ARITHMETICA PRACTICA

Por el Br. D. Juan Joseph de Padilla

Guatemala. Año de 1732

Con un prefacio e introducción de

Luis Radford

NOTICIA

BREVE

DE

TODAS LAS REGLAS MAS PRIN-
CIPALES DE LA
ARITHMETICA PRACTICA.

*Con q̃ ſe puedẽ deſatar, no ſo-
lo las demãdas ordinarias, ſino
tãbien muchas difficultoſas, que
de otra ſuerte ſolo por la Alge-
bra ſe reſpõdieran.*

Por el Br. D. Juan Joſeph de Padilla

*Cõ licẽcia de los Superiores en Goath. en
la Ymprẽta, q̃ Adminiſtra Ygnacio Ja-
cobo de Beteta: A cuya coſta ſe imprime.*

PREFACIO

Es con gran placer que presento el libro *Arithmetica Practica* del padre guatemalteco Juan José de Padilla, publicado en 1732 en la ciudad de Santiago de Guatemala, antigua cede de la capitanía colonial española, ciudad conocida hoy en día como Antigua Guatemala.

La publicación de este libro es la culminación de un proyecto que data de fines de los años 80, cuando me encontraba a cargo de la cátedra de matemática de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la Universidad de San Carlos de Guatemala. El proyecto no pudo realizarse por engorros burocráticos y problemas económicos. Sin embargo, con el apoyo de la Universidad de San Carlos y del Museo de Antropología e Historia pudo finalizarse la primera parte del mismo, la cual consistió en la toma de fotos del libro.
El proceso fue arduo, en parte por las limitaciones tecnológicas de entonces, en parte por el cuidado con que debíamos manejar la única copia del libro del Padre Padilla, depositada en el Museo del Libro Antiguo, ubicado en la ciudad de Antigua Guatemala. A medida que las condiciones climatológicas lo fueron permitiendo, el proceso de toma de fotos fue avanzando. Desgraciadamente, el proyecto se quedó estancado y no es sino hasta ahora, con la tecnología contemporánea de libros electrónicos, que lo hemos retomado para llevarlo a su fin.

La obra misma es precedida de una reseña y análisis histórico que publiqué en 2007 en la *Revista Brasileira de História da Matemática* - Vol. 7 no 14 (octubre/2007 - marzo/2008) - páginas 193-211. Agradezco al Profesor Sergio Nobre, editor de la revista, permitirme reproducir aquí dicho articulo.

Espero que la publicación electrónica de este libro contribuya a comprender las matemáticas y su papel social en la vida colonial latinoamericana.

Noviembre 2013

Luis Radford
École des sciences de l'éducation
Université Laurentienne
Sudbury, Ontario
Canada, P3E 2C6
Lradford@laurentian.ca

INTRODUCCIÓN

LA *ARITHMETICA PRACTICA* DEL PADRE PADILLA Y LOS INICIOS DE LA MATEMÁTICA EN CENTRO AMÉRICA EN EL PERÍODO COLONIAL

Luis Radford
Laurentian University – Ontario - Canada

1. Introducción

El libro "Noticia Breve de Todas las reglas mas principales de la Arithmetica practica con $\bar{q}$ ſe puede deſatar, no ſolo las demãdas ordinarias, ſino tãbien muchas difficultoſas, que de otra ſuerte ſolo por la Algebra ſe respondieran", escrito por el bachiller, clérigo presbítero, Juan José de Padilla, en 1732, constituye el segundo libro de matemáticas escrito en Guatemala, en el período colonial, habiendo sido el primero el de Fr. Juan Jacinto Garrido, en el siglo XVII, según lo reporta el historiador Fuentes y Guzmán (1932), libro que suponemos perdido para siempre.

La *Aritmética práctica*, impresa en la imprenta de Ignacio Jacobo de Beteta, en la ciudad de Santiago de Guatemala, es solamente una parte de una obra científica más amplia, desaparecida hoy en día, excepción hecha de la propia *Arithmetica practica*, de la cual sobrevive tan sólo un ejemplar[1]. Sabemos que la obra científica del Padre Padilla comprendía también tratados de Astronomía y de Mecánica, entre ellos su "Teoría y Práctica de la Astronomía".

Pocos son, sin embargo, los datos con que contamos de nuestro autor. El bachiller, presbítero Domingo Juarros, en una obra escrita a principios del siglo XIX (Juarros, 1808), en un capítulo dedicado a los escritores guatemaltecos, nos refiere que el Padre Padilla nació en Guatemala y desempeñó el cargo de Maestro de Ceremonias de la Iglesia de Catedral, y fue instruído en Teología y Santos Padres. A decir de Juarros, el padre Padilla hizo grandes progresos en matemáticas "sin maestro y con pocos libros" y murió el 17 de Julio de 1749, cuando contaba con más de 65 años de edad, lo que sitúa su nacimiento no después de 1685. Juarros nos indica también que el Padre Padilla era un excelente relojero. Sabemos que el reloj de una de las torres del Colegio de Cristo –reloj que daba las horas por sonido– había sido construido por él (Gavarrete, 1980; p. 268). La *Gaceta de Goathemala* correspondiente al mes de febrero de 1730, luego de resaltar los méritos de nuestro autor, lo califica, en efecto, de "insigne en el arte de fabricar relojes de todos tamaños"[2].

[1] Museo del Libro Antiguo. Antigua, Guatemala.

[2] La *Gaceta de Goathemala* se inició en noviembre de 1729; fué el primer periódico editado en el Reino de Guatemala y segundo en el continente americano, precedida por la Gaceta de México en 1722 (González Orellana, 1970, p. 165). Dicho periódico desempeñó un papel importante en la divulgación de las nuevas ideas científicas (cf. Tate, 1978, p. 261 ff.)

No sabemos cuáles son las fuentes matemáticas del Padre Padilla; la obra que de él poseemos es parca en datos, pero probablemente uno de esos "pocos libros" a los que hace referencia Juarros es la *Trigonometría de los Logarítmos*, del Padre Joseph Zaragoza, que es mencionado en la página 32 de la *Arithmetica practica*. En el capítulo V *–De la Cuenta Decimal–*, pág. 64, nuestro autor menciona *La Disme* de Simon Stevin, dejándonos suponer que conoció la obra en cuestión. Enseguida menciona al jesuita Andrés Tacquet, como continuador de la obra de Stevin, sin mencionar sin embargo el título de la obra. Como veremos más adelante, es razonable suponer la influencia (directa o indirecta) de aritméticas como la J. B. Corachan, de 1699 o de Pérez de Moya, de 1573.

Los relativamente pocos datos biográficos del Padre Padilla nos dejan entrever, no obstante, un intelectual curioso, volcado a la astronomía, a las matemáticas y a sus aplicaciones. Para tratar de comprender el lugar de su *Arithmetica practica* en el período colonial, en la siguiente sección intentaremos situar, brevemente, el papel que desempeñaron las matemáticas en la educación, durante la colonia (siglos XVI-XIX) en el *Reino de Guatemala*, reino que comprendía lo que hoy llamamos Centro América. En la sección 3 pondremos en evidencia algunos elementos propios a la actividad económica de dicha región. El marco educativo-económico anterior nos permitirá ubicar, en la sección 4, la *Arithmetica practica* del Padre Padilla en su contexto histórico-social. En las subsiguientes secciones analizaremos algunos métodos aritméticos para resolver problemas comerciales que se encuentran desarrollados en el capítulo 9 de la obra en cuestión. Hemos decidido limitarnos al capítulo 9 de ese libro (de hecho nos limitaremos a una parte del capítulo 9) pues es allí donde el título de la obra adquiere un sentido pleno: en él se exponen, en efecto, una serie de reglas o métodos para resolver problemas prácticos –problemas mercantiles– sin recurrir al álgebra.

2. Las Matemáticas en la Educación Colonial

Para empezar, conviene recordar aquí que, en la estructura social de las colonias españolas, se identifican facilmente tres estratos importantes, correspondientes a los *criollos*, los *mestizos* y los *indios*, distribuídos dichos estratos en forma piramidal. En el caso del Reino de Guatemala, las primeras acciones educativas se emprendieron hacia 1534, apenas unos 10 años después de fundada la Ciudad de Santiago –el centro administrativo y militar del Reino.

La iniciativa educativa, conducida bajo la iniciativa de las órdenes religiosas, se ocupó en primer lugar en atender las necesidades de la cúspide de la pirámide aludida, es decir los criollos (esto es, los hijos de los españoles nacidos en la colonia); dicha acción se extendió más tarde (a mediados del siglo XVII) a los mestizos, que eran en general producto de las uniones ilícitas de españoles con mujeres indígenas y por último a los indígenas mismos.

A inicios del siglo XVIII (siglo en el que aparece la *Arithmetica practica* del Padre Padilla) la educación en el Reino de Guatemala se había consolidado y ofrecía ya tres niveles: el primario, el secundario y el universitario[3]. En las escuelas primarias se enseñaba a leer, escribir, calcular y la doctrina cristiana. Calcular no significaba conocer solamente las

---

[3] La educación secundaria se inició en 1620 (ver González Orellana, 1970, p. 124), mientras que la Universidad de San Carlos fue fundada en 1676, por Real Cédula, iniciando sus cursos en 1681 (Mata, 1976).

"operaciones fundamentales" de la aritmética, sino que significaba, además, la resolución de problemas a través de la Regla de Tres y la Regla de Compañía, aplicándose estas reglas, entre otras cosas, a los problemas de repartición de ganancias entre los socios de una sociedad mercantil (regresaremos a este punto más adelante).

La educación secundaria, centrada en la enseñanza de la Gramática, Cánones y Teología, no ofrecía un espacio para la enseñanza de las matemáticas. Se concebía, entonces, que con la enseñanza dada en la escuela primaria, los alumnos podrían continuar en su casa el estudio de las aplicaciones comerciales más avanzadas, como los problemas de aligación o mezcla, las extracciones de raíces, etc. (cf. González Orellana (1970), pp. 95-96).

Este "programa de profundización" (programa no oficial) estaba destinado, como se ve, a los hijos de comerciantes, y encajaba perfectamente con un elemento que contribuyó a moldear fuertemente la estructura social de la colonia, a saber, la preparación de los descendientes para la continuación del oficio del padre.

Ahora bien, una característica fundamental de este siglo, desde el punto de vista educativo, es un giro, a finales del mismo, hacia el estudio de las ciencias experimentales. En esa época, la educación científica tuvo un empuje gracias al auge que gozaron en Europa la biología, la fisica y las propias matemáticas. Así, el interés por la botánica –impulsado por la Corona de España– trajo a suelo guatemalteco una expedición con el propósito de estudiar la fauna y la flora, lo que abrió la brecha para fundar, en 1796, un jardín botánico y el Museo de Historia Natural. La física, que se estudiaba como parte del curso de filosofia, pasó a interesarse en los problemas "modernos", entre ellos el de la gravitación newtoniana. Impulsadas por la recien creada *Sociedad Económica*, las matemáticas contaron con una Escuela –de vida efimera, sin embargo– fundada a fines de 1700, pero no pudieron contar con una Cátedra en la Universidad, no siendo sino hasta en 1810 que el contra-maestre de la misma, Dr. Antonio Garcia Redondo, impartió gratuitamente un curso que contemplaba aritmética, álgebra en ecuaciones de segundo grado, geometría, trigonometría plana y esférica y cálculo diferencial e integral (cf. Tate, 1978, pp. 258-259).

Para intentar situar el papel que desempeñaron las matemáticas en la educación de la vida colonial, es necesario, pues, tener presente, a la luz de la estructura piramidal evocada anteriormente, que el acceso real a los niveles de educación media y superior (que eran los únicos niveles que podían beneficiarse de los cambios inducidos por las ciencias experimentales) correspondía al estrato de los criollos. De esa cuenta, podemos concluir que las Matemáticas formaron parte, en la época colonial, de la educación general (a través del aprendizaje de la aritmética y sus primeras aplicaciones), siendo su orientación de tipo mercantil, satisfaciendo asi las necesidades del grupo social involucrado en el comercio. El auge de las ciencias experimentales abrió el espacio suficiente para que las matemáticas encontraran una forma de desarrollo (aunque modesto) en el campo universitario, pero dado que el acceso universitario era dificil al estrato mestizo e imposible (excepción hecha de algunos cuantos casos no representativos) para el estrato indígena, el beneficio que pudo extraerse fue –en términos sociales– relativamente poco significativo.

3. Actividad Comercial durante la Colonia

La actividad comercial en la época que nos interesa estuvo moldeada por un factor muy importante: la prohibición por la Corona Española del comercio internacional a las

colonias, lo que permitió a la primera reservarse el derecho de único proveedor y abastecedor de las segundas. Así, las transacciones comerciales de la Guatemala colonial se hicieron principalmente con la Nueva España y la Metrópli e incluía la exportación de artículos diversos, entre los que podemos mencionar, en el ramo de la agricultura, que representaba el renglón más fuerte, productos provenientes del cultivo del maíz, cacao, añil (que fue el sostén de la economía durante mucho tiempo), caña de azúcar, algodón tabaco y trigo. La industria de la artesanía ocupó también un lugar importante, con la exportación de imaginería, platería, pintura, cerámica y textil –hilería, telares, etc. Hubo también una fuerte actividad del lado de la ganadería, que fue introducida por los propios españoles, y que permitió la exportación de productos derivados, como cueros. De España llegaba vino, hierro, ropa, tinta, aceite de oliva, dulces, armas, objetos religiosos (Polo, 1988).
Toda esta actividad comercial encontró un centro de organización en la Ciudad de Santiago, sede de la Capitanía General de Centro América. En efecto, dicha ciudad se había constituído, para entonces, en el centro principal del comercio interior de la región. Allí concurrían los comerciantes de todos los poblados y desde allí eran encaminados grandes cargamentos hacia los puertos con destino a España y México[4].

El panorama comercial anterior nos recuerda ciertas sociedades europeas de fines de la Edad Media y principios del Renacimiento, como las de Venecia, Florencia, Lyon, etc. en donde la emergencia y desarrollo de las matemáticas comerciales tienen raíces, como se sabe, en las nuevas necesidades provenientes de un comercio en expansión (Benoit, 1989; Franci y Toti Rigatelli, 1982). Los nuevos problemas y las nuevas modalidades comerciales de ciudades europeas como las mencionadas propiciaron la creación de nuevos **contenidos** (el de las nuevas matemáticas, a saber, las *matemáticas comerciales*). Son esas mismas necesidades las que propician igualmente el surgimiento de nuevas formas de enseñanza (en virtud de que no es posible adaptar el molde deductivo de la geometría euclideana al nuevo contenido) así como la creación de **centros de enseñanza** hasta entonces inexistentes: las escuelas de abaco (Filloy y Rojano, 1989; Goldthwaite, 1972-73; Grendler, 1989; Radford, 2003; Van Egmond, 1976). La historia nos muestra que el desarrollo de las matemáticas comerciales se ha dado, en particular, bajo dos signos inequívocos: el entorno de una actividad comercial que les da sentido y un entorno intelectual suficientemente amplio para dar cabida a las reflexiones matemático-comerciales[5]. La Ciudad de Santiago ofrecía, además de la actividad comercial propicia para el advenimiento de una obra de ese estilo, un ambiente intelectual importante: desde 1660 se contaba con una imprenta, la Universidad –como lo apuntamos anteriormente– había iniciado sus actividades académicas en 1681 y desde 1729 circulaba el primer periódico.
A la luz del contexto histórico que hemos descrito, en la próxima sección presentamos un esbozo del contenido de la Arithmetica practica.

4. La *Arithmetica practica* del Padre Padilla

[4] Solorzano (1947) brinda una descripción interesante de la actividad comercial en la Ciudad de Santiago.
[5] Es, bajo esos signos, que aparecen dos de las matemáticas comerciales más importantes: la Aritmética de Treviso (o Libro del Abbaco), en Italia (Swetz, 1989), y las Matemáticas Comerciales de Chuquet, en Lyon, Francia (Flagg, Hay y Moss, 1987), ambas escritas a fines de 1400.

La *Aritmética Práctica* del Padre Padilla contiene 237 páginas numeradas (ver Figura 1). Antes del Capítulo I, se encuentran tres hojas que contienen una dedicatoria a San Gertrudes, una Conmemoración del autor a Jesús, María y José y una definición de la artimética. La página 237 del libro, que cierra el último capítulo del la aritmética, es seguida de un índice de seis hojas y dos hojas de erratas. Las hojas del libro son de un tamaño de 16x12 cm.
Se trata de una aritmética comercial de estructura similar a la de los libros de abaco que se escribieron en Europa a fines de la Edad Media y Renacimiento. Su contenido se pude dividir en dos grandes partes: una primera parte que contiene los conceptos elementales de la aritmética y una segunda parte que muestra una serie de *métodos* más avanzados para resolver los problemas comerciales:

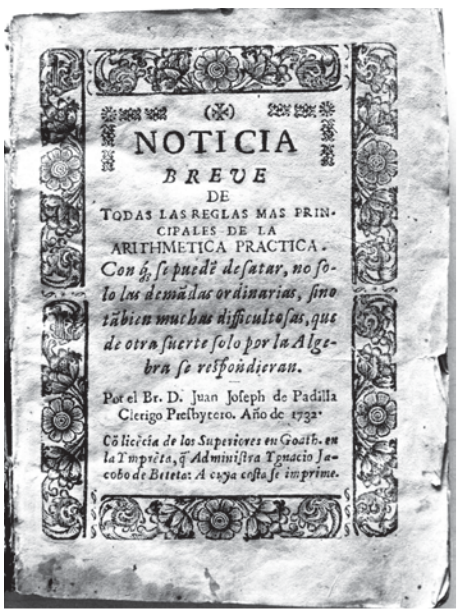

NOTICIA
BREVE
DE
TODAS LAS REGLAS MAS PRIN-
CIPALES DE LA
ARITHMETICA PRACTICA.
Con q̃, se puedē desatar, no so-
lo las demãdas ordinarias, sino
tãbien muchas difficultosas, que
de otra suerte solo por la Alge-
bra se respondieran.
Por el Br. D. Juan Joseph de Padilla
Clerigo Presbytero. Año de 1732.
Cõ licēcia de los Superiores en Goath. en
la Imprēta, q̃ Administra Ygnacio Ja-
cobo de Beteta: A cuya costa se imprime.

Figura 1. Foto tomada de la página inicial del ejemplar de la *Arithmetica practica* conservado en el Museo del Libro Antiguo, en Antigua Guatemala.

