

## La ética en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Luis Radford  
Université Laurentienne  
Ontario, Canadá

Adriana Lasprilla Herrera  
Universidad Distrital Francisco José de  
Caldas, Colombia

### Resumen

Colocándonos en el marco de la teoría de la objetivación, en este artículo abordamos algunas ideas en relación con la ética y su vínculo con los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En la primera parte hacemos un esbozo histórico que permite situar la cuestión de la ética en las discusiones contemporáneas sobre la enseñanza de las matemáticas. En la segunda parte abordamos la cuestión de la relevancia de la ética en la enseñanza y el aprendizaje. En el resto del artículo presentamos un ejemplo que pretende aportar elementos de respuesta a la pregunta: ¿qué ética opera en el aula? A partir de este ejemplo se extraen reflexiones que permiten reconocer relaciones entre la ética y el aprendizaje a partir de las formas de interacción social y las formas de circulación de saberes en el aula. Concluimos con unas reflexiones sobre ética y educación matemática.

**Palabras claves:** ética; enseñanza y aprendizaje; teoría de la objetivación; actividad; lenguaje; metodología.

### 1. Introducción

Las reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han estado, en general, dirigidas a la búsqueda de mecanismos que faciliten el aprendizaje de esta disciplina. Las primeras reflexiones alrededor de fines del siglo 19 y principios del siglo 20, de donde emerge nuestro campo de estudio, se sitúan en torno al currículo que requiere la escuela para responder a las necesidades cada vez más urgentes de las sociedades que se embarcan en la vía de la industrialización (Radford, 2011).

La preocupación curricular se refina poco a poco a lo largo de la primera mitad del siglo 20, empujada, por un lado, por la idea del respeto a la coherencia conceptual de la disciplina y, por otro lado, por la idea de la matemática como potenciadora de saberes para responder a problemas prácticos. Hay, por ejemplo, discusiones alrededor de la escogencia adecuada de las definiciones y de las axiomáticas de la geometría desde el punto de vista de la enseñanza. Tal es el caso de los artículos de Richard (1908), Lebesgue (1908) y Artin (1963).

Aunque la configuración que toma la matemática escolar y las formas de abordar los problemas que plantea su enseñanza se tematizan diferentemente, según los países, el objeto y la justificación de la enseñanza de la matemática tiene un denominador común: éste gira en torno a hacer que el estudiante adquiera saberes matemáticos. Evidentemente, el estudiante es considerado y tomado en cuenta, pero esencialmente como entidad sujeta al saber disciplinario. En otras palabras, el estudiante es concebido en tanto que entidad general en

apropiación de un saber; el estudiante aparece, como dirá Piaget más tarde, en tanto que sujeto epistémico (ver Niaz, 1991). Habrá que esperar hasta fines de los años 60 y principios de los 70 para que el estudiante entre de manera orgánica en el discurso educativo (Radford, 2018a). A partir de ese momento, la organización de los contenidos matemáticos pasa a ser pensada no como algo en sí, sino ahora también en función del que aprende. La enseñanza de las matemáticas ya no es vista solamente como un problema de difusión del saber matemático. Aparece ahora la posibilidad de verla desde el punto de vista del sujeto. Y esto es precisamente lo que hace el constructivismo (Cobb, 1985, 1988). Se pasa así del estudiante que es visto como sujeto epistémico al estudiante visto como sujeto cognitivo.

Habrá que esperar una reconceptualización del aprendizaje como proceso social, cultural e histórico para que la ética haga irrupción en el discurso de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En la sección que sigue presentamos los rasgos generales de la manera en que la ética aparece en la teoría de la objetivación.

## 2. Ética

La pregunta inicial que debemos responder es la siguiente: ¿En qué sentido la ética es relevante a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? Si pensamos las matemáticas como un simple cuerpo de verdades inmutables que trascienden las culturas y el tiempo, si pensamos las matemáticas como un conjunto de verdades eternas, como sugiere el platonismo, la ética, en efecto, no tiene nada que hacer con su aprendizaje. Sin embargo, si concebimos las matemáticas como un sistema histórico-cultural de pensar y de actuar en el mundo, un sistema dinámico en transformación perpetua el cual no puede ser revelado a la conciencia de los estudiantes si no es a través de la *actividad humana*, colectiva, como lo sugiere la teoría de la objetivación (Radford, 2018b, 2018c), entonces el aprendizaje de las matemáticas no puede comprenderse sino como proceso *relacional* y *afectivo* entre estudiantes y profesores. Decir que el aprendizaje es relacional, conduce a reconocer que el aprendizaje incluye necesariamente una dimensión ética. En efecto, toda relación entre dos (o más personas) implica ya una manera de posicionarse y de dirigirse al otro. Y este posicionamiento relacional es la substancia de la ética. De aquí resulta que toda pedagogía, toda didáctica, está sentada en una ética, implícita o explícitamente. La enseñanza tradicional, por ejemplo, está sentada en la ética de la obediencia. La relación del profesor al estudiante es una relación de sumisión y de acatamiento. Sin ésta, el aula de una enseñanza tradicional no podría funcionar.

Y es que el ser y la subjetividad llevan consigo, de manera nodal, la idea de alteridad, cuyo sentido más profundo es la acción constitutiva del otro en mi propio ser. Esta es la idea de base de la ética que propone Emmanuel Lévinas, donde la interioridad del sujeto es topológicamente situada en el exterior. Es una interioridad que es exterioridad como un otro infinito. El “otro” es una exigencia primera que se impone desde sí, es “una solicitud que me toca desde su miseria y desde su Grandeza” (Levinas, 1977, p. 213).

Ahora bien, si Lévinas plantea la relación al otro como una relación ontológica que precede a los elementos de la relación, es decir, al uno y al otro, Bajtín llama la atención sobre la importancia que cobra el lenguaje en la relación de alteridad. Nacemos en la cultura a través del otro/otra que nos nombra. “La conciencia del hombre despierta envuelta en la conciencia ajena” (Bajtín, 1999, p. 360). Bajtín señala que los seres humanos constituyen su individualidad desde el otro, desde sus acciones y discurso en un proceso que se inicia desde

el nacimiento y que se continúa con la temprana adquisición del lenguaje, desarrollándose a lo largo de la vida.

