el problema.

Fuente: Radford (2021a, p. 95).

El ejemplo ilustra tres cosas. En primer lugar, ilustra qué es la labor conjunta: un sistema dinámico espacio-temporal que crean los estudiantes y la profesora. Se compone de la *energía* que la profesora y los estudiantes gastan al intentar resolver el problema *juntos* y cuyo tejido incluye el lenguaje, los gestos, la percepción, la posición del cuerpo y los artefactos. Es un portador fluido de intenciones y motivos *conceptuales* y *éticos* que se afinan y refinan en el camino.

En segundo lugar, el ejemplo muestra algunos aspectos de la complejidad de la transformación del saber en conocimiento. El conocimiento es esa forma específica en la que el saber algebraico se manifiesta concretamente a partir de un problema concreto y mediante la labor conjunta (labor que lleva a distinguir las variables y su naturaleza relacional-funcional la cual es expresada a través del lenguaje, los gestos, etc.).

En tercer lugar, el ejemplo nos permite vislumbrar cómo se produce el aprendizaje; envuelta en esta energía de la que se compone la labor conjunta, la profesora mueve su mano en silencio para indicar con un gesto indexical la posición imaginaria de la ficha de bingo azul (véase la Foto 6). La foto muestra a la profesora muy tensa, ya que el resultado de la labor conjunta es todavía incierto. La profesora espera la respuesta de Albert con una tensión que se refleja en su cuerpo y en la entonación de su lenguaje. Su pregunta es una *invitación* a Albert para que se posicione en una práctica matemática. La pregunta *ya* es un posicionamiento. Pero, aun así, Albert tiene que *responder* a la

invitación. Podría haberla declinado, pero no lo hace. Albert, que también está muy tenso, acepta la pregunta/invitación de la profesora y dice “¿Menos 1? por 2, ¿menos 1?, ¿más 1?” La respuesta atestigua el hecho de que Albert se está posicionando y es posicionado en una práctica social en la que las cosas se piensan de cierta manera. Pero la respuesta atestigua también el hecho de que la manera algebraica covariacional de ver las variables se hace progresivamente inteligible para Albert. De forma más general, en la labor conjunta vemos el despliegue de un proceso social que es al mismo tiempo un proceso de subjetivación y objetivación. Albert vive un encuentro con aspectos clave del saber algebraico. Hay un esfuerzo por aprehender K en la ecuación $S \neq K$. Como el conocimiento es un *general*, la aprehensión/comprensión de K nunca será completa. Es parte de la naturaleza ontológica de K de revelarse siempre parcialmente. Sin embargo, todavía hay espacio para que Albert perciba mejor los matices de las variables algebraicas y cómo se relacionan entre sí. No tardó mucho. Durante la discusión general, que comenzó justo después del extracto anterior, el profesor invitó a Albert a explicar cómo averiguar el número de fichas de bingo en la semana 4. Dijo: “4 por 2 [...] más 1, 4 por 2 más 1 es igual a... 9.”

En la terminología de la TO, Albert ha llegado a habitar un *concepto*. A medida que el saber se pone en marcha mediante la labor conjunta, el saber se materializa en algo sensible, a lo cual hemos llamado conocimiento. En el curso de su materialización, *el conocimiento se refracta en la conciencia de los estudiantes*. Esta refracción es siempre diferente: cambia de un estudiante a otro. Un concepto es precisamente la refracción subjetiva del saber en la conciencia. Nos permite hacer cosas y pensar de determinadas maneras. Es algo que, en lugar de ser poseído, llegamos a disfrutar. Mientras que el saber y el conocimiento son entidades histórico-culturales, un concepto es de orden subjetivo: la versión subjetiva y parcial del saber (Radford, 2021c).

La dimensión ética

Siempre hay dos ejes que organizan toda la actividad de enseñanza-aprendizaje: el eje de las formas de producción de saberes, y el de las formas de colaboración humana. En la TO, las formas de producción de saberes están impulsadas por esfuerzos colectivos apoyados en la historia y la cultura. Las formas de colaboración humana están apoyadas en una ética *comunitaria* en sintonía con el proyecto educativo general freireano mencionado al principio de este artículo. Esta ética comunitaria sirve para configurar el trabajo conjunto de profesores y estudiantes en el aula. El aula aparece como un espacio

público en el que profesores y estudiantes entran a la presencia; un espacio de debates en el que se anima a los estudiantes a mostrar apertura hacia los demás, responsabilidad, solidaridad, cuidado y conciencia crítica. Es un espacio de encuentro, disidencia y subversión, en el que profesores y estudiantes se convierten en individuos que están más que en el mundo: son individuos interesados en el otro y en su labor conjunta; individuos que intervienen, transforman, sueñan, aprehenden, sufren y esperan *juntos*.

Referencias

- Bakhtin, M. M. (1981). *The dialogical imagination*. Austin: University of Texas Press.
- Coray, D., Furinghetti, F. Gispert, H. Hodgson, B., y Schubring, G. (eds.) (2003). One hundred years of L'Enseignement mathématique. En Proceedings of the EM–ICMI Symposium. Ginebra.
- Freire, P. (2016). *Pedagogia da solidariedade*. São Paulo: Paz & Terra.
- Gobara, S. y Radford, L. (2020). *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática*. São Paulo, Brazil: Livraria da Física.
- Hegel, G. W. F. (1977). *Hegel's phenomenology of spirit*. Oxford: Oxford University Press.
- Hegel, G. W. F. (1991). *The encyclopaedia logic*. (trad. T. F. Geraets, W. A. Suchting, y H. S. Harris). Indianapolis: Hackett.
- Ilyenkov, E. V. (1977). *Dialectical logic*. Moscow: Progress Publishers.
- Marx, K. (1988). *Economic and philosophic manuscripts of 1844*. New York: Prometheus.
- Micalco, M. (2012). *Le nombre et le monde: l'ontologie du système maya Tseltal* [conferencia]. En *Proceedings from 19e Journée des sciences et savoirs de l'ACFAS*. Sudbury, Canadá.
- Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning [conferencia]. En D. Pitta-Pantazi y G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME – 5)* (pp. 1782-1797). Larnaca, Grecia.
- Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Radford, L. (2014). On teachers *and* students. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle y D.

- Allan (Eds.), *PME 38 and PME-NA 36* Vol. 1 (pp. 1-20). Vancouver: PME.
- Radford, L. (2018a). A plea for a critical transformative philosophy of mathematics education. En P. Ernest (ed.), *The Philosophy of Mathematics Education Today* (pp. 1-10). Cham, Switzerland: Springer.
- Radford, L. (2018b). Algunos desafíos encontrados encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Radford, L. (2020). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 15(36), 27-42.
- Radford, L. (2021a). *The theory of objectification. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning*. Leiden & Boston: Brill/Sense.
- Radford, L. (2021b). La ética en la teoría de la objetivación. En L. Radford y M. Silva Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía* (pp. 107-141). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Radford, L. (2021c). Davydov's concept of the concept and its dialectical materialist background. *Educational Studies in Mathematics*, 106, 327-342.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking*. Oxford: Oxford University Press.
- Sfard, A. (1999). Doing research in mathematics education in time of paradigm wars. En O. Zaslavsky (ed.), *PME 23* (Vol. 1, pp. 75-92). Haifa: PME.
- Spinoza, B. (2010). *Éthique (Bilingue Latin-Français)* (trad. B. Pautrat). París: Éditions du Seuil.
- Vygotsky, L. S. (1998). *Collected works (Vol. 5)*. New York: Plenum Press.