La división formal del libro es la siguiente:

Definición de la aritmética.
Capítulo I. De las letras o caracteres de la aritmética y modo de numerar
Capítulo II. De las cuatro reglas de la aritmética
Capítulo III. De los números quebrados
Capítulo IV. De las cuatro reglas generales con quebrados
Capítulo V. De la cuenta decimal
Capítulo VI. De las potencias y sus raíces
Capítulo VII. De las proporciones
Capítulo VIII. De las progresiones
Capítulo IX. De la Regla de Tres
Capítulo X. De las reglas de sacar capacidades de planos y sólidos
Capítulo XI. De las reglas de combinaciones y permutaciones
Capítulo XII. De algunas cuentas sueltas y otras cosas de la Aritmética

El panorama colonial esbozado en los párrafos anteriores, nos permite ubicar esta obra del Padre Padilla como una obra para uso de las escuelas primarias[7], a la vez que permitía a los estudiantes criollos que se dedicarían al comercio a proseguir en el estudio de los métodos aritméticos. Probablemente dichos estudiantes tomaban cursos particulares sobre esos temas; es probable también que el mismo Padre Padilla haya enseñado de esa forma y que su libro sea consecuencia de esas lecciones.

Ahora bien ¿cuáles son los negocios a los cuales la *Aritmética Práctica* pretende dar apoyo? Es fácil, a la luz del escenario mercantil pintado arriba, imaginar por lo menos cuatro tipos de problemas comerciales que debieron presentarse y que encuentran solución con los métodos aritméticos desarrollados en la *Arithmetica práctica* del Padre Padilla:

4.1 Problemas de sociedades

El primer tipo de problema es relativo a los problemas de sociedades: cierto número de personas invierten cantidades diferentes en un negocio y se trata de determinar la forma en que las utilidades deben ser repartidas. Este tipo de problema era resuelto utilizando la *Regla de Tres de Compañía.*

4.2 Problemas de mezclas o aligaciones

El segundo tipo de problemas comerciales concierne las mezclas o aligaciones, esto es, la forma de asignar un precio a un producto a partir de los productos que la componen. En el párrafo 12 del capítulo 9, párrafo titulado: *"De la regla de tres para atar y meſclar precios y otras coſas diferentes"*, leemos: "Eſta regla enſeña lo primero â ſacar vn precio medio; ô valor de vna meſcla: como ſi ſe meſclan varias porciones de tinta añil de â diverſos precios, ſaber de que precio ſale la meſcla." (p. 146).

4.3 Problemas de cálculo de cantidades

El tercer tipo de problema se refiere a la *cantidad* de ingredientes (de precios conocidos) que deben mezclarse para obtener una mezcla a un precio dado. Este tipo de problema tiene aplicaciones muy diversas: por ejemplo, mezclar vinos de diferente calidad, de manera que el precio de la mezcla resultante sea atractivo para la venta; igualmente podemos mencionar la mezcla de metales preciosos en la industria de la artesanía o el acuñado de monedas.

4.4 Problemas de rateo

El cuarto tipo de problema corresponde a lo que el Padre Padilla llama el *rateo:* cómo asignar precios a los diferentes artículos de calidades diversas que componen un lote, partiendo del precio total del lote. Este tipo de problema tiene cabida en el tipo de comercio aludido arriba entre las colonias y la Metrópoli. En efecto, los comerciantes de las colonias seguramente estaban sujetos a comprar lotes de mercadería a las embarcaciones provenientes de España; esos *lotes* (por ejemplo una caja con cartones de listones de varios colores y calidades) debían ser vendidos en el mercado local más tarde, por lo que era

[7] Todavía a inicios del siguiente siglo, el Obispo de Guatemala, Cayetano Francos y Monroy, la recomendaba para uso de sus escuelas (cf. Saravia, 1972).

necesario desglosar el lote inicial en *sub-lotes* (es decir, pequeños lotes) y asignar un valor a éstos (en nuestro ejemplo, que de hecho está inspirado en un ejemplo del Padre Padilla, los sub-lotes serían cartones de listones).

Antes de entrar en el detalle de los métodos de solución, tal y como se encuentran en la *Arithmetica practica*, notemos que es a raíz del contexto socio-educativo que hemos indicado en la sección 2 que el Padre Padilla evita abordar esos problemas a través del álgebra, disciplina que, además de implicar la adquisición de conocimientos reputados más dificiles que los aritméticos (es el factor *pedagógico* de la decisión de evitar el álgebra), no tiene cabida en la formación escolar de los comerciantes (es el factor *social* de la decisión).
Naturalmente, nuestro autor reconoce la superioridad del álgebra respecto a la áritmética: así, discutiendo las condiciones para que uno de los métodos aritméticos contenidos en su libro sea aplicable, dice que de no satisfacerse las condiciones mencionadas "es ſeñal, de que no ſe puede reſponder â la demanda, ſi no por otra via, principalmente por la *Algebra, que es una regla univerſaliſſima, â cuya fuerça no ſe reſiſte ningun genero de queſtion."* (p. 183; las cursivas son del original).

El capítulo IX, que es el capítulo en donde se encuentran las aplicaciones comerciales más interesantes, contiene, también, dos métodos que tradicionalmente aparecen explicados en los libros de ábaco: el método de falsa posición y de la doble falsa posición. Dichos métodos son aplicados a problemas de carácter menos comercial. Su análisis nos desviaría del corazón de las aplicaciones comerciales de la Matemática, por lo que lo llevaremos a cabo en otra oportunidad. Regresemos, entonces, a los métodos aritméticos para resolver los cuatro problemas comerciales que señalamos arriba.

5. Los Métodos Aritméticos en los Problemas Mercantiles

La Regla de Tres constituyó la piedra angular de los métodos de solución de las aritméticas comerciales de la Edad Media y del Renacimiento. En la *Aritmética de Treviso,* ésta es considerada como de la mayor importancia en el arte del cálculo (Swetz, 1989, p. 101).
Las primeras aplicaciones de esta regla en las matemáticas comerciales conciernen, como se sabe, el cálculo del precio de cierta cantidad de un artículo, sabiendo el precio unitario o el precio de cierta fracción del mismo. La regla de tres permite igualmente resolver problemas de cambio de monedas[9].
El capítulo IX de la *Aritmética Práctica* desarrolla al inicio dicha regla. La definición que encontramos es la siguiente:

> LA REGLA DE TRES SE COMPONE DE tres numeros conoſcidos, por lo quales ſe ſaca otro quarto, que ſe ignora, y por eſſo ſe llama *Regla de tres*, y por ſu mucha vtalidad la llaman *Regla aurea*: es la Algebra menor, pues por ella ſe deſatan todas las dificultades, que no ſon reſervadas â la Algebra mayor. (p. 126, las cursivas son del original)

[9] Es, precisamente, en el contexto de cambio de moneda que aparece primero la regla de Tres en la *Arithmétique Commerciale* de Chuquet (Flagg, Hay y Moss, 1987).

La regla de tres aparece, pues, como era usanza, en un contexto de resolución de problema, siendo el tipo de problema abordable por dicha regla aclarado a través de varios ejemplos:

> [D]eſſeo ſaber quãto valdran 20 varas de paño: para eſto pregunto primero, quanto vale vna vara de dicho paño, y me reſponden, que 4 peſos, y medio, ya con eſto podré componer la regla de tres, y pondré por primer termino la 1 vara, que es la demanda, por ſegundo los 4 peſos, y medio, que es la reſpueſta conoſcida, y por tercero las 20 varas de la otra demanda, y diré: ſi 1 vara de paño vale 4 peſos, y quatro reales: 20 varas, quanto valdrán? La reſpueſta ſaldrá en el cuarto termino. (p. 127)

La forma de calcular el cuarto término aparece en un marco descontextualizado, puramente numérico:

> El modo de ſacar el quarto termino de la reſpueſta, que ſe deſſea, es multiplicar vno de los tres terminos de la regla por vno de los otros, y el producto partirlo por el que queda, y el quociente ſerá el quarto numero. (p. 128)

No vamos a entrar en el detalle del desarrollo de la Regla de Tres que hace el Padre Padilla, dado que estamos más bien interesados en el uso que hace de la misma para resolver problemas comerciales. Sin embargo, con el fin de dar una idea de la presentación de dicha regla en la obra, señalemos que el autor distingue, dependiendo de los términos que se multipliquen y dividan, una Regla de Tres Proporcional (o directa), una Regla de Tres Eversa (o Inversa) o una regla de tres con "términos desordenados."

Ejemplo de regla de tres proporcional:

> Si 125 paſſos geometricos comunes dan 1 quadra: 2000 paſſos, que anduvo San Dyoniſio con ſu cabeça en las manos, quantas quadras daran? Multiplicaſe 1 por 2000, y producen 2000, $\bar{q}$ partidos por 125 dan 16 quadras, y quedaran los quatro términos de eſta manera. (p. 130)

El desarrollo didáctico escogido para la regla de tres, permite al Padre Padilla colocar la Regla de Tres Eversa (o Inversa) como un problema de misma estructura numérica que la Regla de Tres Proporcional (i.e. multiplicación de dos números y división por el tercero). Evidentemente que con dicha distinción, el alumno no dispone de un criterio que le permita distinguir, a esas alturas, si la resolución de un problema puede ser llevado a través de una regla de tres o de una regla de tres inversa. Un esfuerzo didáctico que hace el Padre Padilla por aclarar esta situación es el siguiente:

Ejemplo de regla de tres eversa:

> Siempre que las demandas de la regla de tres miran â alguna otra coſa vnica, y diverſa de los tres terminos de la regla: como alguna accion, ô alguna capacidad de plano, ô ſolido, û otra coſa, que eſté fuera de los terminos: es regla de tres everſa, y ſe deſata por el ſegundo modo, multiplicando el primero por el ſegundo numero, y el producto ſe parte por el tercero […] (p. 130)

El ejemplo que se presenta en el libro es el siguiente:

> Si en vn eſcuadron de cierto numero de ſoldados, 20 por coſtado dan 40 por frente, echandole 25 por coſtado, quantos ſe le daran por frente. Ya ſe vé como aquí la demanda mira â vna capacidad plana de cierto numero de ſoldados, que eſtá fuera de los tres terminos de la regla: por lo qual, multipliqueſe el primer termino 20 por el ſegundo 40, y el producto 800 ($\bar{q}$ es el numero de ſoldados) partaſe por 25, y ſalen al quarto numero 32 por frente, y quedaran los quatro terminos de eſta manera. Si 20 dan 40: 25 daran 32. (p. 131)

Para terminar con la Regla de Tres, indiquemos que el desarrollo de los primeros 10 párrafos del capítulo 9, es de resolver problemas comerciales, diferenciándose los párrafos por el tipo de números que intervienen en el problema (decimales, quebrados. compuestos, etc.).

5.1 Los problemas de sociedad: la regla de tres de compañía

Los problemas de sociedades se resolvían, como lo apuntamos en la sección 2, a través de la regla de tres de compañía, la cual se refiere a un método de resolución en el que dos o más reglas de tres se utilizan en un mismo problema para resolverlo, siendo los términos de las reglas "dependientes", como en el siguiente ejemplo:

> Si tres mercaderes juntaron ſuſ caudales para vn empleo, y ganaron 900 peſos: vno que puſo 200 quanto ganaria? Otro que puſo 300, que ganaría? Y quanto el otro que puſo 500? Aqui hai tres reglas, que cada vna ſe puede ſeparar, por que en el tercer termino hai tres numeros, que cada qual es termino principal, y no como circunſtancia: y ſolo ſe llaman las tres reglas, de compañía por que el primero, y ſegundo termino es comun â todas tres: y aſſi dirá la primera regla: ſi 1000 peſos de empleo dan 900 de ganancia: 200, que puſo el primero, que daran. La 2 dirá: Si 1000 peſos dan 900: 300, que puſo el ſegundo, que daran? Y la 3 dirá: si 1000 peſos dan 300: 500, $\bar{q}$ puſo el tercero, que daran? (p. 143-144)

Este tipo de problema fue, de hecho, muy popular en las aritméticas comerciales (ver, por ejemplo, Arrighi, 1964; Flagg, Hay y Moss, 1987; Franci y Toti Rigatelli, 1989; Swetz, 1989). El siguiente ejemplo, que es una variante del anterior, incorpora un nuevo elemento: además de considerarse el monto de la inversión personal, se considera también el tiempo que se invierte:

> Exemplo 2. Con numeros compueſtos â demas de la compañía. Tres mercaderes juntaron ſu caudal, y lo dieron â vſura: el primero dio 1500 peſos por 6 meſes: el seg$\bar{u}$do 2000 por 10 meſes: y el tercero 2500 por 16 meſes y el logro de todo fueron 1035 peſos. Preguntaſe quanto le cabe â cada vno de logro? Multipliquenſe primero las cantidades cada vna por ſu tiempo, por ſer coſas diverſas en eſpecie, y la ſuma de los productos ſerá el primer termino: el logro ſerá el ſegundo: y cada producto de por ſi ſerá tercero termino, y ſe dirá: Si 69000 dan 1035: 9000 del primero: 20000 del ſegundo: y 40000 del tercero, que daran? Hecha la cuenta (ô partiendo primero, y deſpués multiplicar; ô al contrario) ſalen 135 del primero: 300 del ſegundo: y 600 del tercero. (pp. 145-146)

5.2 Los problemas de mezclas

Al referirnos al segundo tipo de problemas en el párrafo 4, dijimos que los comerciantes estaban confrontados con ciertos tipos de problemas de mezclas. La regla que da el Padre Padilla para resolver esos problemas es la siguiente:

> Eſta regla enſeña lo primero â ſacar vn precio medio; ô valor de una meſcla: como ſi ſe meſclan varias porciones de tinta añil de â diverſos precios, ſaber de que precio ſale la meſcla. Lo ſegundo enſeña (al contrario) â ſaber que porciones de â diverſo precio, ô valor ſe han de meſclar para $\bar{q}$ la meſcla ſalga al precio, que ſe quiere: como ſi hai dos calidades de tinta vna de â tres reales libra, y otra de â 6, para ſacar vna meſcla â 5, ſaber que tanto ſe ha de meſclar de cada vna. (p. 146)

La resolución de estos tipos de problemas es expresada así:

> Para lo primero, ſolo ſe multimplica cada porcion que ſe meſcló por su precio, y la ſuma de los productos ſe parte por la ſuma de las porciones ſolas, y el quociente ſerá el precio, ô valor de toda la meſcla. (p. 147)

Sigue un ejemplo:

> Meſclaronse 20 onças de oro de â 22 quilates con 26 onças de 20 quilates, y 34 de â 16 quilates. Preguntaſe de â quantos quilates ſaldrá la meſcla? Multipliqueſe cada porcion de oro por ſus quilates, y la ſuma de los productos 1504 partaſe por 80 ſuma de las onças y ſale la meſcla de 18 quilates, y 4/5 abos. (p. 147)

El Padre Padilla ofrece enseguida otro ejemplo:

> Compraronſe vnos libros, 5 tomos â 4 peſos y 4 reales: 6 tomos â 5 peſos: 8 tomos â 6 peſos, 4 â 3 y otros 5 â 20 reales. Preguntaſe â que precio ſaldran vnos con otros. Multipliquenſe los tomos de cada juego por ſu precio, y la ſuma de los productos 125 partaſe por 25 ſuma de los libros, y ſale cada vno â 5 peſos. (p. 147)

El lector moderno reconoce en ese procedimiento el cálculo de una *media ponderada*.
La regla para resolver el segundo tipo de problemas es más dificil de enunciar:

> Quando ſe ignora la ſuma de la meſcla, ſe ſacará por ſus precios conoſcidos; como ſi ignoro quantos ſon los libros; pero ſe, que si los vendia â tanto perdia tanto: y que ſi los vendia â tanto mas, ganaba tanto: ô ni perdia, ni ganaba: entonces partaſe la ſuma de los exceſſos (como de la ganancia, y perdida) por la diferencia de los dos precios, y ſaldrá al quociente la ſuma de lo que ſe meſcló. Y ſacada la ſuma ſe ſacará facilmente ſu precio medio. Multipliqueſe la ſuma por vno de los dos precios, y al producto añadaſe el exceſſo de aquel precio ſi fue de menos; ô quiteſe, ſi fue de mas, y quedará el precio de toda la meſcla: y partido eſte por la ſuma, ſaldrá el precio medio. (p. 147)

Sigue un ejemplo:

> Si vendo la vara de encaxe â real, y medio, pierdo 6 reales; y ſi la vendo â 3 reales gano 12. Preguntaſe quantas varas ſerán eſtas, y â $\bar{q}$ precio vnas con otras? Partanſe 18 (ſuma de perdida, y ganancia) por 1 ½ (diferencia de precios) y ſalen

> 12 varas. Multipliquenſe 12; ô por el primer precio de 1 ½ y añadanſe 6 de perdida; ô por el ſegundo precio de 3, y quitenſe 12 de ganancia, y de qualquiera manera ſalen 24 de todo el precio: y partidos 24 por 12 ſale la vara â 2 reales. (p. 148).

Este problema raramente correspondería a una situación de la vida real; se trata, sin duda, de una situación más compleja que la anterior, y su interés sería más bien de tipo intelectual, a la vez que permitiría mostrar a los alumnos la fineza de los métodos aritméticos.

En términos modernos, llamemos ***q*** a la cantidad de encaje y ***p*** el precio de compra. La primera condición se traduce por:

$$(1\tfrac{1}{2})\boldsymbol{q} = \boldsymbol{qp} - 6$$

La segunda condición se expresa por:

$$3\boldsymbol{q} = \boldsymbol{qp} + 12$$

Restando las dos ecuaciones, se obtiene:

$$(3 - 1\tfrac{1}{2})\boldsymbol{q} = 12 + 6$$

Es decir:

$$(1\tfrac{1}{2})\boldsymbol{q} = 18$$

Por tanto, como en el texto:

$$\boldsymbol{q} = 18/(1\tfrac{1}{2})$$

Es decir, ***q*** = 12.

Siguiendo el texto, en la primera ecuación obtenemos:

$$(1\tfrac{1}{2})12 + 6 = \boldsymbol{qp}$$

es decir 24 = ***qp***

o bien, de la segunda ecuación obtenemos:

$$3(12) - 12 = \boldsymbol{qp}$$

es decir 24 = ***qp***

Como ***q*** = 12, entonces, “partidos 24 por 12", ***p*** = 2.

5.3 La cantidad de ingredientes para obtener una mezcla dada

Veamos ahora cómo el Padre Padilla aborda el tercer tipo de problema mencionado en el párrafo 4, es decir el problema de saber que porciones de diversos precios se han de mezclar para que la mezcla salga al precio que se quiere.

El Padre Padilla observa primero que el precio final de la mezcla debe escogerse entre el precio mayor y el menor de los precios de los ingredientes de la mezcla. El razonamiento está basado en un tipo de razonamiento proporcional, el cual se efectúa sobre las diferencias entre el precio de la mezcla final y el de sus ingredientes. Los números son colocados alrededor de una cruz, lo que permite una organización cómoda y facil de los datos, con vistas a aplicar varias reglas de tres.