Ahora bien, para entender el papel del lenguaje en el campo de la ética, es necesario pensar al lenguaje más allá de su dimensión cognitiva o racional. La historia del pensamiento occidental muestra que se tienen por lo menos dos formas de concebir el lenguaje: el objetivismo abstracto (como aparece, por ejemplo, en la obra de Arnauld y Lancelot (1803)) y el subjetivismo individualista (ver Formigari, 1988). En el primero, el sujeto habla a un otro extranjero; el lenguaje opera denotativamente: sirve para indicar o referirse a algo por medio de la palabra o del símbolo. La otredad queda intacta, desafectada por el lenguaje. En el segundo, el referente es una producción subjetiva del sujeto. El lenguaje opera enclaustrado en la esfera solipsista del ser (Radford, 2018d). En la teoría de la objetivación, se propone una nueva forma de conceptualizar al lenguaje a partir de los planteamientos dialéctico-materialistas que fundamentan a la teoría. Se piensa el lenguaje como interacción verbal de carácter relacional. Como lo expresa Vološinov, “Una palabra es el medio más puro y sensible de las relaciones sociales” (Vološinov, 1973, p.14). “Lo importante de la palabra a este respecto no es tanto la pureza de su signo como su *ubicuidad social*. La palabra está implicada literalmente en todos y cada uno de los actos o contactos entre personas” (p. 19). El lenguaje pasa a ser visto como un sistema histórico-cultural cuyo papel va más allá de simple mediador. El lenguaje se convierte en un sistema semiótico activo que permite la configuración, organización y potenciación de la conciencia y de la acción (Vygotsky, 1997), al mismo tiempo que permite la relación con otros y la constitución de la propia subjetividad. “El signo surge como una relación en la que una persona actúa sobre otra, y solo posteriormente sirve como un medio para actuar sobre uno mismo” (Roth, 2018, p. 44).

Por tanto, conceptualizar de este modo el lenguaje — es decir no como lenguaje abstracto ni solipsista, sino como lenguaje-en-la actividad-humana, y por ende como fundamento de la alteridad y la ética — nos lleva a reconocer un vínculo ineludible entre el lenguaje y la cultura. Es, en efecto, en y a través del lenguaje-en-la actividad-humana que el sujeto encuentra las fuentes del pensamiento y los rasgos constitutivos de la relación ética, constituyéndose así en un ser cultural. En su naturaleza relacional, el lenguaje-en-la actividad-humana posibilita la comunicación y el reconocimiento mutuo de dos conciencias (Radford, 2018d).

Para resumir, una comprensión dialógica e intersubjetiva de la ética la hace aparecer necesariamente en el aprendizaje, dada la naturaleza relacional de este último. El punto, sin embargo, no es simplemente reconocer su naturaleza relacional — lo que en cierto modo ha concluido incluso el propio constructivismo (Cobb, Boifí, McClain y Whitenack, 1997) — sino de reconocer que la relación al otro opera siempre bajo parámetros éticos. Solamente en la comunicación entre dos computadoras, la relación es puramente *a*ética. La relación ética humana es indisoluble de la alteridad y de la manera en que nos coproducimos como sujetos, es decir como subjetividades.

Ahora bien, más allá de su presencia ontológica sobre la que Lévinas llama nuestra atención, la ética no opera independientemente de la historia y la cultura. Al traer a discusión el lenguaje en las reflexiones sobre la ética, Vološinov nos recuerda que la relación al otro (y por tanto la ética) es de naturaleza histórico-cultural. Pero por el hecho mismo que las

culturas son siempre heterogéneas, zonas de encuentro de vistas en conflicto, zonas de contradicción y oposición, en toda cultura circulan éticas diversas.

Si bien es cierto que la ética, la alteridad y la subjetividad son entidades dinámicas en constante relación dialéctica, que se constituyen mutuamente de manera procesual en la actividad humana, cabe preguntarse ¿cuáles son aquellas éticas que operan en la escuela?

El objetivo de este artículo es ofrecer elementos de respuesta a la pregunta anterior. Sin intentar abordar la pregunta en su totalidad, nos limitaremos a presentar un análisis de episodios de una escuela en Bogotá, Colombia, con un grupo de estudiantes de 9 y 10 años de educación primaria. Antes de entrar de lleno a los resultados de nuestros análisis, necesitamos hacer un comentario metodológico.

### **3. Navegando en la metodología de investigación**

Nuestra metodología de investigación se aparta de aquellas en las que el investigador genera *a priori* las categorías conceptuales que darán sentido a su análisis y que conciben la metodología como la aplicación de un procedimiento fijo, determinado con anterioridad, el cual garantiza la objetividad de la lectura del fenómeno en cuestión.

En vez de apoyarnos en tales metodologías de ascendencia empirista, nosotros adoptamos una concepción dialéctico-materialista de la realidad, según la cual ésta se compone de fenómenos fluidos, en movimiento, que, afectándose mutuamente, dependen de su historia y su cultura. Como consecuencia, los fenómenos estudiados no pueden ser definidos totalmente *a priori*. Para aprehenderlos, es necesario irlos reconociendo en la medida que navegamos a través de ellos. Para aclarar esta idea recurriremos a las metáforas del explorador y del navegante.