> Elegido el precio medio entre el menor, y mayor de todos los diverſos, que ſe han de meſclar, ſe ſacará la diferencia, que hai del medio elegido â cada vno de los otros: y eſtas diferencias en derecho de los precios; pero cada vna en derecho del precio opueſto: eſto es que las diferencias, que ſe ſacaren del precio medio â los infimos, ſe pongan con los ſupremos; y las que ſe ſacaran del medio â los

> ſuperiores, ſe pongan con los inferiores. Y quando los ſuperiores ſon mas, que los inferiores, ſe repite el mas inferior; y ſi al contrario los inferiores ſon mas, que los ſuperiores, ſe repite el mas ſuperior. (pp. 148-149)

El Padre Padilla presenta los siguientes ejemplos:

> Como ſi ſe han de meſclar dos porciones vna del precio de â 2, y otra de â 7, y ſe quiere que la meſcla ſalga â 5: ſaqueſe la diferencia de 5 â 2, y pongaſe en derecho del precio 7: y la diferencia de 5 á 7 pongaſe con el precio 2. (p. 149)

Los datos son organizados en torno a la cruz mostrada en la Figura 2:

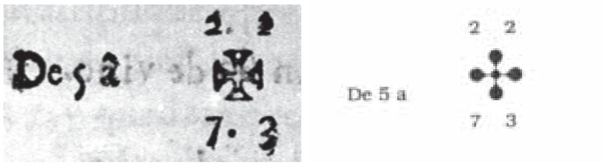
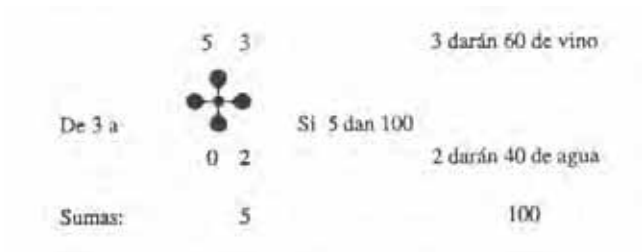


Figura 2. A la izquierda, la distribución en cruz de los números del problema. A la derecha, edición moderna en la que los números han sido reeditados.

En seguida, otros ejemplos con un tres y cuatro ingredientes a mezclar son presentados. Una vez la organización de los datos explicada, organización que tiene también como fin evitar calcular con números negativos, el Padre Padilla indica que se forma una regla de tres de compañía, en donde el primer término es la suma de las diferencias que se sacaron, el segundo término es la cantidad que se quiere de mezcla y tercer término cada diferencia. El cuarto número es la cantidad que se ha de mezclar de cada precio. Luego, pasa a mostrar cómo se resuelven esos problemas, empezando con el siguiente ejemplo:

> Compró vno vna porcion de vino tan caro, que le ſalio el cuartillo â 5 relaes: y para poder vender â 3 reales, 100 quartillos, lo quiere meſclar con agua. Preguntaſe quantos cuartillos ha de echar de vino, y quantos de agua, para que el precio medio ſalga á 3 reales. Saqueſe la diferencia de 3 á 5, y de 3 á 0, y pongaſe cada vno con el precio contrario, y ſumadas ſon 5, que ſerá el primer termino de la regla: el ſegundo 100, el tercero 3, y 2 de por ſi. Y para ſacar cada quarto numero ſerá mejor partir primero 100 por 5, y deſpués multiplicar 20 por 3, y 20 por 2, y ſalen 60 quartillos de vino; y 40 de agua. (p. 150)

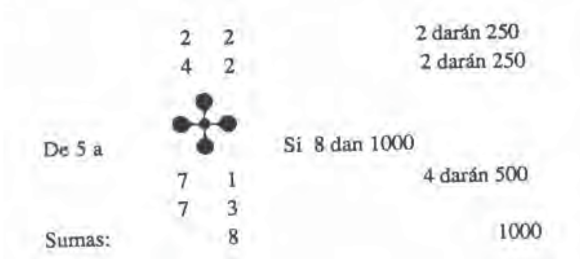


He aquí otro ejemplo del método anterior:

> Tiene vno tres calidades de tinta añil. vna de â 2 reales, otra de á 4, y otra de a 7: y quiere meſclar 10 quintales de modo, que le ſalga la meſcla de a 5 reales la libra. Saquenſe primero las diferencias con el orden que ſe ha dicho, y la ſuma 8 ſerá

el primer termino: el ƒegundo 1000 lib. de diez quintales: y el tercero 2, 2, y 4 (por 1, y 3 de á 7) Y para ƒacar cada quarto numero con mas brevedad, partanƒe primero 1000 por 8, y el quociente 125 multipliqueƒe por cada tercer termino. Y diremos, que ƒe han de meƒclar 250 libras de á 2 reales: 250 de a 4: y 500 de a 7, y quedarán 1000 libras de a 5. (pp. 150-151)

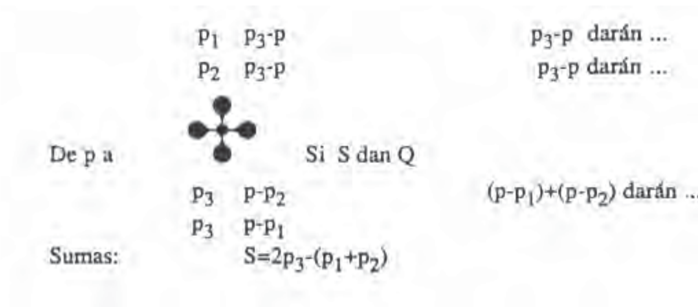
La solución es acompañada de un diagrama come el siguiente:



Veamos el problema anterior en términos más generales. Sean p_1, p_2 y p_3 los precios de las diferentes tintas de añil y sea Q la cantidad final de mezcla que se quiere obtener. Sean q_1, q_2, y q_3 las cantidades a mezclar, de modo que $Q = q_1 + q_2 + q_3$.
Sea p el precio que se desea obtener. Vamos a suponer, como en el texto, que:

$$p_1 < p_2 < p < p_3.$$

Tendremos:



Como se quiere una mezcla final de precio p, entonces:

$$(p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3)/(q_1 + q_2 + q_3) = p$$

Por otro lado, tenemos:

$$Q = q_1 + q_2 + q_3$$

Se trata, pues, de un sistema indeterminado de dos ecuaciones con tres incógnitas.
La primera ecuación se trasforma en:

$$(p-p_1)q_1 + (p-p_2)q_2 = (p_3-p)q_3$$

Al ubicar dos veces p_3 abajo de la cruz, el Padre Padilla está escogiendo $q_1 = q_2$. Por lo tanto, obtenemos la siguiente ecuación, que llamaremos [A]:

$$[(p-p_1) + (p-p_2)]q_1 = (p_3-p)q_3 \text{ [A]}$$

Es decir:

$$[2p-(p_1 + p_2)]q_1 = (p_3-p)q_3$$

que también puede escribirse como:

$$[2p_3 - (p_1 + p_2) + 2(p-p_3)]q_1 = (p_3-p)q_3$$

que es lo mismo que:

$$[2p_3 -(p_1 + p_2)]q_1 + [2(p-p_3)]q_1 = (p_3-p)q_3$$

y que se puede escribir así:

$$[2p_3 -(p_1 + p_2)]q_1 = (p_3 - p)q_3 + [2(p_3 - p)]q_1$$

o bien:

$$[2p_3 -(p_1 + p_2)]q_1 = (p_3 -p) (2q_1 + q_3)$$

El factor $[2p_3 -(p_1 + p_2)]$ no es más que la suma S que el Padre Padilla hace aparecer en la última línea de la cruz, mientras que el factor $(2q_1 + q_3)$ es la suma *Q*, en donde se ha tomado $q_1 = q_2$. Por lo tanto, la última igualdad se escribe:

$$(S)(q_1) = (p_3 - p)Q$$

o bien, traducido a Regla de Tres:

si S dan Q, p_3 -p darán q_1

que es lo que el Padre Padilla efectúa a un nivel numérico.
Un razonamiento análogo permite demostrar que:

si S dan *Q*, $(p-p_1) + (p-p_2)$ darán q_3

En efecto, de la igualdad [A], deducimos que:

$$2(p_3-p)q_3 = [(p-p_1) + (p-p_2)]2q_1$$

sumemos $[(p-p_1) + (p-p_2)]q_3$ a ambos lados de la igualdad y obtenemos:

$$[2(p_3-p) + + (p-p_2)]q_3 = [(p-p_1) + (p-p_2)] (2q_1)+ [(p-p_1) + (p-p_2)]q_3$$

Es decir:

$$[2p_3 -(p_1 + p_2]q_3 = [(p-p_1) + (p-p_2)] (2q_1 + q_3)$$

o bien:

$$Sq_3 = [(p-p_1) + (p-p_2)]Q$$

que puede leerse de la forma siguiente:

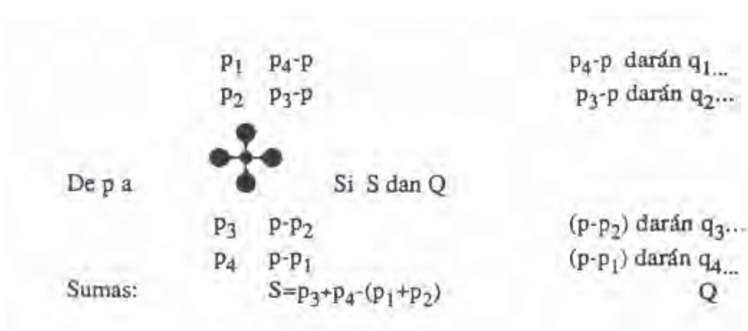
si S dan *Q*, $(p-p_1) + (p-p_2)$ darán q_3

que es la fórmula utilizada en el texto.

Las fórmulas de cálculo se deducen inmediatamente:

$q_1 = (p_3 – p)\, Q/S$
$q_3 = [(p-p_1) + (p-p_2)]Q/S$
$q_2 = q_1$

Si el problema contempla cuatro cantidades para mezclar, de precios p_1, p_2, p_3, p_4, respectivamente, y si el precio **p** que se desea es tal que: $p_1 < p_2 <$ **p** $< p_3 < p_4$, la organización de los datos, en términos simbólicos, sería la siguiente, como lo indica el



Padre Padilla en su libro a través de un ejemplo con números:

> En la organización de los datos, se colocan, pues, en la parte superior de la cruz, los precios de los ingredientes que son mayores al precio que se quiere que resulte la mezcla: estos precios son los que el Padre Padilla llama *superiores*, siendo los *inferiores* los que van en la parte inferior de la cruz, y afirma en seguida: "[Q]uando los ſuperiores ſon mas, que los inferiores, ſe repite el mas inferior; y ſi al contrario los inferiores ſon mas, que los ſuperiores, ſe repite el mas superior." (p. 149).

La generalización del método es indicada explícitamente: "Y con eſte modo ſe pondran 5, 6, ô mas diferencias que huviere del precio medio â los otros" (pp. 149-150), refiriéndose a la segunda columna numérica de la cruz.
El método indicado permite, como se ve, encontrar una solución a problemas que conllevan a lo que hoy llamamos sistemas lineales indeterminados (excepto en el caso de dos ingredientes a mezclar, en donde se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas). Es interesante observar que este método difiere rotundamente del método de *apposition and remotion* de Chuquet (Flagg, Hay y Moss, 1987), el cual permite encontrar una solución de sistemas lineales de coeficientes enteros con dos ecuaciones y tres incógnitas, a partir de la división euclideana de números.

5.4
El rateo

Hasta aquí, además de los problemas de sociedad o de división de ganancias, dos son los tipos de problemas a los cuales el autor ha dado respuesta: cómo determinar el precio de una mezcla, a partir de los precios de los ingredientes –procedimiento que consiste en calcular lo que hoy llamamos la *media ponderada*– y la determinación de las cantidades de ciertos productos con precios conocidos que deben mezclarse para obtener una mezcla a un precio dado. Ahora el Padre Padilla se ocupa del problema inverso (o"contrario", como él lo llama) de este último: cómo asignar precios a los ingredientes de una mezcla "separable", partiendo del precio medio que tenía la mezcla:

> Como ſi vno hubieſſe comprado 60 libros meſclados grandes, y pequeños a 8 reales vnos con otros, y quiſiera deſpues venderlos â diverso precio ſacando el miſmo coſto, ô eſte con alguna ganancia. (p. 151).

En realidad, este tipo de problema –al igual que el último visto arriba– es un problema que admite más de una solución. La forma en que el Padre Padilla determina *una* solución es la siguiente:

> [C]ompró vno 8 varas de paño rozado, y 4 de negro por 60 peſos: ſale el precio medio a 5 cada vara: rateeſe, lo que puede valer ſobre eſte precio la vara del rozado, y ſupongamos á 6: multipliquenſe 6 por 8, y ſon 48, que valen las 8 varas del rozado, y 12 que faltan para 60 valdran las 4 del negro, y ſaldrá la vara a 3 peſos. (p. 152).

El siguiente ejemplo considera más de dos objetos en la "mezcla" y ofrece una solución asignando precios en progresión aritmética:

> Compró vno 18 cartones de encaxes, y le ſalio la vara a 4 reales, vnos con otros. Para aſſignarle precio conveniente á cada porcion, dividanſe los 18 cartones en 3, 5 ô mas porciones, y ſupongamos en 9. Veaſe en la porcion de enmedio, que ganancia puede tener, y ſupongamos, que a reales: añadaſe al precio medio eſta ganancia y ſera 6 reales. luego rateeſe el precio de la primera porcion, ſupongamos â vn real: reſteſe 1 de 6, y quedan 5: doblenſe 5, y partanſe 10 por 8 (numero de las porciones menos vna) y ſale 1 ½, y eſte ſera el exceſſo, que ſe ha de ir añadiendo de precio ſobre 1 de la primera porcion, y quedaran los precios de todas en eſta progreſſion arikmetica:
> 1. 2 ¼ . 3 ½ . 4 ¾ . 6. 7 ¼ . 8 ½ . 9 ¾ . 11. (pp. 152-153).

Para comprender el procedimiento en toda su generalidad, observemos que cada término de una sucesión aritmética se obtiene añadiendo una cantidad constante, llamada *diferencia* al anterior. Así, si suponemos, como en el texto, un número impar de términos, tendremos:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots a_{2n-1}$$

El término de enmedio es el término a_n, que es igual a: $a_1 + (n-1)d$.

En el método que el Padre Padilla nos ofrece, la ganancia que se desea obtener de *toda* la venta se añade al precio de costo promedio, dando por resultado el precio de venta del artículo a_n. Sea p ese precio. Tenemos, pues, $p = a_1 +(n-1)d$.

Cuando el Padre Padilla hace la sustracción entre el precio de venta p y el precio de venta a_1 del primer artículo, lo que está calculando es: $a_1 + (n-1)d - a_1$, es decir, $(n-1)d$.

Luego, esta cantidad es multiplicada por 2, con lo que obtiene: $2(n-1)d$. Ahora bien, como el número de artículos es $2n-1$, cuando restamos una unidad a esa cantidad, obtenemos: $2n-2$, que es lo mismo que $2(n-1)$. Así, al dividir la cantidad anterior, es decir $2(n-1)d$, por esta última, nuestro autor obtiene **d,** es decir la *diferencia* de la sucesión aritmética. A partir de allí, los diferentes precios se obtienen añadiendo esa cantidad **d** al anterior: el primero es a_1, entonces el segundo es a_1+d, el tercero es $a_1+d + d$, es decir a_1+2d, etc.

6. "SIN MAESTRO Y CON POCOS LIBROS"

En la introducción decíamos que el historiador Juarros hace referencia al Padre Padilla como un autodidácta que se habría formado “con pocos libros”. En la p. 233, nuestro autor hace una breve mención de Moya. Se trata probablemente del matemático español Juan Pérez de Moya, quien en su *Tratado de Mathematica en que se contienen cosas de Arithmetica, Cosmografia, y Philosophia natural*, publicado en 1573, aborda problemas de mezcla utilizando una distribución espacial de los números similar a la que encontramos en la *Arithmetica Practica*. En la Arithmetica demonstrada theorico-practica, de J. B. Corachan, publicada en 1699, en Valencia, aparece una cruz similar a la que usa el Padre Padilla. Corachan dice apoyarse en la obra de Zaragoza[6], con lo que parece razonable suponer que el Padre Padilla tuvo acceso al *Tratado de Mathematica* de Pérez de Moya y quizás también a la obra de Joseph de Zaragoza**,** *Arithmetica universal que comprehende el arte menor y maior, algebra vulgar, y especiosa*, publicada en 1669.

---

[6] Dr. Bernardo Gómez, Universidad de Valencia; comunicación personal, 5 de Marzo de 1998.

7. SÍNTESIS

La Matemática formó parte de la educación que se impartía en las escuelas de la colonia, en el Reino de Guatemala. Esta disciplina tuvo una presencia a través de la Aritmética, siendo su orientación de tipo comercial, de acuerdo a las necesidades de la clase en control de la naciente economía formal. La *Arithmetica practica* del Padre Padilla, que emerge en un ambiente intelectual y comercial con características muy propias, permite una lectura a dos niveles educativos muy diferentes: primero, a un nivel elemental, con un contenido que busca alcanzar la enseñanza de los primeros conceptos (conteo, operaciones, etc.) y, segundo, a un nivel "avanzado", que corresponde a un sistema no oficial de educación, destinado a los hijos de comerciantes.

La estructuración del contenido y la presentación de los métodos de resolución de problemas comerciales vistos en este trabajo –como los ejemplos buscados y la astuciosa disposición en cruz de los datos, lo que permite una aplicación fácil y rápida de los métodos, sin tener que recurrir al álgebra– dan muestra de un gran talento didáctico, y hacen destacar al Padre Padilla –junto con el Fr. Jacinto Garrido, cuya obra sin embargo permance desconocida– como el primer matemático del mundo científico colonial centroamericano.

Es dificil determinar, en el estado actual de nuestras investigaciones, la influencia que tuvo esta obra en las obras publicadas posteriormente. Por su propia naturaleza, la obra no se proponía alcanzar el público universitario. Por otro lado, las reflexiones matemáticas en el seno de la Universidad se volcaron, como lo anotamos anteriormente, hacia el álgebra, la trigonometría, la geometría y el cálculo infinitesimal, materias que encontraban más audiencia en un público interesado en las discusiones de la mecánica newtoniana, de acuerdo a la corriente intelectual Ilustracionista de la época. A esto habría que añadir que la independencia del Reino de Guatemala con la Corona Española, en 1821, introdujo con el tiempo cambios en las formas de comercio. En el nivel educativo, nuevos modelos más acordes con la ideología independentista fueron implementados, y en ellos la aritmética fue perdiendo su anterior orientación comercial.

Reconocimientos

La consulta de la única obra existente de la Aritmética Prática del Padre Padilla fue posible gracias a la colaboración del Instituto de Antropología e Historia de Guatemala, del Museo del Libro Antiguo y de la Facultad de Humanidades de la Universidad de San Carlos de Guatemala. Dicha colaboración debía llevar, a principios de los años 1990, a una impresión facsímil de dicha obra, pero dificultades administrativas y la escazes de recursos finacieros hicieron finalmente el proyecto imposible. En el curso del estudio aquí presentado de la *Arithmetica practica* contraje una deuda muy especial con el Profesor Carlos Cardona, de la Universidad de San Carlos, quien tuvo a bien procurarme fuentes bibliográficas, que, a partir de 1991, la distancia me hizo inaccesibles.

Este artículo es dedicado al pedagogo y humanista guatemalteco Carlos González Orellana, a quien tuve la suerte de conocer a fines de los años 1980.

Referencias Bibliograficas

Arrighi, G. (Ed.). (1964). *Paolo Dell'Abbaco: Trattato d'Aritmetica*. Pisa: Domus Galileana.

Benoit, P. (1989). Calcul, algèbre et marchandise. En *Eléments d'histoire des sciences*, bajo la dirección de Michel Serres. Bordas, Cultures: France.

Filloy, E., y Rojano, T. (1989). Solving Equations: the Transition from Arithmetic to Algebra,. *For the Learning of Mathematics, 9*(2), 19-25.

Flagg, G., Hay, C. y Moss, B. (Eds.) (1987). *Nicolas Chuquet, Renaissance Mathematician*. Dordrecht: D. Reidel.

Franci, R., & Toti Rigatelli, L. (1982). *Introduzione all'arithmetica mercantile del Medioevo e del Rinascimento*. Siena: Quattro Venti.

Franci, R., & Toti Rigatelli, L. (1989). La matematica nella tradizione dell'abaco nel XIV e XV secolo. *Storia sociale e culturale d'Italia, vol. V da Storia delle Scienze*, 68-94.

Fuentes y Guzman, F. (1932). *Recordación Florida, discurso historial y demostración natural, material, militar y política del Reyno de Guatemala*. Biblioteca Goathemala: Guatemala.

Gavarrete, J. (1980). *Anales para la historia de Guatemala: 1497-1811*. Guatemala: Editorial José de Pineda Ibarra.

Goldthwaite, R. A. (1972-73). Schools and teachers of commercial arithmetic in Renaissance Florence. *Journal of European Economic History, 1*, 418-433.

González Orellana, C. (1970). *Historia de la Educación en Guatemala*. Guatemala: Editorial José de Pineda Ibarra. Reimpresión Imprenta Universitaria. Universidad de San Carlos (Cuarta edición revisada y aumentada, 1987).

Grendler, P. F. (1989). *Schoolong in Renaissance Italy*. Baltomore and London: The Johns Hopkins University Press.

Juarros, D. (1808). *Compendio de la Historia del Reino de Guatemala*. Imprenta de Ignacio Jacobo de Beteta: Guatemala.

Mata, J. (1976) Fundación de la Universidad en Guatemala. Editorial Universitaria. Universidad de San Carlos. Guatemala.

Polo, F. (1988). *Historia de Guatemala*. Editorial Everest: Guatemala.

Radford, L. (2003). On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice during the Renaissance. *Educational Studies in Mathematics, 52*(2), 123-150.

Saravia, R. (1972). *La enseñanza Primaria en Guatemala durante la época colonial*. Facultad de Humanidades. Universidad de San Carlos de Guatemala (Tesis de grado).

Solórzano. F. (1947). *Historia de la evolución económica en Guatemala*. México: Universidad Autónoma de México.

Swetz, F. J. (1989). *Capitalism and Arithmetic*. La Salle, Illinois: Open Court.

Van Egmond, W. (1976). *The Commercial Revolution and the Beginnings of Western Mathematics in Renaissance Florence, 1300-1500.* Unpublished Ph. D. Dissertation, Indiana University Press.

Tate, J. (1978). *La ilustración en la Universidad de San Carlos*. Editorial Universitaria. Universidad de San Carlos. Guatemala.

NOTICIA

BREVE

DE

TODAS LAS REGLAS MAS PRIN-
CIPALES DE LA
ARITHMETICA PRACTICA.

*Con q̃ ſe puedẽ deſatar, no ſo-
lo las demãdas ordinarias, ſino
tãbien muchas difficultoſas, que
de otra ſuerte ſolo por la Alge-
bra ſe reſpondieran.*

Por el Br. D. Juan Joſeph de Padilla
Clerigo Preſbytero. Año de 1732.

*Cõ licẽcia de los Superiores en Goath. en
la Ymprẽta, q̃ Adminiſtra Ygnacio Ja-
cobo de Beteta: A cuya coſta ſe imprime.*

AL CORAZON LAVREADO de S. Gertrudes la magna Eſcuela de la Eterña ſabiduria, y Vniverſid. de todas las ſciẽcias.

COmo los rios corren al mar, y las lineas al cẽtro; aſsi las ſciencias todas al corazon de Gertrudes, mar de ſabiduria, y centro en que deſcanſan todas las facultades, deſde q̃ el miſmo mar immenſo de la ſabiduria divina, para quien es eſtrecho cauſe todo el Impirio, y la linea por todas partes infinita; theſorera de todo el caudal de las ſciencias de Dios, para quien es corto eſpacio el ambito de tierra, y Cielo, Terminó enclauſtrãdoſe en los terminos de tã grãde Corazon, hallandoſe tanto en el, como en ſu centro, *in corde Gertrudis invenietis me*. Y ſi las aguas todas de la ſabiduria ſe deſcargan en eſte *maremagnum*, y todas ſus lineas reconocen â eſte centro, fuera ir contra toda la corriente de vnas, ê interrumpir injuſtamente el progreſſo de otras, ſi el pequeño arroyo de eſte librillo, no corriera, y ſus breves lineas no ſe dirigieran al Corazon de eſta Doctora, y Maeſtra del vniverſo. Los primeros elementos de la Arithmetica contiene; y como podia defraudarſe eſta victima de las aras del Corazon de Gertrudes, eſcuela de las mas altas mathematicas? en donde la muſica ſiempre fué acorde, y llevando el compaz la mano del todo poderoſo la dulce armonia de ſus heroycas virtudes ſuſpẽdia, haſta adormecer el ſuave conſento de los Cielos, elevaba en alas de la admira-

cion

cion â los Angeles, y embelezaba al mismo Dios. La Geometria, no tubiera cuerdas para medir su triangulo, aunque fuera Geometra el Angel del funiculo mensorio, sino es q̃ tubiera el alto pensamiento de tomarle medidas al immenso, que abarcaba en su triangular figura el desmedido Corazon de Gertrudes. La Astronomia, bien pudiera graduar mas vidrios, apurar sus tubos obticos azorar sus astrolabios, que nunca alcansará â obsservar los movimientos de aquel corazon abreviado Cielo, sino es q̃ presumiera comprehender los movimientos, ê impressiones del mismo Sol de Justicia primer moble del corazon de esta inclita Virgen. En donde apurando los numeros al guarismo hechó Dios el resto de su poder, y partiendo por entero con el corazon de Gertrudes multiplicó en el tantas virtudes, que escribio cõ characteres de oro en su delicada membrana la sũma de toda la perfeccion. Multiplicabasse mas, y mas esta con repetidos actos de profundissima humildad; pues quando mas consultada como oraculo del mundo, y mas favorecida de Dios, en tanto grado, q̃ â no expressarlos la Yglesia, se hizieran increibles los favores. que recibió del Cielo; entonces se anonadaba mas, y mas hasta reconsentrarse en lo profundo de su grosero barro, y aniquilarse hundida en el abismo de su nada. *In fixus sum in limo profundi, & non est substãtia, & non est hypostatis.* Y como cada nada de estas en la Arithmetica de la perfeccion era vn Cero, multiplicaba sus meritos â millares, y aproporcion los grados de gracia. Y assi debia ser, pues su corazon, era carro triunfal en q̃ Dios siempre estaba muy hallado *in corde Gertrudis invenietis*

me,

me, y la Carroſa de Dios en cuenta palmar de David, vol-
tea en cada rueda todas las reglas de multiplicar, y ſe com-
pone de tablas de contar â millares, â decenas de millares,
â centenas de millares, â millones, ô cuentos, â millones
de millones, ô cuentos de cuentos, y en ſumma â agotarle
los numeros al guariſmo, y cõ irregular Arithmetica â mul-
tiplicar vn numero ſin numero, ô hazer â los miſmos nu-
meros, innumerables, ê infinitos, que ſuena lo miſmo, que
con ſucceſiva numeracion, no poderlos reducir â ſumma:
Currus Dei decem millibus multiplex. El Caldeo *centum
millibus*. El grande Auguſtino *millies millibus*. El Doctor
maximo Geronimo *innumerabilis*. Navaciano *infinitus*:
Aſsi el corazon de Gertrudes carro en que ſe hallaba Dios
tan guſtoſo, y propicio, como en el nevado giro, ô rueda
Euchariſtica, en cada buelco, en cada movimiento de ſus
profundiſsimos actos de humildad, ſumergido en ſu miſma
nada adquiria vn Cero, cifra Arithmetica, y como â tan-
tos Ceros ſe aggregaba la eſtrecha vnion, ó vnidad con Di-
os, Cero tambien infinito por anonadado *exinanivit ſemet
ipſum*, y por O grande del Griego *Ego ſum Omega*, multi-
plicó ſiempre tantos millares ſobre millares, y cuentos ſobre
cuentos, que con Arithmetica divina formó nuevo guariſ-
mo haziendo â los miſmos numeros innumerables, haſta ra-
yar en lo infinito. A la rueda pues de eſte
Carro, ô â las alas de eſte corazon,
para que corra, y tome vuelo:
cõſagra eſte pequeño librillo
Ygnacio Jacobo de Beteta.

COM-

COMMEMORACION, QVE HAZE EL AVTHOR A los Dulciſſimos Nombres de JESVS, MARIA, Y JOSEPH

ANTIPHONA.

Programma. Jacob autem genuit JOSEPH, virum MARIÆ; de qua natus eſt JESVS, qui vocatur Chriſtus. M. 1.
Anagramma. Vivat JESVS, MARIA, ſuus que Caſtus, JOSEPH, bona que Arithmetica cor meum vti dignetur.
℣. Sit nomen JESV, MARIÆ, & JOSOPH benedictum
℟. Ex hoc nunc, & vſque in ſæculum.

ORATIO.

DEVS, qui de Beata MARIA Virgine, deſponſata JOSEPH, Vnigenitū filium tuum, Angelo nunciante, carnem ſuſcipere voluiſti: Et JESVM vocari iuſſiſti: Concede propitius: Vt quorum dulciſſima Nomina venerámur in terris, eorum quoque aſpectu perfruamur in Cœlis. Qui vivis, & regnas in ſæcula ſæculorum. Amen.

DIFI-

DEFINICION DE LA
ARITMETICA.

ARITMETICA ES CIENCIA, QVE TRAta de numeros; O Ciencia de numerar. Es vna, y la primera delas quatro Mathematicas, *Arithmetica*, *Geometria*, *Musica*, *y Astronomia*: q̄ todas tienen por objecto al Ente debaxo de la razon de *Quanto*. Cada vna de por si especifica esta quantidad, y â la Arithmetica le caue la quantidad discreta, que es por si sola considerada, como el *Numero*.

La Theorica de la Arithmetica consiste en investigar la naturaleza del numero, su definiciō, su division, sus Axiomas, Elementos, &c. La practica en hallar por numeros las respuestas de las demandas dudosas.

Numero es vna composiciō de vnidades. La vnidad sola no es numero; sino principio, ô parte de numero. Las Vnidades no llegan â diez: Por que si el numero passa de diez, ya es compuesto de dezenas, y vnidades, &c.

El fundamento de la Arithmetica es la *Vnidad*. Y sus partes son el *Sumar*, *Restar*, *Multiplicar*, y *Partir*.

CA-

CAPITVLO I.

De las Letras, ô Caractheres de la Arithmetica, y modo de numerar.

LAS LETRAS, O CARACtheres, y ſus nombres, y valor ſõ eſtas 1 Vno: 2 Dos: 3 Tres: 4 Quatro: 5 Cinco: 6 Seis: 7 Siete: 8 Ocho: 9 Nueve: Y el Cero O, que por ſi ſolo, ô antes de numero nada vale; pero pueſto deſpues del numero le augmẽta el valor, por diezes, ſi es vno: Por ciẽtos, ſi ſõ dos, &c.

Numero Digito ſe dize el que conſta de ſola vna letra, y aſſi no pueden ſer mas que haſta nueve los Numeros Digitos, que ſon las nueve letras dichas. Numero compueſto ſe llama el que conſta de dos, ô mas Caractheres, como 10. 11. 12. 345. 6789. &c. Y eſtos cõpueſtos ſõ deſde diez ẽ infinito.

El modo de nombrar, y numerar los numeros compueſtos es eſte: ſi ſe compone de ſolas dos letras, la primera (q̃ ſiempre ſe entiende ſer â la mano derecha; por que para numerar ſe lee al revez.) ſon vnidades, y la otra ſon diezes. Como 25. ſe dizen Veinte y cinco, que ſon cinco vnidades ſobre dos diezes. Si el numero compueſto conſta de tres letras, la primera denota vnidades, la ſegunda Dezenas, y la tercera Cientos. Como 634. ſe dizen ſeiscientos, y treinta y quatro, por q̃ ſõ quatro vnidades, tres diezes, y ſeis ciẽtos.

Si el numero ſe compone de quatro Caractheres, el primero es de vnidades, el ſegundo de dezenas, el tercero de

Cien-

Cientos ô Centenas, y el quarto de vnidades de Miles. Como 6534 Dizen Seis mil, quinientos, y treinta y quatro. Si se añade quinta letra â la ysquierda significara las dezenas de miles; si sexta letra las Centenas de miles, que se llaman Millones, ô Cuentos, y de ay para adelante prosiguẽ los diezes de millones, los Cientos de Millones, los miles de millones, y los Millones de millones, ô Cuentos de Cuentos, &c. Desuerte que en todos los numeros compuestos se obseruará este orden para numerarlos de la mano derecha, â la ysquierda.

Vnidad
Dezena
Centena
Millar
Dezena de millar
Centena de millar
Cuento
Dezena de cuento
Centena de cuento
Millar de cuento.
Dezena de millar de cuento.
Centena de millar de cuento.
Cuento de Cuentos
Dezena de Cuento de Cuentos.
Centena de Cuento de Cuentos.
&c.

CAPITVLO II

De las quatro Reglas generales de la Arithmetica.

LAS QVATRO PARTES DELA ARITHmetica (como arriba dixe.) ſon *Sumar*, *Reſtar*, *Multiplicar*, *y Partir*: Para cada coſa de eſtas pondré Regla particular con la mayor claridad que pueda, pues de ellas depende todo lo demás de la Arithmetica.

REGLA I.

Del Sumar.

Sumar és juntar dos, tres, ô mas cantidades en vna, â la manera que juntamos diez con veinte, y hazemos treinta. Las dos, ô mas cantidades, que ſe han de ſumar ſe eſcriven vnas debaxo de otras, y de manera que las vnidades de la vna queden debaxo las vnidades de la otra; Las dezenas de la vna debaxo las dezenas de la otra; y aſsi meſmo las cẽtenas vnas debaxo de otras en derecho, &c. Por eſſo para eſcrevir dichas cantidades ſe ha de empezar dela mano derecha azia la yzquierda. Y no haze al caſo que ſe ponga por primera la mayor, ô menor cantidad, ſino como vinieren, y debajo de todas ellas ſe echará vna raya, todo como en eſte Exemplo de tres cantidades.

6385
279
85641

Para ſumar ſe empieza ſiempre por las letras de la mano derecha, y de alli ſe va proſiguiendo azia la yzquierda. Y aſsi ſe ſuman primero las vnidades de todas las partidas, ô cantidades, que huviere, diziendo 5 y 9 ſon 14 y 14 con 1 hazen 15. Y lo meſmo es ſumar de arriba para abaxo, que de abaxo para arriba como 1 con 9 son 10, y 10 con 5 son 15.

	1 21	
6385	6385	6385
279	279	279
85041	85041	85041
5	91705	91705

Las 5 vnidades de este 15 se escrivirán debaxo de la raya en derecho de las vnidades de las tres cantidades, y el 1 de la dezena del 15 no se escrive debaxo, sino que se lleva de memoria â sumarlo con las dezenas siguientes; O para que no se olvide se escrive encima de ellas, como en esta segunda cuenta. Luego se suman del mesmo modo las dezenas, diziendo: 1 con 8 hazen 9. 9 con 7 son 16, y con 4 hazen 20. Pōgase el cero del 20 debaxo la raya enderecho de las dezenas, y el 2, ô llevese de memoria para sumarlo con las Centenas, ô escrivase sobre de ellas, y de qualquier modo digase 2 y 3 son 5, y otros 2 son 7. y estos con el cero hazen lo mesmo: Pongase el 7 debaxo la raya en derecho de las Centenas, y por que esta suma no llegó â diez no ay nada q̃ llevar de memoria, ô que poner sobre la Cuenta. Y assi passaremos â sumar los millares, diziendo 6 y 5 son 11, y por q̃ no ay mas se pondrá el 1 de la vnidad debaxo de la raya, y el 1 de la dezena se llevará de memoria, ô se escrivirá arriba sobre las dezenas de millares para sumarlas, y se dirá: 1 y 8 son 9, y por que no ay mas se pondrá el 9 debaxo de la

raya

raya, y quedarán ya ſumadas las tres partidas, y reducidas â vna ſuma, ô monta, que importa Noventa y vn mil, ſetecientos, y cinco.

Siendo el Sumar lo mas facil de la Arithmetica; es con todo eſſo en lo que mas facilmente ſe comete vn yerro quãdo las partidas ſõ muchas, por haver de ir ſujetãdo â la memoria todas las letras, que ay de arriba â abaxo Por lo qual, quando ſon muchas las cantidades, dividanſe en tres, ô quatro, ô mas claſſes de a quatro, ô cinco partidas cada vna, y ſumeſe de por ſi cada claſſe, y deſpues ſe hará la ſuma de las claſſes, que fueren.

Sumar eſpecies diverſas.

POr eſpecies diverſas ſe han de entender aqui todas aquellas cantidades que pertenecen â vn genero; pero vnas ſon partes de las otras, Como *Quintales*, *arrobas*, *Libras*, *onzas*, &c, que todas ſon eſpecies diverſas de vn genero; pero las onzas ſon parte de las Libras; las libras ſon pates de las arrobas, &c. Diſtinguenſe eſtas eſpecies de los *Quebrados* (de quienes deſpues diremos) en que las eſpecies diverſas pero de vn genero tienen ya determinado numero de partes, como la libra 16 onzas; el peſo 8 reales, &c, y por eſſo tienen haſta ſu nombre proprio; Pero los Quebrados ſon quales quier partes que quiſieremos hazer del entero, Como â vna vara que la podemos dividir ẽ medias en tercias, en quartas, quintas, ſextas, &c.