En la primera metáfora, el explorador lleva consigo una lista de posibles categorías interpretativas de lo que va a encontrar en el curso de su exploración: el tipo de plantas, animales, climas, etc. Lo que hace el explorador durante su exploración es *reconocer* de manera *directa* los objetos encontrados a través de su lista. Se trata de una conciencia que, en el curso de su exploración del mundo, pone a prueba sus categorías con los objetos encontrados, como si la relación del concepto al objeto fuese una relación de simple adecuación, sin darse cuenta de que, detrás de esas ideas, hay otras ideas. Hegel dice: “La conciencia proporciona su propio criterio desde adentro, de modo que la investigación se convierte en una comparación de la conciencia consigo misma” (Hegel, 1977, p. 53). O como lo explica Findlay en su análisis de ese pasaje: “La conciencia al probar sus ideas, sus contenidos inmanentes, simplemente las confronta con otras ideas, otros contenidos inmanentes ... La conciencia misma se prueba a sí misma y se compara con su propio objeto” (Findlay en Hegel, 1977, p. 506). De manera análoga, el investigador juzga sus datos a partir de una lista de categorías interpretativas ya dadas.

En la segunda metáfora, el navegante parte con una idea de lo que puede encontrar, pero no se preocupa por hacer una lista especulativa. Más bien, se lanza con su balsa al agua y, a partir del curso de la navegación, va descubriendo de qué manera es posible comprender la realidad. El navegante trata de explicarla *mientras* navega. Tanto el navegante como lo que lo rodea —el agua, el viento y la balsa— se mueven, y se van moviendo de manera conjunta. Este movimiento conjunto es el que le da sentido al viaje que se emprende navegando. Es mediante el viaje que el navegante reconoce su viaje y lo que va haciendo, para ofrecer una interpretación de la realidad y los fenómenos que se dieron en ella. En su aparición, el objeto

de escrutinio no es simplemente aprehendido por la conciencia; el objeto la modifica, y al ser modificada, la conciencia procede a una nueva aprehensión del objeto, de suerte que el objeto aparece a la conciencia del navegante no como una cosa transcendental en sí (el noúmeno kantiano), sino como cosa que es a la vez “movimiento y proceso de transformación” (*process of becoming*) (Hegel, 1977, p. 56).

Detrás de las metáforas utilizadas, ya sea la del explorador o la del navegante está implícita una interpretación de la actividad humana, del lenguaje y de los alcances de ellos sobre el camino que se recorre y la interpretación de ese camino. La metáfora del navegante es la que adoptamos en la teoría de la objetivación.

En este escrito presentamos un ejemplo de análisis a partir de los datos obtenidos en el marco de una investigación doctoral desarrollada en un colegio de carácter público en Bogotá, Colombia. Los datos provienen de una investigación longitudinal con estudiantes de 9 y 10 años en la educación primaria al resolver tareas matemáticas de generalización de patrones. El episodio seleccionado hace parte del desarrollo de una de las tareas, de un total de seis tareas implementadas. Los datos fueron obtenidos a través de grabaciones video y audio, las cuales fueron transcritas y luego analizadas a través del programa NVivo.

Al final del artículo ofrecemos algunas reflexiones sobre aspectos éticos que emergieron durante el desarrollo de la actividad y que dan cuenta, a través de un proceso de navegación de datos, de formas de interacción entre los estudiantes y de su ética subyacente.

#### 4. Un ejemplo: ¿qué ética opera en el aula?

Se muestra en la figura 1 la secuencia propuesta a los estudiantes. Se les propuso que abordaran los enunciados 1, 2 y 3 de 6 propuestos en la tarea. El primer enunciado decía: dibuje los términos 5 y 6. El segundo: calcule el número de círculos en el término 9, sin construirlo y explique el procedimiento seguido. El tercer enunciado decía: calcule el número de círculos del término 100 y explique el camino seguido.



Figura 1. Secuencia propuesta a los niños

La clase fue dividida en pequeños grupos. La transcripción seleccionada para este escrito es de uno de los grupos conformado por dos niñas y un niño, del total de 38 estudiantes que tenía el curso en el que se desarrolló la investigación. Era la primera vez que trabajaban juntos los tres niños, ya que en la anterior tarea propuesta las niñas trabajaron las dos solas pero para esta sesión el niño quedó sin grupo así que ellas decidieron acogerlo.

106 Jennifer: (*dirigiéndose a la profesora*) ¿cómo vamos a hacer el del [término] 100?

107 Profesora: ¿señora?

108 Jennifer: ¿cómo vamos a hacer el del 100?

109 Profesora: por eso, empieza a mirar (*se dirige a otro grupo*).

110 Jennifer: vaya escribiendo cien bolitas aquí (*le dice a Fabián sonriendo y señala su cuaderno*).

111 Fabián: ¡cien bolitas! (*Nicole toma el cuaderno de Fabián para mirar lo que él dibujaba luego lo toma Jennifer y se lo regresa a Fabián*).

En la línea 106, Jennifer pide a la profesora que le diga cómo deben hacer para encontrar la cantidad de círculos en el término 100. La niña plantea la pregunta a la profesora tan pronto la profesora termina de explicar en qué consiste la tarea que los estudiantes tienen que realizar. Con su intervención, Jennifer parece dar a entender que, para ella, incumbe a la profesora la responsabilidad de indicar los procedimientos que los estudiantes deben seguir; la responsabilidad de los estudiantes sería ejecutar dichos procedimientos. Jennifer muestra con su pregunta la conceptualización que tiene de las formas de producción del saber en el aula. De acuerdo con esta concepción, es la profesora quien realiza la instrucción y la estudiante la aplicación. Con su intervención, la profesora da a entender que la responsabilidad de la indagación de la pregunta es incumbencia de la estudiante. En efecto, en la línea 109, la profesora invita a Jennifer a que empiece a indagar de qué manera puede responder la pregunta, sin dar respuestas respecto a los procedimientos que Jennifer pide que le explique. La profesora le dice “por eso empieza a mirar.” La actividad empieza, pues, con una tensión respecto a la manera en que Jennifer y la profesora comprenden su responsabilidad respecto a los saberes en juego.

Jennifer no sabe de qué manera proceder, así que le dice a Fabián que dibuje 100 bolas en su cuaderno. El niño asume que el hacerlo ayudará al trabajo que deben desarrollar en grupo y se dispone a hacerlo.