Y para que ſemejantes eſpecies diverſas ſe puedan ſumar, reſtar, &c. es meneſter tener noticia de las partes que tienen vnas reſpecto de otras, para lo qual pondré aqui algunos

gunos Generos los mas vſados, y vtiles, de peſo, de moneda, y de medidas.

Vn Quintal tiene 4 arrobas, ô 100 libras. = Vna Arroba tiene 25 libras. = Vna libra 16 onzas, ô dos Marcos. = Vn Marco 8 onzas. = Vna onza 4 Quartas = Vna quarta 4 atienzos, û ochavas. = Vna ochava 32 Granos.

Vn Marco de oro tiene 8 onzas. = Vna onza de Oro tiene 6 Caſtellanos, y dos tomines. Y eſto tiene vn doblon de â 16 peſos, y es del tamaño de vn toſton de plata = Vn Caſtellano tiene 8 Tomines, ô 56 Granos. = Y vn tomin tiene 12 Granos. Vna libra de oro tiene 100 Caſtellanos.

Un Doblon de plata vale dos Ducados = Vn Ducado vale 11 reales, y vn Maravedi. = Vn peſo vale 8 reales. = Vn real 2 medios, ô 34 Maraved. Y medio real vale 17 Maraved.

Una Legua de Eſpaña cõtiene 2748 Paſſos, y cerca de 22 Eſtados. Pero el Padre Zaragozá la pone de 3400 Paſſos, y vn Pie. = Vna Legua Germanica tiene 4 Millas, ô 4000 Paſſos. La menor legua es la de Inglaterra de 1250 Paſſos. La mayor la de Vngria de 6000 Paſſos. Las demas median entre eſtas.

Solo en las Leguas es la variedad, y nõ en lo demas: Por que vna milla ſiempre tiene 8 Eſtados, ô mil Paſſos Geometricos, y de aqui ſe dize Milla = Vn Eſtadio tiene 2 Cuadras, ô 125 Paſſos Geometricos. = Vna Cuadra tiene 62 Paſſos, y medio, ô 113 Varas Caſtellanas, con la calle.

El Paſſo ſimple Vno es de 2 Pies. = Otro de 2 y medio, que llaman Paſſo comun. Y el otro de 3 Pies.

El paſſo doble vno es de 4 Pies. = Otro de 5. Y eſte es el

 Paſſo

Paſſo Geometrico. = Y otro llega â 6 Pies.

El *Pie Geometrico*, que llaman Romano antiguo, tiene 4 Palmos. = Cada Palmo tiene 4 Dedos. = Y Cada Dedo 4 Granos de trigo, ô cevada. Y cada dedo tambien lo dividen en 9 lineas = La *Vncia*, ô Pulgar, vn dedo, y $\frac{1}{3}$ ô 12 lineas. Llamaſe tambien PalmoRomano el de la palma de la mano deſde la muñeca haſta el extremo del dedo medio, que es vna quarta de vara.

Vn *Circulo* de los mayores celeſtes tiene 360 Grados, ô 12 Signos. = Vn Signo 30 Grados. = Vn Grado 60 Minutos primos = Vn Minuto primo 60 ſegundos. = Vn ſegundo 60 Tercios, &c ſiempre por ſeſentas.

Vn *Año Solar* comun 365 Dias, y el Biſſexto 366 dias. = Vn *Año Lunar* comun 354 dias, y el Emboliſmal 384 dias. Vn Dia 24 horas. = Vna hora 60 Minutos primos. = Vn Minuto primo 60 ſegundos, y de aqui proſigue por 60

A vn *Grado de Equinocial*, ô de qualquier Circulo mayor de los Celeſtes, correſponde de tierra (ſegun los Navegantes) 17 leguas, y media; Pero ſegũ el diametro de la tierra, de 2502 leguas (q̃ trahe por cierto la M. Agreda) correſponden de circunferencia 7863 leguas, y tres ſeptimos mas de vna legua, de las quales caven â cada Grado cerca de 22 leguas. Y â cada legua cerca de 22 Eſtados.

A vn Grado de Equinocial correſponden 4 Minutos de tiempo, y â 15 Grados vna hora. Y acada Minuto de Equinocial 4 ſegundos de tiempo. A cada ſegundo de Equinocial 4 Tercios de tiempo, &c.

Vna Cavalleria de tierra tiene 22 Cuerdas, y 36 varas, y me-

media de largo, y la mitad de ſu largo tiene de anche. Vna Cuerda tiene 50 varas de largo, y lo miſmo de ancho, y en todo el quadro 2500 varas. Y la Cavalleria en todo ſu Quadrangulo 645816 varas, y $\frac{1}{8}$ Vn Sitio de ganado mayor 100 Cuerdas en cuadro. = El de ganado menor 50.

Proporcion de vnas medidas con otras.

La *Vara Caſtellana* reſpecto del Paſſo commun ſe ha como 4312 reſpecto de 3895 Y reſpecto del Paſſo Geometrico ſe ha como 4312 reſpecto de 7790. Y reſpecto del Codo, que tiene Pie, y medio, ſe ha como 4312 reſpecto de 2337. Por q̃ el Pie Geometrico ſe ha como 1558 y vna tercia de vara como 1437 Demanera que 100 Codos dan 54 varas, y vna ſexta. Y 100 Paſſos Geometricos dan 180 varas, y poco mas de media.

La Vara Caſtellana reſpecto de las Anas, ſiempre vale como 100 reſpecto de otro numero. El qual es diverſo en diverſos Reynos, y en diverſos generos, como 81, 140. 150. 160 &c. Y de aqui es, que forzoſamente â 100 Anas de vn genero, han de correſponder tantas varas Caſtellanas, como el numero, por quien ſe anéa.

Paſſemos â hora â ſumar eſpecies diverſas. Para eſto ſe eſcrivirán las ſemejantes debaxo de ſus ſemejantes, empezã-do â eſcrevir las menores deſde la mano derecha, y de alli proſeguir con las mayores azia la yzquierda, y debaxo de todas las cantidades ſe echará vna raya, como en eſte Exemplo de tres cantidades de peſo.

Q.	A.	L.	On.
	2	15	6
4	0	7	11
	3	21	14
5	2	19	15

PAra ſumar eſtas eſpecies, y otras ſemejantes, ſe empieza ſiempre por las menores de la mano derecha, y de alli ſe proſigue azia la yzquierda, y en cada eſpecie ſe ſuman los numeros enteros (ſeân Digitos, ô Compueſtos.) vnos con otros, diziendo 6 onzas, y 11 ſon 17, y 14 ſon 31. Y por que 16 onzas hazen vna libra, ſacarás de la ſuma todos los 16 que huviere, y ſolo lo q̄ no llega â 16 eſcrivirás debaxo la raya, como de 31 ſacarás vn 16, y ſolo eſcrivirás los 15 que ſobran. Y por cada 16 que ſacaſte de las onzas tomarás vna libra para ſumar con la eſpecie ſiguiente, y aſſi en el Exemplo dirás 1, que llevamos de las onzas, y 15 ſon 16, y 7 ſon 23 y 21 ſon 44. Y por que 25 libras hazen vna arroba, ſacarás de la ſuma de libras quantos 25 huviere, y por cada 25 tomarás vno para ſumar con las arrobas, y ſolo eſcrivirás debaxo de las libras las que no llegaron â 25, como las 19 del Exemplo, que quedan ſacãdo 25 de 44. Y llevaremos vna arroba para ſumarla con 2, y 3 que hazen 6. Y por q̄ 4 arrobas hazē vn Quintal, ſacarás 4 de 6, y eſcrivirás debaxo de la raya ſolo los 2 que quedan, y por los 4 llevarás vno para ſumar con los 4 quintales, y hazen 5. Y con eſto quedará acabada la ſuma, y dirás que las tres cantidades montan 5 quintales, 2 arrobas 19 libras y 15 onzas.

Aqui

Aqui advierto, que quando el numero de partes de que consta la especie acava en cero, como vn signo que tiene 30 Grados, vn Grado 60 Minutos &c. se pueden sumar primero las vnidades, y luego las dezenas, y de ellas sacar los 6 q̄ huviere, y por cada 6 tomar vno para sumar con las vnidades de la especie siguiente. Pero en los signos, horas, y Dias se sumará como arriba el numero entero de la especie.

REGLA 2.

Del Restar.

RESTAR es quitar, ô sacar de vna cantidad otra cantidad menor, y saber que es lo que queda. Como si de 80 se sacan 30, saber que quedan 50. Para esto se assienta primero la cãtidad mayor, y debaxo de ella la menor, ô la parte q̄ se ha de sacar, y de manera que (como en el sumar) las vnidades de la menor queden debaxo de las vnidades de la mayor; las dezenas debaxo de las dezenas; y assi de las Cẽtenas, &c. Y debaxo de las dos cãtidades se echará vna raya, como en los Exemplos siguientes. Para conocer qual de las dos cantidades es mayor, se advierte: Que la cantidad, q̄ mas letras tuviere es mayor; y quando tantas letras tiene vna como otra, es mayor la que tuviere â la mano yzquierda mayor letra.

Termino mayor	496	3564	6000
Termino menor	75	2098	4250
Resto	421	1466	1750

Restanse primero las vnidades de abaxo de las vnidades

de

de arriba, diziendo (en el primer Exemplo) ſacando 5 de 6 queda 1, el qual ſe pone debaxo la raya en derecho de las vnidades. Paſſeſe â las dezenas, y ſe dize: ſacando de 9. 7 quedan 2, y eſtos ſe pondran debaxo. Luego ſe paſſa â las Centenas, y ſe dize: ſacando nada de 4, quedã los meſmos 4 y aſſi ſe pondrã debaxo la raya, y queda acavada la cuenta y diremos que el Reſto es de quatrocientos, y veinte y vno.

Quando la letra de abaxo es mayor que la de arriba, y por eſſo no ſe puede ſacar de ella, como el 8 del Exemplo 2, que no ſe puede ſacar de 4. entonces ſe quita vno de la letra ſiguiente de arriba, y ſe le arrima al 4, y ſerán 14. Ahora ſe dirá: quien de 14 ſaca 8, quedan 6: y eſtos ſe pondran debaxo la raya. Paſſeſe â las dezenas, y por que ya del 6 ſe quitó vno, quedó en 5, del qual tampoco ſe pueden ſacar 9 que eſtan abaxo, y aſſi ſe hará la meſma diligencia que antes: Quiteſe vno â la letra ſiguiente de arriba, y arrimeſe al 5, y ſerán 15, y digaſe quien de 15 quita 9 quedan 6, que ſe eſcrivirán debaxo la raya. Paſſeſe â las Centenas, y ſe dirá: quien de 4 ſaca cero (ô nada) quedan los meſmos 4, los quales ſe pondran debaxo la raya, y paſſando â los millares ſe ſacarán de 3. 2 y quedará 1, y con eſto ſe avrá dado fin â la cuenta.

Quando de ceros ſe hãn de reſtar ceros V. gr. en las primeras letras del Exemplo 3. ſe dirá, quien de cero ſaca cero, queda cero, y eſte ſe pondrá abaxo, por que quien de nada quita nada, queda nada; Mas ſi de ceros ſe han de reſtar numeros, ô letras de valor, como en las dezenas del Exemplo: q̃ del cero ſe han de ſacar 5. Entonces ſe le quita vno (como

ya

ya ſe ha dicho) â la letra ſiguiente de arriba, y ſi eſta està-bien cero, ſe le quita el vno â la letra ſiguiente, y ya ſe podrá dezir: quien de 10 ſaca 5 quedan 5, que ſe eſcrivirán abaxo. Y paſſando â las Centenas ſe encuentra con otro cero, pero como ya eſte ſe avia hecho 10 con el 1 que ſe le quitó al 6 ſiguiente, y de eſte 10 ſe havia tambien quitado 1 para el ſegundo cero, ya no ſerá ſi no 9, y aſſi ſe dirá quien de 9 ſaca 2 quedan 7. Y quien de 5 ſaca 4 queda 1, y quedará acavada la cuenta.

Reſtar eſpecies diverſas.

ESCrivenſe las dos cantidades de eſpecies diverſas del meſmo modo que para ſumarlas ſe dixo arriba pag. 6. y deſpues de echada vna raya por abaxo, ſe empezará por las eſpececies menores, reſtando la eſpecie de abaxo de la de arriba ſu ſemejante. Y ſi la de arriba es menor, que la de abaxo, y por eſto no ſe pueda reſtar eſta de aquella: entonces ſe le quita vno â la eſpecie mayor ſiguiente, y todas las partes de eſte entero ſe ſuman con las de la eſpecie menor, y de la ſuma ſe reſtará la de abaxo.

Exemplo			
	55 P.	4 R.	20 M.
	40	7	13
	14	5	7

REſtanſe primero 13 maravedis de 20, y quedan 7. Paſſeſe â los reales, y por que no ſe pueden ſacar 7 de 4. ſe tomará de los 55 peſos vno, y por que vn peſo tiene 8 reales, ſe dirá: 8 y 4 ſon 12, y quien de 12 ſaca 7 quedan 5. Y paſſando â los peſos, (que ya ſon 54) ſe dirá quien de 4 quita ce re quedan 4, y quien de 5 ſaca 4 queda 1.

De la meſma manera ſe reſtan las eſpecies diverſas de qualquier otro genero. Y quando eſte genero es de circulo de Zodiaco, ô Equinocial, ô de tiempo ſe puede reſtar vna cantidad mayor de otra menor, por que entonces ſe le ſuple â eſta menor todo el Circulo. Deſuerte que quando las vnidades de abaxo ſon mas que las de encima, ſe les ſuple á eſtas vn 10; pero â las dezenas no ſe les ſuple; ſino vn 6: ſi ſon Minutos, Seg, &c. vn Signo, ſi ſõ Grados vn dia ſi ſõ Hor. &c

Pruevas generales del Sumar, y Reſtar.

LA Prueva, y examen de la buena ſuma ſe haze reſtandole vna de las cantidades, q̃ ſe ſumaron, y ver ſi quepan cavalmente las demas. Y la prueva del buẽ Reſto es ſumar el Reſto con el termino menor, y ſaldrá â la ſuma el termino mayor.

	A	954	C	1686	C	1686
Exemplos	B	732	A	0954	B	732
	C	1686	B	732	A	954

Para examinar ſi la ſuma C eſtá buena, reſteſe A de C como en el ſegundo Exemplito, y ſaldrá B. = O reſteſe B de C como en el 3 Exemplito y quedará A.

Para examinar ſi vn Reſto B del 2 Exẽplito, ô vn reſto A del 3 eſtá biẽ ſacado, ſumeſe A cõ B, y ſaldrá C como ẽ el 1 Exẽplo

Y quãdo las partidas de vna ſuma fuerẽ muchas, para hazer la prueva de la ſuma, reduzganſe las partidas â ſolo dos cantidades, como A B, y reſteſe vna de las dos de la ſuma, y quedará la otra, como ſe ha dicho.

RE-

REGLA 3.
Del Multiplicar.

MVltiplicar vna cantidad por otra es buſcar vna tercera cantidad, que tenga tantas de la primera, como vnidades tiene la ſegunda; ô que tenga tantas cantidades de la ſegunda, como vnidades tuviere la primera. V. gr. Multiplicar 15 por 4: es buſcar vn nùmero que tenga quatro quinces, como lo es 60. O buſcar vn numero que tenga quince vezes al quatro como lo es 60.

La cantidad, que ſe ha de multiplicar V. gr. el 15 ſe llama *Multiplicacion*, (que de ordinario es la que mas letras tiene) y eſta ſe aſſiēnta en primer lugar: La cantidad por quien la otra ſe ha de multiplicar V. gr. el 4 ſe llama *Multiplicador*, y eſte ſe eſcrive debaxo de la multiplicacion, del modo que en el ſumar, y reſtar; eſto es: las vnidades de abaxo de las vnidades: las dezenas debaxo de las dezenas &c. y debaxo de ambas cantidades ſe echa vna raya, para poner debaxo de ella la cantidad, que deſpues ſe ſacare V. gr. el 60. Y eſta cantidad ſe llama *Producto*.

Multiplicacion	15
Multiplicador	4
Producto ———	60

Las Reglas generales, que ſe dan para multiplicar qualesquier cantidades de numeros compueſtos, pór grandes, que ſean, no ſe pueden vſar, ni exercitar ſin ſaber por alguna otra

TABLA DE MVLTIPLICAR

1

1 vez 1 es 1
1 vez 2 es 2

2

2 vez 2 ſon 4
2 3 6
2 4 8
2 5 10
2 6 12
2 7 14
2 8 16
2 9 18
2 10 20

3

3 vez 3 ſon 9
3 4 12
3 5 15
3 6 18
3 7 21
3 8 24
3 9 27
3 10 ſō 30

4

4 vez 4 ſon 16
4 5 20
4 6 24
4 7 28
4 8 32
4 9 36
4 10 40

5

5 vez 5 ſon 25
5 6 30
5 7 35
5 8 40
5 9 45
5 10 50

6

6 vez 6 ſon 36
6 7 42
6 8 48
6 9 54
6 10 60

7

7 vez 7 ſon 49
7 8 56
7 9 63
7 10 70

8

8 vez 8 ſon 64
8 9 72
8 10 80

9

9 vez 9 ſon 81
9 10 90

10

10 vez 10 100
10 v. 100 1000
10 vezes 1000
ſon diez mil
10 vezes 10000
ſon cien mil
10 vezes 100000
es vn Cuento.

via multiplicar los numeros digitos deſde 1, haſta 9. Y el vnico modo que ay para eſto es ſumar tantas vezes el numero digito q̄ ſe ha de multiplicar, como vnidades tuviere el otro digito del multiplicador. V. gr. ſe han de multiplicar 9 por 4 ſumando quatro vezes el 9 ſale el producto en la ſuma de 36. por que el Producto no es otra coſa que ſuma de las multiplicaciones, que haze el Multiplicador.

	9
1	9
2	9
3	9
4	9
	36.

Pero ſe ha quitado eſte trabajo cõn tener ya en vna Tabla, como la antecedente, multiplicados todos los numeros digitos vnos por otros deſde 1 haſta 9, ô haſta 10. Y aunque ay otra Tabla, que llaman Pythagorica por que la inventó Pythagoras: y fuera de eſſo otro modo muy curioſo que yo tengo inventado por los dedos de las manos, de que doy noticia al fin en eſte Libro; pero la Tabla antecedente es la mas vſada, y mas commoda para cojerla de memoria,

Del Modo de multiplicar qualesquiera cantidades de numeros compueſtos

Aſſentada la multiplicacion, y multiplicador del modo ya dicho, ſe empezará la cuenta, como en el ſumar, y reſtar por las vnidades de la mano derecha azia la yzquierda: Multiplicāſe primero cada numero dela multiplicaciõ por las vnidades del multiplicador, y los productos ſe vã aſſẽtãdo debaxo de la raya· pero cõtal cõdiciõ, q̄ ſi el producto paſſa de diez; eſto es: q̄ ſi cõſta de 2 letras, ſolo ſe eſcrivirá abaxo la de las vnidades, y la otra de dezenas ſe añadirá al ſiguiẽte producto.

Del

Del mesmo modo se buelve â multiplicar cada letra de la multiplicacion por la siguiente letra del multiplicador, y se van assentando los productos debaxo de los otros, pero de modo que cada renglon de productos, que se fuere poniendo empieze en derecha de la letra de su multiplicador. Y de esta manera se vá obrando hasta que se acaban las letras del multiplicador. Y despues se juntan todos los productos en vna suma, y este será el producto que se busca.

	Multiplicacion	6042
Exemplo.	Multiplicador	517
		42294
		6042
		30210
	Producto.	3123714

Por la primera letra 7 del multiplicador se ha de multiplicar de por si el 2, el 4, el 0, y el 6 de la multiplicacion, diziendo 7 ves 2 (ô 2 vezes 7 que es lo mesmo) son 14. Este 4 se escribe abaxo en derecho del ,7 y el 1 guardo para juntarlo con el producto siguiente diziendo 7 vezes 4 son 28; y 1 que guardé son 29, el 9 se escribe abaxo, y el 2 guardo y digo 7 vez 0, es 0. A este cero añado el 2 que guardé, y son 2 que se pondrán debaxo de la linea, y no tengo nada q̄ guardar: y assi prosigo diziendo 7 vezes 6 son 42, escribo el 2 y guardo el 4; pero por que no ay otro producto, con quien juntarlo, lo pondré despues del 2.

Del mesmo modo por la segunda letra del multiplicador, que

que es 1, ſe ha de multiplicar el 2, el 4, el 0, y el 6 de la multiplicacion, y aſſentar los productos en nuevo renglon debaxo del otro; pero de modo, que la primera letra de cada renglon correſponda â la letra del multiplicador, por quien ſe ſacó aquel renglon. Ni de otra ſuerte ſe multiplican todas las letras de la multiplicacion por la tercera letra del multiplicador, que es el 5, y abaxo ſe aſſientan los productos en tercero renglon, q̄ comienza en derecho del 5. Y del miſmo modo ſe proſigue, quando ſon mas las letras del multiplicador. Y deſpues ſe ſuman los renglones, y ſale el producto entero.

Caſos, en que ſe abrevia el multiplicar.

El 1. es ſiempre que el multiplicador es 1, 10, 100, ô qualquiera cantidad de ceros con la vnidad; entonces ſolo ſe añaden âla mano derecha de la multiplicacion todos los ceros, que tuviere el multiplicador, como en eſte primero Exemplito.

2354	12000	23
100	54	5000
235400	48000	115000
	60	
	108000	

El 2. caſo es: ſiempre q̄ las primeras letras de la multiplicacion ſon ceros, con todos ellos ſe empieza â eſcrebir el producto, ſin multiplicar, haſta que aya numero: como en el 2. Exemplito, en que deſpues de eſcritos los

tres ceros, se empieza â multiplicar 2 por 4, &c.

El 3. caso es Poner siempre por multiplicador la cantidad, que mas ceros tuviere, aunque sea mayor, que la otra, como tenga menos numeros, para que sean menos los renglones de productos: como en el 3 Exemplito, que aunque es mayor cantidad la del multiplicador, tiene menos numeros, que la otra.

Multiplicar especies diversas.

La multiplicacion de especies diversas, no se puede hacer sin saber dividir, ó partir vna cantidad por otra: porque en los productos siempre salen especies menores, q̃ por via de particiones se han de reducir â especies mayores. Por lo qual dexaremos esta multiplicaciō, hasta aver tratado de la particion en la Regla 4. siguiente: Y tambien en la Regla de tres se dirá de dicha multiplicacion.

Lo que si es mas proprio de este lugar, es el modo de reducir las especies diversas mayores â las menores. Multiplicase la especie mayor, que huviere en la cuenta por el numero de sus partes, ô denominador de la especie menor siguiente, y al producto se le añade el numero de la especie siguiente de la cuenta. Luego esta suma se multiplica por el numero de las partes de su especie, y al producto se le añade la especie menor siguiente: y assi se vá prosiguiendo hasta que la suma quede de la especie menor vltima, que huviere en la Cuenta. Como en estos Exemplos.

De peso	2 arr.	15 libr.	4 onz.	son 1044	onz.
De moneda	5 pes.	6 real.	20 mar.	son 1584	mar.
De medida	7 Gr.	3 Min.	40 seg.	son 25420	seg.

Mul-

Multiplicanſe las 2 arr. por 25 (que ſon las libras, ô partes, que tiene vna arroba: y producen 50, â los quales ſe añaden las 15 libras, y montan 65. Multiplicanſe 65 por 16 (onzas, ó partes de vna libra.) y producen 1040 â las quales ſe añaden las 4 onzas, y monta todo 1044 onzas. De la miſma manera ſe reducirán los peſos â reales, y todos los reales á maravedis. Como tambien los Grados â minutos y los minutos â ſegundos. Veaſe para eſto la pag. 7.

La prueva, ô modo de examinar, ſi vna multiplicacion eſtá bien hecha, ſe haze por particion: y aſſi haſta tratar de eſta, pondremos aquella.

Nota Hai modo para multiplicar de la izquierda â la derecha, ſin mas dificultad, que ſaber aſſentar los productos: por que las vnidades del primer producto, ſe eſcriben ſiempre en derecho de la letra, por quien ſe multiplica: las vnidades del ſegundo producto ſe eſcriben à la derecha, y ſi hai decenas ſe ponen debaxo de las primeras vnidades, y aſſi ſe vá proſiguiendo azia la derecha, haſta el vltimo numero de la multiplicacion Mas por q̃ voi huyendo de variedades, omito la mayor explicaciō de eſta multiplicacion

REGLA 4.

Del partir, ó dividir.

Partir vna cantidad por otra, ô entre tantos, es ſacar de aquella cantidad vna parte, de las que con igualdad cabē â cada vno de eſtos tantos. como partir 32 entre 4, es ſacar vna parte de eſtos 32, que con igualdad quepa â cada vno de los 4; como lo es 8, por que teniendo cada vno de los 4,

igual-

igualmente â 8, tendrañ entre todos 32.

La cantidad, que se ha de partir v. gr. el 32, se llama *Particion*, y esta se escribe en primer lugar: la cantidad por quien, ô entre quienes se ha de partir, v. gr. el 4, se llama *Partidor*, y este se escribe debaxo de la particion; pero al contrario de lo que se ha observado en las tres Reglas antecedentes, por que en esta se empieza á escrebir el partidor de la izquierda â la derecha, y poniendo todas las letras del partidor demodo, q̄ queden debaxo de otras tãtas letras de la izquierda de la particion: como si se hãde partir 69 entre tres, se pondrá el 3 debaxo del 6: si se han de partir 550 entre 20, se pondran estos 20 debaxo de los 55.

Pero quando el partidor es mayor, que la cantidad de aquellas letras, que le corresponden encima: entonces se passa el partidor vna letra mas azia la derecha, para que tenga encima mayor cantidad: como si se han de partir 336 entre 42, por que este partidor es mayor cantidad, que los 33, que le cupieran encima: se pondran los 42 debaxo de los 36. Y finalmente escritas las dos partidas, como se ha dicho, se echará vna raya á la derecha de la particion, para poner sobre ella con distincion, lo que se fuere sacãdo, para saber lo que le cabe â cada vno: y esto se llama *Quociente*. Este quociente ha de salir siempre de tantas letras, quantas huviere en la particion, azia la derecha, desde aquella inclusive, donde acaba el partidor.

Exemplo de todo lo dicho.

Particion	32	(8	Quociente
Partidor	4		

Las

Las reglas generales, que ſe dan para partir qualeſquiera cantidades por grandes, que ſean, entre otras, no ſe pueden exercitar, ſin ſaber, por alguna otra via, partir cantidades de dos letras, deſde 1 haſta 89, entre ſolo numero digito deſde 1 haſta 9. El modo, que para eſto ſe tuviera, havia de ſer, ir reſtando el partidor de la particion, haſta que ya no ſe pudiera: y el numero de las veces que ſe reſtó, fuera el quociente: como ſi ſe huvieran de partir 40 entre 5, ſe havian de ir reſtando 5 de 40, haſta que â las ocho veces ſe acabarā los 40: entōces dixeramos, que 40 partidos entre 5, caben á 8. Eſta fuera coſa de gran moleſtia, ſi no nos diera otro modo facilimo la Tablita de multiplicar, que ſe puſo â la pag. 16. El modo es eſte.

Es de ſaber, que por muchas letras, que tenga la particion, y el partidor, nunca ſe parten todas juntas; ſino vna entre vna: y quando mas (ſi la de la particiones menor q̄ la del partidor,) ſe parten dos juntas entre vna: y aſſi nūca ſe va ſacādo quociēte de dos letras, ni q̄ paſſe de 9. Eſto ſupueſto, la letra del partidor, v. gr. el 4 del Exemplo antecedente, ſe buſca en la tablita de multiplicar, ô por ella, de memoria, ſe va multiplicando por 2, por 3, por 4, &c, haſta dar con vn producto, que iguale, ô eſté cerca del 32 como quando ſe llega â decir 4 vez 8, ſon 32, entonces por que eſte producto iguala â la particion, ya ſabremos, que 8 es lo que cabe â cada vno de los 4

Y quandò en la tablita no ſe halla el producto igual â la particion, entonces ſe buſca el mas cercano menor: como â

ſi ſe

ſi ſe huvieſſen de partir 89 entre 9, diremos, que cabe â cada vno â 9, por que 9 ves 9 ſon 81, q̄ es el producto mas cercano menor, y los 8 que van â 89 ſerân de ſobra. Paſſemos ahora â las reglas de partir qualquiera cantidad por grande que ſea entre otra cantidad.

Aſſentada la particion, y el partidor del modo q̄ arriba ſe dixo, ſe comenzarâ la particion ſiempre por las letras de la izquierda (al contrario de las tres reglas antecedentes.) Partaſe primero por la tablita de multiplicar, ſolo lo que eſtuviere encima de la primera letra del partidor, ſea vna, ô dos letras, y el quociente ſe eſcribe ſobre la raya: y por eſte quociente ſe multiplica el partidor, para cotejar el producto con lo que ſe partio, y ver ſi ſobra algo, y lo que ſobra ſe pondra encima de los numeros, que ſe partieron, como en eſte Exemplo con partidor de ſolo numero digito.

	03		03	
Particion	356	(8	356	(89
Partidor	4	—	4	—

Supongamos, que ſe van â partir 356 entre 4. Aſſientaſe la particion, luego el 4 debaxo del 5, y no debaxo del 3 por que 3 no ſe pudieran partir entre 4 por ſer menor El quociente ſaldrâ de dos letras, por que otras tantas hai deſde el 4, incluſive azia la derecha de la particion. Ahora ſe dice; 35 partidos entre 4 cabe â 8: por que ſegun la tablita, 4 ves 8 ſon 32, que es lo mas cercano â 35 (ſi ſe dice 4 vez 9, ſon 36, ya paſſaron de 35.) Poneſe pues, el 8 ſobre la raya, y por que de 32 â 35 van 3 que ſobran, ſe pondran eſtos 3 ſobre el 5, y el 35 ſe podra borrar; ô â lo menos

ſe

ſe le põdrá ũ cerõ ſobre el 3, para q̃ ſe tẽga por nada Tãbiẽ ſe podrá borrar el 4 del partidor, ſi ſe quiſiere quitar cõfuſiõ

Ahora, como ſi fueſſe otra nueva cuenta, ſe conſidera que ſe van á partir ſolamente 36 entre 4. Aſſientaſe el 4 debaxo el 6, por que el 3 ſolo no baſta, y digaſe 36 entre 4 cabe á 9, por que 4 ves 9 ſon 36: poneſe el 9 ſobre la raya, deſpues del 8. Y por que de 36 del producto á 36 de la particion nada vá, ſe borrará el 36., ô ſe le pondran dos oo encima, y no quedando ya otra coſa que partir, daremos por acabada la cuenta, y diremos, que partidos 356 entre 4, caben â cada vno igualmente â 89 cavales.

Exemplo 2. con el partidor de numero compueſto.

Supongamos que ſe van á partir 7386 entre 32: eſcrita la particion, y partidor como ſe debe, ſe ha de conſiderar, que la particion es ſolo de 73 que ſe vân á partir entre 32, por que ſolo 73 es lo que tiene el partidor encima.

```
 0
 19
 7386  (2
 32    —
```

Digaſe pues: 7 entre 3 cabe á 2, por que 3 ves 2 (ô 2 ves 3, que es lo miſmo) ſon 6: pongaſe el 2 ſobre la raya, y digaſe de 6 â 7 vá 1, que ſe pondrá ſobre el 7. Luego digaſe: 2 ves 2 ſon 4, â 13 que eſtan encima van 9, que ſe pondran ſobre el 3, y el 1 ſe borrará con vn cero encima.

Ahora como ſi fueſſe otra nueva cuenta de 986 entre 32, ſe pondran eſtos 32 debaxo de los 98, y ſe dirá 9 entre 3, caben á 3, por que 3 vez 3 ſon 9: pongaſe el 3 ſobre la raya, deſpues del 2: y por que de 9 á 9, nada ſobra, ſe pondrá vn cero ſobre el 9, y digaſe 3 vez 2

```
 00
 192
 7386  (23
 32    ——
  32
```

son 6, â 8 van 2, que se pondrán sobre el 8. Luego como si fuesse nueva cuenta se considera que se van â partir solos 26 entre 32; Pero por que 26 son menos que 32, y ya no haver donde passar al partidor mas adelante, diremos, que 26 entre 32 cabe á nada, y se pondrá vn cero sobre la raya y los 26 quedarán de sobra, y daremos por acabada la cuenta, diciendo que partidos 7386 entre 32, caben â 230 á cada vno, y que sobran 26, que no se pueden partir, sino es haziendolos pedazos, del modo que despues se dirá en tratando de quebrados.

Exemplo 3. con mayores cantidades.

Supongamos, que se han de partir 123090 entre 243. Escrito este partidor en su lugar conveniente, esto es, debaxo de los 1230, por que solos 123 son menos, que 243: diremos 12 entre 2, caben á 6, por que 2 vez 6 son 12: demos por assentado el 6 sobre la raya, y borrados los 12 con dos ceros, y passemos â multiplicar el 4, y el 3 del partidor por el 6, para ver si caben los productos en los 30, que estan encima: y digamos 4 vez 6, son 24, â 3 que estan encima, no puede ser: por que 24 no caben dentro de 3. De aqui sacamos, que no haviamos de haver tomado 6 para el quociente, sino 5, para que nos quede arriba mayor cantidad, donde quepan los productos del 4, y el 3. Esto es lo que les hace fuerza â los principiantes: de que no se tome v. g. el 6 dicho, cabiendo bien 2 vezes en 12; pero *quien adelãte no mira, atrâs se queda*: y assi se ha de atender á que los 43, que faltan del partidor, quepan 6 veces dentro de

```
00
123090 (6
243    ——
```

lo que

lo que les correſponde encima, y como lo que les correſponde encima no ſon mas que 30, ni aun vna vez caben los 43 dentro de ellos.

Por lo qual tomenſe 5 de quociente, y digaſe 2 vez 5 ſon 10, â 12 van 2, que ſe dexarán, como ſe eſtan, y ſe pondrá vn cero ſobre el vno, y vamos â multiplicar el 4 y el 3 del partidor por el 5, y digaſe. 4 vez 5 ſon 20, â 32, van 3: pongaſe vn cero ſobre el 2, y dexeſe el 3. y digaſe: 3 vez 5 ſon 15, â 20 (ſupliendole al cero vn 2 que ſe quita del 3 antecedente) van 5; que ſe pondran ſobre el cero: y por que ſe quitaron 2 del 3, ſe dirá de 2 â 3 va 1 que ſe pondrá ſobre el 3, y quedará acabada la multiplicacion del 5.

```
 0015
123090 (5
 243
```

Deſpues como nueva cuenta, ſe mudará el partidor vna letra mas azia la derecha, y ſe conſidera, que ſe van â partir 159 entre 243; pero hallando, que no ſe pueden partir 159. por ſer menos, que el partidor 243, ſe dirá: que cabe â nada, y ſe pondra vn cero de quociente deſpues del 5, y ſe mudará el partidor otra letra mas azia la derecha.

Ahora ſe conſidera que ſe van â partir 1590 entre 243, y ſe dirá 15 entre 2, cabe â 7, por que 2 vez 7, ſon 14. Antes de eſcrebir el 7, multipliquenſe por él, los numeros del partidor, para ver, ſi es bueno, digaſe: 2 vez 7 ſon 14, â 15 va 1, que ſe conſidera ſobre el 5, y ſobre el 1, vn cero. Luego 4 vez 7 ſon 28. â 19, no puede ſer: con que ſe dará por malo el 7, y ſe tomará vn 6, y digaſe: 2

```
      1
    033
 001552
123090 (506
  243
   243
    243
```

vez 6 ſon 12, â 15 van 3, que ſe pondran ſobre el 5, y vn cero ſobre el 1, y ſe proſigue la multiplicacion, diciendo 4 vez 6 ſon 24, 29 van 5, que ſe pondran ſobre el 9, y de 2 â 3 vá 1, q̄ ſe â pondrá ſobre el 3. Luego 3 vez 6 ſon 18, â 20 van 2, q̄ ſe pondran ſobre el cero, y de 2 â 5 van 3, q̄ ſe pondran ſobre el 5, y quedará acabada la multiplicacion. Y por q̄ ya no hai á donde mudar el partidor, ſe dará por acabada la cuenta, y diremos, q̄ ſalen al quociente 506, y q̄ ſobran 132 q̄ por ſer menos q̄ el partidor, no cabē â entero, ſino â quebrado

De lo que ſe ha de hacer con las ſobras de las particiones.

Quando, acabada la particion, ſobra alguna coſa, que ya no ſe puede partir por entero, por ſer menos, que el partidor pongaſe dicha ſobra deſpues del quociente ſobre vna raya, y debaxo de ella el partidor, y queda formado el quebrado, que á mas de los enteros del quociente, cabe â cada vno del partidor. Como en la particion antecedente, en que huvo ſobra, pongaſe aſſi $506 \frac{132}{243}$ que quiere decir: que fuera de los 506 enteros, que caben â cada vno, le caben mas 132 partes de vn entero, que ſe conſidera dividido en 243 partes iguales. Eſto ſe enterá mejor en el Capitulo ſiguiente de los Quebrados, y tambien abaxo en las particiones de eſpecies diverſas.

Caſos, en que ſe abrevia el partir.