Luego de un tiempo, Jennifer responde de manera individual a la primera pregunta, mientras Nicole la observa a ella y a Fabián. Nicole comenta en voz alta que el niño hizo 100 círculos en su cuaderno, sobre lo cual Jennifer sonríe. Para Nicole no es claro si lo que hace el niño tiene que ver o no con el desarrollo de la tarea; ella no se ha implicado en la tarea y ha delegado a Jennifer la responsabilidad de realizarla. Por ello, Nicole se limita a observar lo que hacen sus dos compañeros y hace mofa de Fabián.

119 Nicole: ¡uish! este [Fabián] hizo cien bolas (*mirando el cuaderno de Fabián*)

120 Jennifer: (*abre sus ojos y mira el cuaderno de Fabián con sorpresa*) sí, sí bueno. Hágale 100 bolas (*ella y Nicole se sonríen y lo observan por un momento*).

121 Nicole: 90, 100, 110, 120, 130, 140

122 Fabián: yo contando 60, 60 60 (*Nicole se ríe*) y me perdí por la culpa de ella (*mueve su mano como si simulara darle un puñetazo y todos ríen*)

En las imágenes (Figura 2), Fabián simula dar un puñetazo a Nicole por que ella no le deja contar. Nicole dice, en efecto, “90, 100, 110, 120, 130, 140” en voz alta para propiciar que Fabián se confunda y no pueda continuar con su conteo.

Simular golpes entre ellos es una forma normalizada de juego. A pesar de que no hay contacto físico, sí hay una intención de agredir al otro por hacer algo que no gusta; esta acción agresiva es en general tomada en tono de broma.

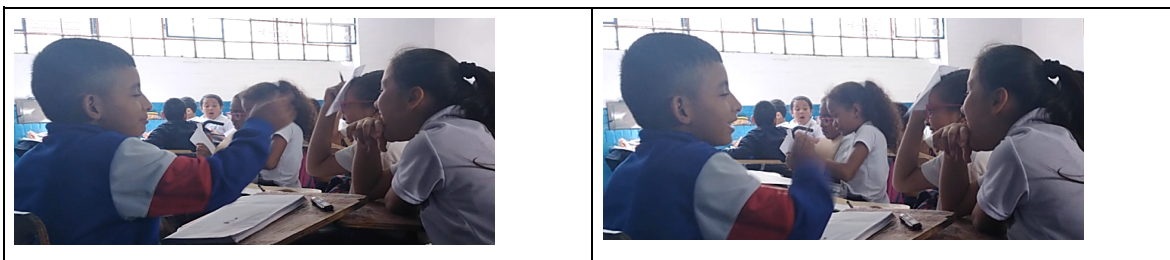


Figura 2. Fabián simulando dar un puñetazo a Nicole

123 Jennifer: ¡de nuevo!, ¡de nuevo! *(tocando el cuaderno de Fabián, invitándolo a continuar con el conteo).*

124 Fabián: uno, dos, ... *(Mariana —una estudiante de otro grupo— lo interrumpe).*

125 Nicole: 20, 30.

126 Jennifer: *(Jennifer cuenta los círculos de la fotocopia) cuando haga cien dibuje dos más. (dirigiéndose a Fabián). Ciento dos. (Ella y Nicole observan a Fabián por un momento. Él sigue dibujando círculos, así que ella decide hacer círculos en el cuaderno de él; Fabián le quita el lápiz) ah no, pero ¿porqué anda dibujando cien bolitas? si eso no es así.*

127 Fabián: cuarenta.

128 Nicole: ¿cuánto?

129 Jennifer: no mijo, ¡se le va a ir toda la hoja!

130 Nicole: *(dirigiéndose a Fabián) ¿cuántas lleva? (él continúa dibujando en su cuaderno. Nicole abraza a Jennifer y le hace cosquillas y juntas se ríen un momento. Fabián coloca su cuaderno en el puesto de Jennifer).*

Cuando Jennifer ve que el niño siguió la instrucción que ella le dio, le dice en la línea 126 que cuando haga cien, “dibuje dos más.” Ella ha observado que entre un término de la secuencia y el siguiente hay dos bolitas de diferencia. Luego intenta hacer círculos en el cuaderno de Fabián, acción que Fabián detiene quitándole el lápiz. En este momento Jennifer reacciona diciéndole por qué hace eso, si así no es (línea 126), pero no se preocupa por aclararle o mostrarle por qué no es como él está haciendo. En este momento es claro que a Jennifer poco le interesa que su compañero lleve a cabo una acción que no será de ninguna utilidad y lo deja continuar; en la línea 129 le dice que se le va a ir toda la hoja.

131 Fabián: cuente *(El niño ha terminado de dibujar las 100 bolitas y coloca su cuaderno en el puesto de Jennifer que fue quien le dijo que las hiciera).*

132 Nicole: yo cuento *(coge el cuaderno y empieza a contar señalando con su dedo) 1, 2, 3*

133 Jennifer: ¿pero para qué? ¡Si así no es!

134 Nicole: *(continúa contando con el lápiz de Fabián mientras Fabián toma la grabadora de audio que esta sobre el puesto y la coloca en las caras de las niñas por un momento, las niñas sonríen por ello) listo. Ya están las cien bolas.*

135 Fabián: ya están las cien bolitas *(empieza a contar y dibuja dos más).*

136 Nicole: pero. ¿para qué va a hacer más?

137 Fabián: listo. Ciento dos *(dibuja dos círculos más).*

138 Jennifer: ¡usted no tenía que hacer eso!

139 Fabián: usted dijo que ciento dos (*levanta su cuaderno como si quiera golpearla con él, ver Figura 3*)

140 Jennifer: o sea, perdió todo el tiempo (*Nicole se ríe*)

141 Nicole: (*dirigiéndose a Fabián*) yo le dije que no escribiera nada en el cuaderno, pero como no hace caso...

142 Fabián: (*señalando a Jennifer*) ella me dijo que hiciera cien bolitas (*mientras Fabián y Nicole hablan de las bolitas que él dibujó, Jennifer cuenta con sus dedos la cantidad de círculos que debe tener los siguientes términos*).