1. Siempre q̄ el partidor es la vnidad ſola, ô con vno, dos, ô mas ceros, ſe eſcuſa el partir, y ſolo ſe le quitan â la particion tantas letras azia la derecha, como ceros tuviere, mas de la vnidad, el partidor: y lo q̄ queda azia la izquierda es el

quo-

quociente q̄ se busca: y lo q̄ se cortó azia la derecha (si no son ceros, es la sobra q̄ se pondrá sobre vna raya como ya se dixo y debaxo el partidor, como en el Exemp. siguiēte.

Particion	347 (25	Quociente	347 y $\frac{25}{100}$
Portidor	100		

2. Quando el partidor tiene ceros â la derecha, aunque tenga vna, ô mas letras diversas â la izquierda, quitensele â la particion otras tantas letras â la derecha, como ceros tiene el partidor â la derecha: y al mismo partidor tambien se le quitan los ceros, y con esto se hace la cuenta mas corta, por que se parte menos entre menos; pero lo que sobrare en la particion se arrima à la izquierda de las letras, que se cortaron, aunque estas sean ceros, y todo ello será la sobra, como en el Exemplo siguiente.

	0	
	011 (129	$\frac{123}{200}$
25923	259	
200	222	

Como si se han de partir 25923 entre 200, quitense estos dos ceros al partidor y por ellos quitense los 23 â la particion, y se partiran solamente 259 entre 2, y salen al quociente 129, y sobra 1, que arrimado â la izquierda de los 23, será toda la sobra 123 doscientos abos. Y si los 32 fueran ceros, fuera la sobra de 100 doscientos abos.

Multiplicar especies diversas

De esta multiplicacion se havia de haver tratado en la Regla 3. pero (como alli dixe,) era necessario saber partir

tir

tir vna qualquiera cantidad entre otra para reducir las eſpecies menores (que quedan en los productos.) â mayores, que ſe hace por via de particiones de eſte modo.

La reduccion de las eſpecies mayores â menores ſe hace (como dixe en la Regla 3.) multiplicando la eſpecie mayor por el numero denominador de ſus partes, y al producto ſe le añade la eſpecie menor ſiguiente. Como ſi ſe han de reducir 20 dias, y 10 horas, â ſolo horas, ſe multiplicaran los 20 dias por 24 (denominador de las horas.) y al producto ſe añadiran las 10 horas, que hai á mas de los dias, y quedará todo en 490 horas.

Pero la reducion (al contrario) de las eſpecies menores â mayores, ſe hace partiendo la cantidad de la eſpecie menor por el numero denominador de las partes de la eſpecie mayor ſiguiente. y el quociente ſerá la eſpecie mayor, y la ſobra ſe queda de aquella eſpecie menor. Como ſi ſe han de reducir 1044 onças â eſpecies mayores, ſe partiran 1044 por 16 (denominador de las onças) y ſaldran al quociente 65 libras, y en la ſobra quedan 4 onças. Y ſi las libras ſe han de reducir â arrobas, ſe partiran 65 por 25 (denominador de las libras,) y ſaldran al quociente 2 arrobas, y en la ſobra quedan 15 libras. Y diremos, que las 1044 onças ſon 2 arrobas 15 libras y 4 onças.

De la miſma manera ſe reducen las eſpecies menores de moneda á las mayores. V. gr. De los maravedis ſe ſacan los reales partiendo por 34 (denominador de los maravedis.) y de los reales ſe ſacan los peſos, partiendo

endo por 8, &c. Como tambien en las especies diversas astronomicas: de los segundos V. gr. se sacan los minutos, partiendo por 60: de los minutos se sacan los grados, ô las horas partiendo tambien por 60: de los grados se sacan los signos, partiendo por 30; ô de las horas los dias, partiendo por 24: de los signos se sacan los circulos enteros de Zodiaco, partiendo por 12, ô de los dias, los años, partiẽdo por 365.

Para multiplicar pues, especies diversas, primero se reducen las especies mayores de la multiplicacion á la especie menor, que alli huviere. Y si el multiplicador trahe tambien especies diversas, se reducirán las mayores â las menores: y quedando cada termino reducido â vna sola cantidad, se hará la multiplicacion, como qualquiera otra ordinaria por la Regla 3. Y despues el producto se buelve á reducir por particiones á sus especies mayores.

Como si queremos multiplicar 2 arrobas 15 libras y 4 onças por 6 pesos, y 2 reales, primero se reducen las arrobas â libras, y estas â onças, y montan 1044 onças. Assi mismo los 6 pesos se reducirán á reales, y montan 50 reales. Luego se multiplican 1044 por 50, y producen 52200, y esto se parte por vna arroba, reducida á onças (por que essas son las que se multiplicaron.) que montan 400, y saldran al quociente 130 reales, y medio, que hacen 16 pesos 2 reales, y medio.

La razon de partir el producto, que sale de estas multiplicaciones de especies diversas, por vno de la especie mayor. V. gr. por la vna arroba del Exemplo antecedente es esta. Siempre que se multiplican especies diversas, se entiende,

tiende, que el multiplicador es todo lo que vale vno solo de la especie mayor; si no es que claramente se manifieste otra cosa Como quando se mandan multiplicar 2 arrobas 15 libras, y 2 onças por 6 pesos, y 2 reales, se entiende q̄ vna arroba vale los 6 pesos, y 2 reales, como si se dixera: Si vna arroba vale 6 pesos, y 2 reales, 2 arrobas 15 libras, y 4 onças, que valdran? Y esta es regla de tres, y por esso dixe en la regla 3. que la multiplicacion de especies diversas (y aun qualquiera otra) se aclara grandemente por la regla de tres, porque se sabe con claridad quien es el partidor. Como, si vna libra vale 4 reales: 2 arrobas 15 libras y 2 onças, que valdran? Ya aqui sabemos claramente, que vna libra (y no vna arroba.) es el partidor del producto.

Pongo otro exemplo de especies astronomicas. Se mandan multiplicar 10 Minutos, y 10 segundos por 7 Grados 3 minutos, y 30 segundos. Reducidos los dos terminos â solo segundos, por ser la especie menor, que cada vno tiene, son 610 por 25410, q̄ multiplicados producen 15500100. Estos se partiran por vn minuto reducido â segundos: porque es, como si se dixera: Si vn minuto dà 7 grados, 3 min. y 30 segundos: 10 minutos, y 10 segundos, que darán? Daran 258335 segundos, que bueltos â reducir á sus especies mayores, importan 71 grados 45 minutos. y 35 segundos de todo el producto. En la Astronomia hai vna tabla, que llaman *Sexagenaria* para hacer semejantes multiplicaciones con mucha brevedad, y facilidad; pero aun con mayor facilidad por la *Trigonometria* de los Logarithmos, del Padre Joseph Zaragozá

Par-

Partir especies diversas.

Para partir especies diversas, primero se reducen las mayores de la particion âla especie menor, que alli huviere: y si el partidor trahe tambien especies diversas, se hace lo mismo Y quando la particion (aun despues de reducida) queda de menor cantidad, que el partidor, entonces se reducirá á otra especie mas infima: y quedando cada termino en vna sola cantidad, se hará la particion como qualquiera otra ordinaria por la regla 4 antecedente, y saldrá al quociente lo que se busca.

Como si queremos partir 16 pesos, y 2 reales, y medio entre 2 arrobas 15 libras, y 4 onças, para saber á como nos sale la onça, ô la libra, ô la arroba: se reducirán primero los pesos á medios (que es la especie menor, que hai en la particion,) y montan 261 medios. Assi mismo se reduciran las arrobas, y libras â onças, y montan 1044 onças. Y por que la particion sale menor que el partidor, se reduciran los 261 medios â maravedis, multiplicandolos por 17, que vale medio, y producen 4437. Estos se partiran por 1044, y saldran al quociente 4 maravedis, y vn quarto de marav. que todo importa lo que llamamos vn ochavo, ô vna racion: y esto es lo que vale la onça, y segun esto saldrá la libra á 2 reales, y la arroba â 6 pesos, y 2 rs. Por q̄

Siempre que el partidor tiene especies diversas, lo que sale al quociente es lo que cabe â cada vno de la especie menor, que tuviere dicho partidor; si no es que claramente se manifieste otra cosa; al contrario del multiplicador, que es todo lo que vale cada vno de la especie mayor que tuviere

viere la multiplicacion. Como quando se mandan partir 16 pesos 2 reales, y medio entre 2 arrobas 15 libras, y 4 onças, se entiende que lo que se vá â buscar con el quociente es el precio de la onça, por que esta es la especie mas infima q̃ tiene el partidor. Como si se dixera: Si 2 arrobas 15 libras, y 4 onças valen 16 pesos 2 reales, y medio: vna onça que valdra? Y si se pide el valor de la libra, ô el de la arroba sacado ya el de la onça será facil sacar el de la libra, multiplicando el de la onça por 16; y sacado el de la libra se multiplicará por 25, y saldrá el de la arroba. Por esso buelvo â decir, que la regla de tres dá con claridad en las multiplicaciones el partidor del producto, y en las particiones el multiplicador del quociẽte, como se dirá en su lugar

Pongo otro exemplo de especies astronomicas. Se mandan partir 2 signos, 11 grados 45 minutos, 35 segundos entre 7 grados 3 minutos, y 30 segundos. Reducidos los dos terminos â solo segundos, por ser la especie infima de cada vno, se partiran 258335 por 25410, y saldran al quociente 10 segundos, y vn sexto, que son 10 terceros: y esto es lo que cabe á cada segundo del partidor: por que es, como si se dixera: Si á 7 grados 3 minutos, y 30 segundos caben 71 grados 45 minutos, y 35 segundos: â vn segundo que cabrá?

Casos, en que se abrevia la multiplicacion, y particion de especies diversas.

Siempre que el multiplicador es denominador de las partes de otra especie mayor siguiẽte, no es menester multiplicar sino solo tener la multiplicacion por de dicha especie mayor siguiente, del multiplicador. Como si se hande

mul-

multiplicar 50 onças por 16 onças: serán 50 libras: por que el multiplicador 16 es denominador de las partes de vna libra. si se han de multiplicar 50 onças por 8 reales, serán 50 pesos: si 30 reales por 8, serán 30 pesos: si 10 minutos, y 20 segundos por 60 minutos, serán 10 grados, y 20 minut.

Siempre que el partidor es denominador de otra especie menor siguiente de la particion, no es menester partir; si no solo tener la particion por de dicha su especie menor siguiente. Como si se han de partir 15 libras entre 16 onças. tenganse por 15 onças: si 15 pesos entre 8 onças, serán 15 reales: si 100 pesos entre 8, serán 100 reales: si 15 grados, y 30 minutos entre 60 grados, serán 15 minutos, y 30 segundos, y si es entre 60 minutos, serán 15 seg. y 30 terc.

De lo que se ha de hacer con las sobras de las particiones de especies diversas

Quando en vna particion de especies diversas, queda alguna sobra, redusgase â otra especie menor siguiente, y luego partase por el mismo partidor, denominador de la sobra, y saldrá con claridad lo que ha de tener demás el quociente. Como si se han partido 53 libras por 8, caben 6, y sobran 5 libras, redusganse estas â onças y son 80, que se partirán por los mesmos 8, y saldrán 10 onças â mas de las 6 libras, q̄ caben â cada vno. Si la sobra es de onças, se reduce â quartas ochavas, ô granos: si la sobra es de pesos, se reduce â reales: si es de reales, se reduce â maravedis. Si la sobra es de grados, se reduce â min. y assi de los demás.

Pruevas generales del multiplicar, y partir.

La prueva, y examen de la buena multiplicacion, ſe hace partiendo el producto por el multiplicador: y ha de ſalir al quociente la multiplicacion; ô partaſe el producto por la multiplicacion, y ha de ſalir al quociente el multiplicador. Como en eſte exemplo, que es el miſmo de arriba en la regla 3.

Multiplicacion	6042			
Multiplicador	517	Partic.	3123714	(6042
Producto	3123714	Partid.	517	

El quociente 6042 ſale igual â la multiplicacion. Y ſi la particion fuere entre 6042, ſaldrá el quociente de 517. igual al multiplicador.

La prueva, y examen de la buena particion, ſe hace multiplicando el quociente por el partidor: y ha de ſalir al producto la particion. Y ſi en la particion huvo ſobra, ſe añadirá al producto para que ſe iguale â la particion. Como en eſte exemplo, que es el miſmo de arriba en la Regla 4.

Partic.	123090	(506 $\frac{132}{243}$	Quocie.	506
Partid.	243		Partid.	243
			Prod.	122958
			Sobra	132
Sale igual â la particion				123090

Deſuerte, que la mejor prueva es diſſolver la cuenta por regla contraria: y aſſi la mejor prueva del ſumar es reſtar: la prueva del reſtar es ſumar: La prueva del multiplicar, es partir: y la del partir es multiplicar. Y no he

que

querido poner otras, por que las mas estan sugetas â error: como la de sacar los nueves, que en haviendo yerro de vno, ô mas nueves, no lo manifiesta: como en 833, y 842: ô como si por poner 842 los pongo permutados 824, 482, 428, 248, 284: En todos estos casos, sacãdo 9, quedan 5.

CAPITVLO IIJ
DE LOS NVMEROS QVEBRADOS.

NVMERO QVEBRADO ES VNA, O mas partes de vn entero divisible: como si vn entero se cõcidera dividido en cinco partes iguales, la vna quinta parte se dirá numero quebrado: y dela misma manera será numero quebrado las dos quintas partes, las tres, y las quatro; pero en llegando â las cinco, ya no se dirá quebrado, si no entero, por que cinco quintas partes son vn entero.

Como pues, no podemos decir *tres quartos* V. gr. *de vn entero*, sin manifestar dos cosas, que son el *tres*, y los *quartos*: por esso el numero quebrado no se podra manifestar, ni escrebir, si no es con dos numeros: vno que muestra, y numera las partes, que se toman de aquellas, en que se concidera dividido el entero, V. gr. el *Tres*, y por esso dicho numero se llama *Numerador*: y otro que nombra todas las partes, en que se concidera dividido el entero, V. gr. las *Quartos*. y se llama *Denominador*. Y assi para escrebir los quebrados por numeros, se escribe en primer lugar el numerador sobre vna raya, y debaxo de ella en segun-

do

do lugar el denominador, como en los quebrados ſiguientes

Numerador	1	2	3	4	13	15
Denominador	2	3	5	7	15	27

El primero quiere decir: *vna ſegunda parte* (ô *medoi*, que es lo miſmo) por que toma vna de las dos partes, en que ſe concidera dividido el entero. El ſegundo quiere decir: *dos tercias partes*, por que toma dos de las tres del entero: El tercero dice, *tres quintos*: El quarto, *quatro ſeptímos*: El quinto *trece quincenos*: y el vltimo *quince vigeſſimos ſeptimos*, ô (como otros dicen.) *quince veinte y ſiete abos*. Eſta diccion *Abos* es lo miſmo que *Partes*.

Advertencias generales para los quebrados.

Siempre el numerador de vn quebrado ha de ſer menor, que el denominador: como *vn tercio*, ô *dos tercios*; por que ſi es igual, como *tres tercios*, ya es vn entero. y ſi es mayor, como *quatro tercios*, es mas de vn entero. Y quando es igual, ô mayor el numerador, que el denominador ſe deben ſacar los enteros (del modo que deſpues ſe dirá) para quitar confuſiones,

Aunque el entero, de quien es vn quebrado, ſe concidera como vna vnidad ſola, tambien puede ſer el entero compueſto de muchas vnidades: como quando decimos, *vn quarto de ciento*, ciento ſe han como vn entero, aunque compueſto de muchas vnidades

Aunque los quebrados ſon partes reſpecto de vn entero; pero ellos por ſi conciderados ſon enteros, pues cada vno no se puede subdividir en otras partes, que se quisieren. Desuerte que en tanto es vn numero quebrado, en quanto hace relacion â otro entero: como 25 es vn quarto de ciento, y 5 es vn quinto de 25: luego 25 será quebrado respecto de 100; pero entero respecto de 5. Y de esta manera vna arroba es vn quarto de Quintal: 5 libras es vn quinto de arroba. 8 onças es medio de libra, &c. Y este es el origen de los quebrados de quebrados.

Quando dos, ô mas quebrados se comparan entre si, siempre se há de entender, que son partes de vn mismo entero; si no es que se manifieste claramente lo contrario: como quando decimos, que vna cosa tiene vna quarta de ancho, y dos tercias de largo, se debe entender, que estes dos quebrados son de vna misma vara; si no es, que claramente se diga, que la quarta de ancho es de vara castellana, y las dos tercias son de vara Anglica, û otra Assimismo quando se dice que vn quarto es menor que vn tercio, û otra cosa semejante, se entiende que son partes de vn mismo entero.

Todos los quebrados, que tienen vn mismo valor, tienen tambien vna misma proporcion entre el numerador, y el denominador. Como tambien todos los q̄ tienen vna misma proporcion, son de vn mismo valor. Y assi lo mismo valen 1 quatro, que 2 ochavos; ô 5 veinte abos, ô 25 cien abos, por que todos tienen vna misma proporcion quadrupla. Y para conoscer si 2 tercios es quebrado igual en valor, y proporcion â 12 diez y ocho abos, multipliquese el numerador de cada vno por el denominador del otro, y

salfaldràn los productos iguales, como 36, y 36.

Los enteros con los quebrados, y estos con los quebrados de quebrados son propriamente especies diversas de vn mismo genero: y solo se diferencian, en que las especies diversas tienen el denominador menos libres que los quebrados: como el de las onças há de ser 16 abos de libra, el de las libras há de ser 25 abos de arroba, &c. pero el de los quebrados puede ser quartos, quintos, sextos, &c, del entero. De aqui se sigue, que quien sabe multiplicar 5 libras V. gr. y 12 onças por 8 reales (reduciendo las libras â onças.) sabrá multiplicar 5 enteros, y 3 quartos por 8, reduciendo los enteros â quartos.

Con estas pocas advertencias, se hará mas clara, y facil la operacion de los quebrados, que â muchos parece materia obscura, y dificil por entrar primero â la operacion, que â otra noticia de ellos.

De las Reducciones de los Quebrados.

Assi como las mas operaciones en las especies diversas, no se pueden hacer sin saber reducir las mayores â las menores, ô estas â las mayores: de la misma manera en los quebrados, por ser, como ya se ha dicho, como especies diversas de vn mismo genero. Y sabidas las reducciones, todo lo demás es facil.

1 *Reducir vn quebrado al menor denominador, que se pueda.*

Como los quebrados vienen de ordinario de las sobras

de

de las particiones, de aqui es, que si el partidor fue cantidad grande, lo haya de ser el denominador del quebrado: y siendo grande el denominador parece otra cosa mas obscura, que abreviado. Fuera de esso aun es necessario abreviarlo para algunas operaciones. Como si vna particion por 108 nos sobran 27, puesta esta sobre vna raya, y el partidor debaxo será el quebrado de 27 ciento, y ocho abos, que por grande parece obscuro; pero abreviado queda en vn quarto, del mesmo valor, y proporcion que el otro. Y si los enteros se han de reducir al quebrado, mas facilmente se reduciran â quartos, que â ciento, y ocho abos.