En la línea 131, Fabián solicita la aprobación de Jennifer frente a lo que él ha hecho. Nicole responde ofreciéndose a contar. En la línea 138 Jennifer insiste en que el niño no debía realizar esa actividad, pero no ofrece una explicación; tampoco se evidencia una intención de parte de ella que muestre que tiene un interés en explicar a sus compañeros por qué la pregunta no se responde de esa manera. Nicole por su parte se limita a contar los círculos, poniendo en evidencia que ella tampoco sabe de qué se trata la tarea y no ve ningún problema en revisar lo que su compañero hizo.



Figura 3. Fabián simulando golpear a Jennifer con su cuaderno

Jennifer insiste a Fabián que no debía hacer lo que hizo, pero continúa desarrollando los puntos de la tarea sin comentarlo con los compañeros. Como aparentemente Nicole no sabe de qué se trata la tarea, simplemente opta por apoyar a Jennifer en la idea de que no debía realizar esos círculos. Se burla del compañero por hacer algo que no era necesario, pero que bien podría haber hecho ella también, ya que no se mostraba implicada en la tarea y no mostró ningún interés por apoyar lo que Jennifer hacía. Sin embargo, sí estuvo pendiente de lo que Fabián hacía aún cuando no sabía por qué este lo hacía. Así que se burla del niño y además llama a la profesora para contarle lo que hizo el compañero.

La profesora parece no entender la intención de la niña y la razón por la que el niño hizo los 102 círculos; pero en ese momento es abordada por otro niño y pierde la atención de lo que estaba sucediendo dentro del grupo. El diálogo continúa como se muestra a continuación.

143 Nicole: profe, Fabián dibujó cien bolitas, ciento dos bolitas (*se ríe mientras lo dice*)

144 Profesora: y en el [término] cien ¿hay cien bolitas? (*hace gestos de desconcierto*).



- 145 Nicole: él dice  
 146 Jennifer: él dice (*en este momento un niño de otro grupo aborda a la profesora solicitando destapar una botella de agua, la profesora pierde la atención sobre lo que sucede en el grupo*).  
 147 Fabián: ella me dijo que dibujara 100 (*señalando a Jennifer*).  
 148 Jennifer: ¡usted es como bobo!  
 149 Fabián: usted dijo cuando termine de dibujar 100 bolitas dibuje dos bolitas más, ciento dos bolitas (*las dos niñas se ríen*).  
 150 Nicole: cuando iba en el siete, si-e-te para que quedaran 102 bolas (*Fabián empieza a borrar en su cuaderno y Nicole le da palmadas en la cabeza a Fabián (ver figura 4); Jennifer continúa realizando la actividad en la hoja de manera individual*) qué pecadito; Fabián se puso a hacer cien bolas para nada.



Figura 4. Nicole consolando a Fabián en tono de burla.

Para la profesora no es claro por qué la niña le llama para mostrarle que el compañero hizo 100 bolitas; por ello pregunta en la línea 144 si en el término cien hay 100 bolitas. Pero la respuesta de las niñas es “él dice,” buscando despojarse de toda responsabilidad sobre lo que el niño hizo. El niño muestra su molestia con las niñas por burlarse de lo que él hizo. Es cierto que Jennifer indicó en varias oportunidades (líneas 133 y 138) que no era necesario que dibujara los 100 círculos, pero a pesar de que llamó la atención sobre ello, no prestó mucha importancia de que lo hiciera. Como aparentemente Nicole no sabía si servía de algo o no que lo hiciera, ella se interesó en contar los círculos que hizo Fabián; pero cuando Jennifer insistió en que no servía para nada, optó por burlarse del niño, aún cuando ella también creyó que lo que el niño hacía ayudaba al desarrollo de la tarea. Luego Jennifer le dice bobo a Fabián (línea 148) por hacer algo que no servía para el desarrollo de la tarea aún cuando fue ella quien le dijo que lo hiciera.

- 151 Fabián: ¿cuántas bolas necesita? [para el término 100] (*mientras Fabián borra sus dibujos de bolitas hace esa pregunta, tal vez pensando que aún puede ser de utilidad dibujar alguna cantidad de bolitas; pero Jennifer y Nicole no le contestan*).  
 152 Nicole: nos tiene que decir a todos porqué. ¿Qué tal si nos pasa lo de los otros y nosotros... No profe, es que Jennifer hizo todo sola, no sabemos nada.  
 153 Jennifer: no pues yo le digo. Profe, yo les dije, pero ellos no quisieron [escuchar].  
 154 Nicole: no sea mentirosa (*mueve su cabeza negando y se levanta de su puesto mirando la hoja de Jennifer*).  
 155 Jennifer: no, mentiras.

156 Nicole: ¿cuánto son en el término cinco?

157 Jennifer: en el término cinco hay trece.

158 Nicole: ¡trece! (*con voz de sorprendida.*) Profe (*que se encontraba hablando con el niño del puesto de atrás de Nicole*), en el término cinco, nos da trece (*la profe asiente con la cabeza*) ¿Son trece? (*la profe mueve la cabeza de forma afirmativa; mientras ellas hablan, Fabián dibuja círculos en su cuaderno*) yo no quiero que me pasen [al tablero], profe. ¿Tenemos que pasar?

Finalmente, Nicole se interesa por la tarea que deben desarrollar y le pregunta a Jennifer por las respuestas. Sin embargo, como lo muestra la línea 152, lo que le preocupa es que deba pasar al tablero y no sepa qué decir. Su preocupación está en poder dar una respuesta acertada, más que en entender en qué consiste la tarea. Cuando la compañera le responde la cantidad del término cinco, ella indaga con la profesora sobre este valor. La pregunta conlleva dos intenciones: primero, que la profesora vea que ella está haciendo la tarea y, segundo, verificar la veracidad de lo que su compañera dijo. Durante la última parte de este episodio Fabián permanece borrando, colocando la grabadora de voz en las caras de las niñas y observando cómo Jennifer y Nicole dialogan, pero él no participa en el desarrollo de la tarea.

## 5. Ética y aprendizaje

Desde la perspectiva Leviniana que esbozamos anteriormente, el ser y la subjetividad llevan consigo, de manera nodal, la idea de la otredad. Dijimos que su sentido más profundo consiste en reconocer en la otredad la acción constitutiva del otro y de lo otro en mi propio ser, acción no solamente como movimiento sino también como presencia: una presencia que me confronta y me interpela y, en esta interpelación, me posiciona histórica y culturalmente.

Viendo desde esta perspectiva teórica los episodios presentados anteriormente, nos damos cuenta que la relación a la otredad se enmarca dentro de una actividad, en este caso, la actividad de enseñanza y aprendizaje. Dicha actividad reposaba en lo que en principio debía ser un trabajo conjunto para responder colectivamente a una serie de preguntas sobre la investigación matemática de una secuencia elemental.

Siguiendo esta línea de pensamiento, la profesora había elaborado una tarea que consistía en una serie de preguntas de complejidad creciente (Radford, 2015). Se esperaba que la investigación matemática sobre dichas preguntas permitiría a los estudiantes encontrar formas de pensamiento algebraico constituidas histórico-culturalmente. Claro, no esperábamos que los niños hicieran todo el trabajo por ellos mismos. Por ejemplo, la idea de discutir las soluciones propuestas por los diferentes grupos en la pizarra daría pautas para reconocer criterios colectivos entre estudiantes y la profesora que indicarían las fuerzas y límites de las soluciones propuestas, su generalización y, eventualmente, alcanzar así a reconocer los procedimientos algebraicos de generalización.

Lo que los episodios ponen de manifiesto, al verlos dentro de nuestra metodología del navegante, es la relación a la otredad que los estudiantes ponen en juego. En particular, la relación al saber está modulada por *formas de circulación de saberes* que entran en contradicción con las que la profesora, con su proyecto didáctico, tenía en mente. Es eso lo que observamos desde las primeras líneas.

Por un lado, en efecto, los datos sugieren, como vimos anteriormente, que los estudiantes esperan que la profesora explique cómo resolver los problemas. La relación al saber y sus formas de circulación en el aula, desde el punto de vista de los estudiantes, son asumidos como *responsabilidad* de la profesora. Ante los ojos de los estudiantes, la profesora encarna

el poder y la verdad. De allí la necesidad que sienten los estudiantes de preguntar al profesor constantemente si está bien lo que van haciendo (ver línea 108 y 158).

Por el otro lado, la profesora espera que los estudiantes generen ideas colectivamente, que las discutan entre ellos. La relación al saber y su circulación en el aula son asumidos como responsabilidad de los estudiantes. De allí que la profesora invite a los estudiantes a *mirar* la secuencia y dice: “empieza a mirar” (línea 109). Para mantenerse fiel a su proyecto, la profesora no puede decirles ni *qué* mirar, ni *cómo* mirarlo. Pero tampoco espera necesariamente que los estudiantes lo hagan por ellos mismos. La idea es que por lo menos los estudiantes empiecen a generar ideas para discutir las.

Dejados a su propia iniciativa, los estudiantes empiezan a trabajar en la pregunta 3, que es la pregunta sobre el término 100. Los datos indican que los estudiantes no logran organizarse como equipo para conducir la investigación matemática. En vez de trabajar en equipo, Jennifer asume una posición de poder. Dice a Fabián: “vaya escribiendo cien bolitas aquí” (línea 110). En la línea 111, Fabián repite “cien bolitas” y se pone a dibujarlas. La relación Jennifer-Fabián es, como toda relación humana, una relación ética. Aquí, esta ética reproduce la ética Profesor-Jennifer de las líneas 106-109, es decir la ética de poder/sumisión.

Para poder entender esta ética (o cualquier otra), es necesario entender que el poder no es algo substancial, no es una cosa que se posee o no, sino una *relación*, una relación fluida, dinámica, entre humanos (Foucault, 1980). El poder de A sobre B no reside *en* el sujeto A. No es tampoco la carencia de poder *en* B. Para que A pueda ejercer un poder, B debe *someterse* a A en una relación asimétrica. Evidentemente, los procesos de sujeción o subordinación pueden tomar muchos matices, desde una forma física brutal, hasta formas muy sutiles que escapan a primera vista, como en el caso de Jennifer y Fabián, donde la subordinación se hace de manera discursiva. Parecería sorprendente que dicha relación aparece sin ninguna objeción, como si fuese algo natural. Y, en efecto, lo es. Es naturalizada en la sociedad a través de sus prácticas cotidianas; los estudiantes no hacen más que transponerlas e importarlas a la escuela.

El ejercicio del poder permite a Jennifer posicionarse ante su equipo de cierta manera; al mismo tiempo, ese ejercicio del poder permite a los otros dos estudiantes posicionarse ante su equipo a través de toma de lugares diferentes. Los posicionamientos de los estudiantes se reflejan, en particular: (1) en la actitud que toman respecto a la tarea y (2) en cómo perciben su participación en la realización de esta. Jennifer ha estado intentando dar solución a la tarea desde el inicio de la sesión de manera individual. En la línea 152, Nicole le solicita a Jennifer que le dé las respuestas; ella se siente obligada de conocer las respuestas por la presión de tener probablemente que pasar al tablero. Nicole también pregunta a la profesora sobre la respuesta que le propone Jennifer, mostrando con esta acción su interés en que la profesora reconozca su implicación en el trabajo. Por su lado, Fabián dibuja en su cuaderno los círculos, esperando con ello aportar al trabajo que hace Jennifer; por ello, en la línea 151, le pregunta a Jennifer por la cantidad de círculos que necesita, pero su llamado es ignorado dado que Jennifer y Nicole están hablando entre ellas dos.

Así, en términos del posicionamiento general que adoptan los estudiantes, Jennifer se coloca en posición jerárquica. Mientras que Fabián sigue las instrucciones de Jennifer, Nicole parece situarse entre los dos: sigue a Jennifer, pero no pierde ocasión para desmerecer el trabajo de Fabián. En la línea 121, Nicole cuenta en voz alta para perturbar el proceso de conteo en que se ha embarcado Fabián. Para distraerlo dice “90, 100, 110, 120, 130, 140”. Nicole se ríe

cuando Fabián dice “y me perdí por la culpa de ella”. Y es en este momento en que mueve su mano, simulando darle un puño.

A lo largo de la lección, los tres estudiantes no logran conformarse en equipo en el sentido preciso del término. No hay un objeto *común* que los amarre. Leont’ev (1978) afirmaba que toda actividad humana está caracterizada por su *objeto*. El *objeto* es lo que mueve la actividad en cierta dirección. A ese objeto está ligado un *motivo*. El objeto para los estudiantes es responder a las preguntas planteadas en la tarea propuesta por la profesora. El *motivo* aparece como simplemente cumplir con el *deber* de responder a las preguntas de la profesora. El resultado es el ejercicio de una actividad en que tres conciencias se oponen e imponen/someten unas a otras. Los estudiantes no logran crear un *compromiso* (*commitment*) mutuo en su abordaje de la tarea. Nicole, por ejemplo, muestra interés por conocer las respuestas, pero ese interés deriva simplemente del miedo que le representa pasar frente a la clase a contar lo que realizaron. Vemos, de nuevo, aparecer la concepción de sumisión ante el saber y sus formas de circulación en el aula. Pasar al frente no es percibido como una contribución a la colectividad, para que la colectividad opine cómo mejorar las ideas presentadas. No es percibido como un acto generoso. Es percibido como un acto aterrador, pues en él, la niña se expondría a la crítica de los otros. El aula es percibida como un ambiente hostil.

## 6. Reflexiones finales

En este artículo intentamos abordar la pregunta acerca de las éticas que operan en el aula de matemáticas. Nuestra intención fue ofrecer un abordaje exploratorio, situándonos en el caso de una clase de una escuela pública en Bogotá, Colombia. Indudablemente, lo que logramos interpretar no se aplica necesariamente a otras clases. Nos parece importante, a pesar de los límites de nuestro estudio, señalar resultados y análisis que podrían eventualmente ser pertinentes en otras investigaciones.

La ética, por razones que expusimos en la introducción, no ha sido un tema de mucha vigencia en la educación matemática (algunas excepciones son Abtahi et al., 2018; Ernest, 2009; Maheux & Roth, 2014). Hemos argüido que una concepción de las matemáticas no como formas platónicas sino como actividad humana lleva de manera inevitable a la cuestión de la ética, pues la actividad matemática implica una *relación* entre aquellos sujetos inmersos en dicha actividad. Evidentemente, esto es mucho más patente en el caso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en donde los estudiantes y el profesor están siempre interactuando unos con otros (incluso en el caso de la enseñanza tradicional).

Para llevar a cabo nuestro estudio, nos hemos avocado a la teoría de la objetivación y a su aproximación ética Leviniana.

Dentro de esta teoría, las relaciones humanas ocurren en el marco de una actividad, la cual está sustentada por dos ejes: las formas de circulación de saberes y las formas de colaboración humana (Radford, 2012). Estos dos ejes están íntimamente relacionados; nosotros los dividimos por fines de simplificación de análisis. En el ejemplo que hemos discutido aquí, hemos visto que la profesora conformó una tarea sobre generalización de secuencias cuyo objeto era llevar a los estudiantes a proponer ideas para ser discutidas colectivamente. Para fomentar las discusiones, la profesora dividió la clase en pequeños grupos. Esta acción de la profesora se enmarca ya en el eje de las formas de colaboración humana.

Un resultado de esta investigación es el siguiente: no es suficiente ofrecer a los estudiantes una estructura en pequeños grupos para hacer avanzar las formas de circulación de saberes. En efecto, como hemos visto, al cambiar la configuración topográfica de la clase, es decir al pasar de la configuración cartesiana (que ubica a los estudiantes en filas y columnas, permitiendo así una vigilancia y control óptimo de los sujetos) a una configuración de grupos relativamente autónomos, los estudiantes se apegan a una ética en donde la relación a la otredad es alienante: se trata de una ética de superior/inferior, potentado/vasallo, potente/impotente, conoedor/ignorante, autoridad/súbdito, que no va sin recordarnos la ética del opresor y del oprimido en los trabajos de Freire (2005). El profesor es conceptualizado como poseedor del saber y del poder. El alumno se conceptualiza como sumiso al profesor y su saber. Evidentemente, esta ética limita la calidad de las matemáticas y de la experiencia que de ellas puedan hacer los estudiantes en la escuela.

Hemos visto que las formas de producción del saber y los modos de interacción a los que los estudiantes se aferran hacen resistencia a las formas que la profesora pretende introducir en el aula. La profesora plantea un trabajo en grupos, en donde mediante discusiones lleguen a acuerdos que les permitan dar solución a la tarea propuesta; la profesora plantea también discusiones generales para que diferentes grupos comenten a todo el curso sus alcances. Sin embargo, los niños trabajan de maneras individualistas y se resisten a colaborar entre ellos y a realizar participaciones orales frente a sus otros compañeros. Con esa resistencia, los estudiantes muestran una adhesión a lo conocido, en donde encuentran un espacio de seguridad. Esta resistencia es un aspecto importante de considerar cuando se pretende introducir formas colectivas de colaboración en el aula.

Dos preguntas que se desprenden del análisis anterior son las siguientes:

- ¿Cómo hacer para transitar de una ética de la lucha por el reconocimiento y la dominación a una ética entendida como diálogo de voces donde los participantes se oyen, se escuchan, se toman en cuenta y se responden?
- ¿Qué acciones pedagógicas podrían conducir a modificar las formas de colaboración humana de manera que éstas vengan a reposar en una ética de solidaridad, es decir una ética de labor conjunta genuina?

Sin duda, estas son preguntas todavía abiertas que requieren más investigación y reflexión. Es claro que la respuesta no reside en imponer un código de conducta en el aula. Como lo indica Jeffrey Nealon,

Según Levinas, no son los sistemas abstractos de obligación los que dan un grosor a la vida ética humana; más bien, la ética nace y se mantiene a través de la necesidad de dar *respuesta* a la otra persona, y esa capacidad de dar tal respuesta (que Levinas llama “responsabilidad”) viene necesariamente *antes* de la solidificación de las reglas teóricas o las normas políticas de conducta ética. (Nealon, 1997, p. 131)

La importancia de las dos preguntas anteriores radica en que las matemáticas escolares son matemáticas que se practican *con otros*; su calidad pasa, pues, por una ética. En la medida que esta ética no permita una acción profunda interactiva con otros, esas matemáticas, los aprendizajes que de ellas puedan hacer los estudiantes y las subjetividades que en ese aprendizaje puedan conformarse y producirse, se verán muy limitados.

## Reconocimientos

Agradecemos al *Emerging Leaders in the Americas Program* (ELAP) de Canadá por la beca suministrada a A. Lasprilla Herrera para efectuar una estancia doctoral en la Université Laurentienne en 2019. Agradecemos igualmente al Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Le conseil de recherches en sciences humaines du Canada (SSHRC/CRSH), quien ha ofrecido las subvenciones necesarias para el desarrollo de la teoría de la objetivación.

## Referencias

- Abtahi, Y., Guillemette, D., Herheim, R., Lerman, S., Maheux, J.-F., & Valero, P. (2018). Otherness in mathematics education. In Proceedings of the 42nd annual Meeting of the international group for the psychology of mathematics education. Umeå, Sweden.: PME.
- Arnauld, & Lancelot. (1803). *Grammaire générale et raisonnée de Port-Royal*. Paris: Perlet.
- Artin, E. (1963). Les points de vue extremes sur l'enseignement de la geometrie. *L'enseignement Mathématique*, 9, 9-14.
- Bajtín, M. M. (1999). *Estética de la creación verbal*. Siglo XXI Editores: Madrid, España.
- Cobb, P. (1985). An investigation of young children's academic arithmetic contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 109-124.
- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23(2), 87-103.
- Cobb, P., Boifi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258-277.
- Ernest, P. (2009). What is 'first philosophy' in mathematics education? In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis, (Eds.), Proceedings of the 33rd conference of the international group for the psychology of mathematics education (Vol. 1, pp. 25-42). Thessaloniki, Greece: PME.
- Formigari, L. (1988). De l'idéalisme dans les théories du langage. Histoire d'une transition. *Histoire, épistémologie, langage*, 10(1), 59-80.
- Foucault, M. (1980). *Power / knowledge*. New York: Pantheon Books.
- Freire, P. (2005). *The pedagogy of the oppressed*. New York: Continuum.
- Hegel, G. W. F. (1977). *Hegel's phenomenology of spirit* (A. V. Miller, Trans.). Oxford: Oxford University Press (First edition, 1807).
- Lévinas, E. (1982). *Éthique et infini*. Paris: Fayard.
- Levinas, E. (1977). *Totalidad e infinito: Ensayo sobre la Exterioridad*. Salamanca: Ediciones Sígueme.
- Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Lebesgue, H. (1908). Sur la définition de l'aire des surfaces. *L'Enseignement Mathématique*, 10, 212-220.
- Maheux, J.-F., & Roth, M.-W. (2014). The relationality in/of teacher-student communication. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 503-529.
- Nealon. (1997). The ethics of dialogue: Bakhtin and Levinas. *College English*, 59(2), 129-148.

- Niaz, M. (1991). Role of the Epistemic Subject in Piaget's Genetic Epistemology and Its Importance for Science Education. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(7), 569-80.
- Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas. In J. Vallès, D. Álvarez, & R. Rickenmann (Eds.), *L'activitat docent intervenció, innovació, investigació* (pp. 33-49). Girona (Spain): Documenta Universitaria.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 101-118.
- Radford, L. (2015). Methodological Aspects of the Theory of Objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18), 547-567.
- Radford, L. (2018a). On theories in mathematics education and their conceptual differences. *Mathematics Education and Popularization of Mathematics*. Invited Lecture 18.1. International Congress of Mathematicians. Rio de Janeiro (acceso: [http://www.luisradford.ca/pub/On\\_theories\\_in\\_mathematics\\_education\\_ICM2018.html](http://www.luisradford.ca/pub/On_theories_in_mathematics_education_ICM2018.html))
- Radford, L. (2018b). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Radford, L. (2018c). Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. In I. Abreu Mendes (Ed.), *Anais do 5o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 5º SIPEMAT* (pp. 1-22). Belém, Brazil: SIPEMAT.
- Radford, L. (2018d). Lenguaje, política y alteridad. In: C. Noronha & T. Barbosa (Eds.), *Leituras e escritas: olhares plurais para múltiplas cenas educativas* (pp. 17-42). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Richard, J. (1908). Sur la nature des axiomes de la géométrie. *L'Enseignement Mathématique*, 10, 60-65.
- Roth, M.-W. (2018). Birth of Signs: A (Spinozist-Marxian) Materialist Approach. In N. Presmeg, L. Radford, M.-W. Roth, & G. Kadunz (Eds.), *Signs of Signification* (pp. 37-53). Cham, Switzerland: Springer.
- Vološinov, V. N. (1973). *Marxism and the philosophy of language*. Cambridge, Massachusetts & London, England: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). *Collected works* (vol. 1). R. W. Rieber and A. S. Carton (Eds.). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S. (1997). *Collected Works. Vol. 3. Problems of the theory and history of psychology*. (R. W. Rieber & J. Wollock, Eds.). New York: Plenum.