El abreviar vn quebrado no es otra cosa, que buscar para numerador, y denominador dos numeros menores, que tengan la misma proporcion entre si, que tienen los dos mayores del quebrado. Para esto lo primero, que se ha de ver es, si el quebrado es reducible, y abreviable â numeros menores, sin que en estos quede otro quebrado. La regla es esta: Siempre que los dos numeros del quebrado se pueden partir por vn mismo partidor, sin que quede sobra, es señal de que se pueden abreviar, y reducir â menor denominacion: y quanto mayor fuere el partidor, que se hallare, tanto mas abreviado quedará el quebrado. Como en este quebrado de 6 doze abos, se pueden partir los 6 del numerador, y los 12 del denominador por 2, y quedará el quebrado en 3 sextos: ô por 3, y quedará en 2 quartos: ô por 6, y este partidor (por ser el mayor, que se halló.) abreviará mas el quebrado, y quedará en $\frac{1}{2}$

Este partidor comun se buscará de este modo: partase

el

el denominador del quebrado por el numerador, y ſin atender al quociente, veaſe ſolo ſi hai ſobra. y ſi la hai, partaſe por ella el numerador: y ſi aqui hai ſegunda ſobra, partaſe por ella la primera, y la tercera (ſi la hai) por la ſegunda, &c. haſta que ſalga la particion ſin ſobra. Entonces el vltimo partidor, que no dió ſobra, es el que ſe buſca: por el qual ſe partirá el numerador, y el denominador del quebrado, y con los quocientes quedará abreviado. Mas ſi el vltimo partidor llegó â la vnidad, es ſeñal de que no es abreviable el quebrado.

Exemplo 1. de 108ciento y quarenta y quatro abos. Partaſe 144 por 108, y ſobran 36: partanſe 108 por 36 y ya no hai ſobra: los 36 pues, que no dieron ſobra, ſerá el partidor que ſe buſca. Partãſe 108 por 36, y ſaldrán al quociente 3 del numerador: partaſe 144 por los miſmos 36, y ſaldran al quociente 4 del denominador, y quedará el quebrado abreviado en $\frac{3}{4}$

Exemplo 2. de $\frac{14}{17}$ abos. Partanſe 17 por 14 y ſobran 3: partanſe 14 por 3, ſobran 2: partanſe 3 por 2, y ſobra 1: partanſe 2 por 1, y ya no hai ſobra: y aſſi el 1 ſerá el vltimo partidor, que no dió ſobra; pero por haver llegado â la vnidad, es ſeñal, de que el quebrado no ſe puede abreviar: pues ſi partimos 14 por 1, y 17 por 1, ſe quedã los miſmos $\frac{14}{17}$ abos.

Hai modos faciles de abreviar quebrados, pero limitados, y no de la generalidad, que el antecedente. Si el numerador, y denominador del quebrado ſon pares, ſe puede ſin duda partir por 2: y ſi los quocientes buelven â quedar en pares, ſe podran bolver â partir por 2. Si el numerador;

dor, y denominador acabã en cerõ, quitandoles el cero que dan abreviados: Y si en 5; ô vno en cero, y otro en 5, se pueden dividir por 5; pero si acaban en otros numeros, ô el vno en pares, y el otro en nones, pueden ser abreviables y no conoscerse, sino por la primera regla: como $\frac{11}{33}$ abos, que acaban en nones, y son abreviables en $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{3}\frac{4}{5}$ que el numerador acaba en pares, y el denominador en nones, y es abreviable â $\frac{2}{5}$. Veasе abaxo el Numero 3.

2. *Reducir vn quebrado á cierto denominador, que se quiere menor, ô mayor.*

Aqui lo que solamente se buscará es el numerador, que se le debe dar al denominador, que se quiere: para esto, multipliquese el numerador del quebrado por el denominador que se quiere, y el producto partase por el denominador del quebrado, y èl quociente será el numerador del denominador, que se quiere. Y si el quociente sale con sobra, ô busquese otro denominador mas aproposito, ô quitese la sobra, si no es de importancia. Es de grande vtilidad esta reduccion, assi para passar los quebrados, (que quedan con denominadores extraños en las cuentas de especies diversas.) â denominadores proprios de la especie: como para poner denominadores de mas vtilidad, ô comodidad para vna Cuenta: como se entenderá por estos Exemp.

Exemplo I. En vna cuenta de moneda, me quedaron 6 reales, y $\frac{5}{7}$ de vn real. Este denominador 7 es extraño de esta especie de moneda, cuyas partes son, ô quartillos, ù ochavos, ô maravedis: y assi quisiera yo ponerle 34 por

J deno-

denominador, por ser los maravedis, que tiene vn real. Para hallar pues, el numerador, que les debo dar â los 34: multiplico el 5 por 34, y producen 170, que partidos por 7 dan 24 y $\frac{2}{7}$, y quedarà el quebrado de $\frac{5}{7}$ reducido â 24 maravedis. Y los $\frac{2}{7}$ de vn maravedi se pueden omitir, por ser de poca monta. Este Exemplo me parece suficiente para entender la reduccion de otros quebrados impropios de peso, medida, tiempo, &c.

Exemplo 2. Por la comodidad de multiplicar, ô partir facilmente 6 $\frac{3}{4}$, quisiera yo, que este denominador 4, fuesse 10, ô 100. Para sacarle su numerador, multiplico el 3 por 10 (con solo arrimar vn cero al 3.) y producen 30, que partidos por el 4, salen 7, y $\frac{1}{2}$; Mas por quitar este otro quebrado, dexo el 10, y tomo 100, que multiplicados por 3, son 300 y estos partidos por el 4, me dan 75 para numerador de los 100, y quedarán los $\frac{3}{4}$ reducidos â 75 cien abos

3: *Reducir dos, ô mas quebrados â vn mismo denominador.*

Multipliquese el denominador del primer quebrado por el denominador del segundo, y el producto será el denominador de entrambos; pero si hai mas quebrados, multipliquese el producto por el denominador del tercero, y este producto por el denominador del quatro, &c. y el vltimo producto será el denominador de todos. Luego para sacarles numeradores correspondientes al denominador comun, multipliquese el numerador de cada quebrado por cada denominador de los otros, y el producto será el

nume-

numerador de cada vno.

Exemplo 1. de $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$. Multipliquenſe 3 por 5, y ſon 15, que ſerá el denominador de ambos quebrados, y para los numeradores, multipliquenſe 2 por 5, y ſon 10 numerador del primero: y 4 por 3 ſon 12 numerador del ſegundo: y quedará el primero en 10 quince abos, y el ſegundo en 12 quince abos.

Exemplo 2. de $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$. Multipliquenſe 2 por 4, y ſon 8, y 8 por 6 ſon 48, que ſerá el denominador de todos. Y para ſacarle numerador al primero, multipliqueſe 1 por 4 y 4 por 6, y ſon 24, Para el numerador del ſegundo, multipliquenſe 3 por 2, y ſon 6: y 6 por 6 ſon 36. Y para el del tercero, multipliquenſe 5 por 2 y ſon 10: y 10 por 4 ſon 40. Y quedarân los tres quebrados en 24, 36, y 40 quarenta, y ocho abos.

Si ſemejantes quebrados, que tienen vn denominador comun, ſe quiſieren reducir, y abreviar â terminos menores, hagaſe la ſuma de los numeradores, y quedando como vn ſolo quebrado, buſqueſe vn partidor (por la regla del Num. 1. de eſte Cap.) que los abrevie. V. gr. los tres quebrados del Exemplo antecedente, quedaran en vno de 100 quarenta y ocho abos, y partido el numerador, y el denominador por 4, quedara abreviado en 25 doze abos

Pero ſi ſemejantes quebrados de vn ſolo denominador ſe quieren abreviar ſin ſumarlos; ſino cada vno de por ſi, veaſe ſi ſe pueden partir por 2, ô por 5 (ſegun la otra regla de dicho Num. 1.) Como los del Exẽplo, de 24, 36, y 40 quarenta y ocho abos, cuyos numeradores, y denomina-

dor

dor comun, ſe pueden partir por 2, por ſer todos de numero par: y los quocientes 12, 18, y 20 veinte, y quatro abos, ſe pueden bolver â partir por 2, y quedaran en 6, 9, y 10 doze abos.

Si ſe quieren reducir enteros, y quebrados â vn comun denominador, ſe les pone â los enteros 1 por denominador, y quedando como quebrado, ſe reduce del modo dicho: como $\frac{5}{1}$ y $\frac{2}{3}$ ſerán 15 tercios, y 2 tercios.

4. *Conoſcer qual de dos, ó mas quebrados es mayor*

Reducenſe los dos, ô mas quebrados, por la regla antecente, â vn miſmo denominador, y ſacados ſus numeradores, eſtos diran forçoſamente qual de los quebrados es mayor: Como ſi ſe duda qual ſea mayor de eſtos dos quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$, Reduſganſe â vn comun denominador, y quedará el de $\frac{2}{3}$ en 10 quince abos, y el de $\frac{3}{5}$ en 9 quince abos, y con eſſo ſe vé claramēte q̄ el de $\frac{2}{3}$ es mayor, q̄ el otro

Y aun para ſolo averiguar qual de dos, ô mas quebrados es mayor, no es neceſſario ſacarles denominador comun â todos, ſi no ſolamente los numeradores, pues ſolo en ellos eſtá la diferencia. Multipliqueſe el numerador de cada vno por el denominador de los otros, y en los productos ſe verá qual es mayor, ô ſi ſon iguales.

Quando, al contrario, dos, ô mas quebrados tienen vn miſmo numerador, el que tuviere menor denominador ſerá mayor quebrado: como $\frac{1}{2}$ es mayor quebrado, que $\frac{1}{3}$ y eſte es mayor que $\frac{1}{4}$. Por que quanto menor es el denominador,

dor, tanto mayores son las partes del entero: y assi las tercias V. gr. son mayores, que las quartas: y estas mayores que las quintas, &c

5. *Reducir quebrados à enteros*

De la suma de los numeradores de dos, ô mas quebrados, que se han reducido â vn comun denominador, resulta de ordinario, que el numerador se iguale, ô exceda al denominador: y entonces es señal de que hai vno, ô mas enteros, que sacar del quebrado. Para esto partase el numerador por el denominador, y saldrá al quociente el numero de los enteros, y en la sobra (si la hai.) quedara el numerador del quebrado, que hai â mas de los enteros, con el mismo denominador, que tenia antes.

Exemplo. Estos tres quebrados de $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ reducidos â vn comun denominador (por la regla del Num. 3) quedaron en 24, 36, y 40 quarenta y ocho abos: sumados estos numeradores, quedan en 100 quarenta y ocho abos, y abreviado este quebrado queda en 25 doze abos: Y por que el numerador es mayor, que el denominador, es señal de que se puede reducir â enteros, partáse pues, 25 entre 12, y saldran al quociēte 2 enteros, y en la sobra 1 doze abos.

6. *Reducir enteros à quebrados.*

Esta reducion puede ser en tres maneras. La primera â quebrados con el denominador, que se quisiere. La segunda á quebrado con cierto, y forçoso denominador. Y la tercera, poniendo vn denominador, que se quiere en lugar

gar del forçoso; Pero todos estos tres modos se hacen con vna misma regla.

Reducense vno, ô muchos enteros â vn quebrado con el denominador, que se quiere, multiplicando los enteros por el tal denominador, y el producto será su numerador, que se pondrá sobre vna raya, y debaxo el denominador. Como si 7 enteros se quieren reducir â quartos, multiplíquense 7 por el denominador 4, y producen 28 quartos.

Reducense los enteros â quebrado con denominador forçoso, quando los enteros trahen el tal quebrado. Multiplicanse los enteros por el denominador de su quebrado, y al producto se añade el numerador del quebrado, y todo junto será numerador, que se pondrá sobre vna raya, y debaxo el mismo denominador. Como si se han de reducir 9 enteros, y $\frac{5}{6}$ â quebrados, se deben multiplicar los 9 por 6 (denominador forçoso del quebrado) y al producto 54 se añadiran los 5, y será todo el quebrado de 59 sextos. Y de la misma manera se reducen las especies diversas mayores â las menores, considerando á la menor como quebrado de la mayor. Como si se han de reducir 10 libras y 11 onças todo â onças, considerense las 11 onças, como quebrado de $\frac{11}{16}$ abos: multipliquense 10 por 16, y son 160 â los quales se añaden los 11, y será todo el quebrado de 171 diez, seis abos. Vease arriba la multiplicacion de especies diversas.

Reducense los enteros, que trahen quebrado con denominador forçoso, al denominador, que se quiere de este

modo

modo. Redusgase primero el quebrado al denominador, q̃ se quiere (del modo dicho en el Num. 2. de este Cap.) y entonces multipliquense los enteros por el denominador, y al producto añadase el numerador. Como si se quieren reducir 8 enteros, y $\frac{3}{5}$ â vn quebrado cuyo denominador sea 10, redusgase primero el quebrado â este denominador: multipliquense 3 por 10, y son 30, q̃ partidos por 5, dã 6 para numerador de los 10. Ahora multipliquense los 8 enteros por 10, y son 80, â los quales se añaden los 6 del numerador, y quedará todo en 86 decimos. De la vtilidad de esta reduccion â quebrado con el denominador que se quiere, se dixo arriba en el Num. 2. de este Cap.

Finalmente se advierte que suele ser necessario escrebir los enteros como quebrados; pero quedando enteros: y esto se hace poniendoles la vnidad debaxo por denominador: como $\frac{5}{1}$ y $\frac{2}{1}$: Sirve esto en esta materia de quebrados, y en las reglas de Proporciones, y de Progressiones

7. *De los quebrados de quebrados.*

De la manera, que de los enteros divididos en partes nascen los quebrados, assi de los quebrados divididos en otras partes menores, resultan los *quebrados de quebrados*: que por otro nombre se llaman *quebrados compuestos* a distincion de los otros que son *quebrados simples*. Como 3 es $\frac{1}{2}$ de vn entero 6: assi 1 será $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de vn entero 6. El $\frac{1}{3}$ es quebrado compuesto, ô quebrado de quebrado: y el $\frac{1}{2}$ es quebrado simple.

Hai tambien quebrados compuestos de compuestos: como

como ſi dixeramos $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ de vn entero: los $\frac{2}{3}$ ſerá quebrado compueſto de compueſto. Y para mayor claridad ſe pueden llamar los quebrados ſimples, *quebrados primos*: los compueſtos, *quebrados ſegundos*: y los compueſtos de compueſtos, *quebrados terceros*, &c. que aſſi ſe diſtinguen los quebrados de quebrados Aſtronomicos, llamandolos Minutos primos, ſegundos, &c.

Lo que ſe hace con eſtos quebrados compueſtos, para obrar con ellos en qualquiera cuenta con facilidad es reducirlos primero â quebrado ſimple: y para eſto no es meneſter mas, q̄ multiplicar los numeradores vnos por otros, y el producto ſerâ numerador de vn quebrado ſimple: y aſſi miſmo ſe multiplicarán los denominadores vnos por otros, y el producto ſerá el denominador del ſimple: como $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ ſerá $\frac{1}{6}$: Y $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ ſerã 6 veinte y quatro abos, ô $\frac{1}{4}$

8. *Reducir eſpecies menores â vn quebrado de la mayor.*

Explicaſe la propueſta con vn exemplo. Pideſe en vna cantidad de peſos, reales, y quartillos, reducir los reales, y quartillos á ſolo vn quebrado de peſo: en vna cuenta de arrobas, libras, onças, ſe pide reducir las libras, y onças â ſolo vn quebrado de arroba: Para eſto, ſi la eſpecie menor es vna ſola, no es meneſter mas para reducirla â quebrado de la mayor, que ponerle ſu denominador proprio de la eſpecie: como ſi ſon 6 peſos, y ſolo 5 reales, pongaſe ſu denominador 8 â los 5 reales, y quedará la cantidad en 6 peſos, y $\frac{5}{8}$ abos de peſo: Pero ſi las eſpecies menores

nores ſon dos, ô mas, pongaſeles â cada vna ſu denominador proprio: luego multipliquenſe los denominadores vnos por otros, y el producto ſerá el denominador del quebrado, que ſe buſca. Multipliqueſe el numero de la primera eſpecie menor por el denominador de la ſegunda, y al producto añadaſe el numero de la ſegunda: y ſi hai tercera eſpecie menor, multipliqueſe eſte producto por el denominador de la tercera, y añadaſele ſu miſmo numero, al modo, que ſe reducen enteros â quebrados: y finalmẽte la vltima ſuma ſerá el numerador del quebrado

Exemplo de moneda. Quierenſe reducir en 6 peſos, 3 reales, y medio, eſtas dos eſpecies menores, â ſolo vn quebrado de peſo: pongaſeles ſu denominador â los reales, y al medio, y ſerán $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{2}$. Multipliquenſe 8 por 2, y ſerá 16 el denominador: multipliquenſe 3 por 2, y añadaſe el 1, y ſerá 7 el numerador, y quedará la cantidad en 6 peſos, y 7 diez, y ſeis abos de peſo.

Exemplo de medida, de 100 paſſos geometricos, 3 pies, y 1 palmo. Ponganſe ſus denominadores â las dos eſpecies menores, y ſerán $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{4}$. Multipliquenſe 5 por 4, y ſerá 20 el denominador del quebrado: multipliquenſe 3 por 4, y añadaſe el 1, y ſerá 13 el numerador, y queda la cantidad en 100 paſſos, y 13 veinte abos de vn paſſo

Exemplo de peſo, de 5 quintales, 2 arrobas, ô libras, y 8 onças: Ponganſeles ſus denominadores proprios â

$$\frac{2}{4} \quad \frac{0}{25} \quad \frac{8}{16} \text{ y ſon } \frac{808}{1600} \text{ y abrev. } \frac{101}{200}$$

las tres eſpecies menores: Multipliquenſe 4 por 25, y el producto por 16, y ſerá 1600 el denominador del quebrado: multipliquenſe 2 por 25, y ſon 50, y no hai libras, q̃ añadir: multipliquenſe eſtos 50 por 16, y añadanſe 8, y ſon 808 de numerador del quebrado de vn quintal. Todas eſtas reducciones ſon vtiles para algunas cuentas, y principalmente para reducir eſpecies diverſas â decimales, como deſpues veremos. A la pagina 30 ſe puſo el modo de reducir las eſpecies mayores â la vltima menor: como tambien para ſacar las mayores de las menores; pero aqui es coſa diverſa, por que ſe reducen las menores â vn ſolo quebrado de la mayor

CAPITVLO IV.

DE LAS QVATRO REGLAS GENERALES CON quebrados.

EL SVMAR, RESTAR, MVLTIPLIcar, y partir quebrados, vengan como vinieren: ô ſueltos, ô con enteros, ô con quebrados compueſtos: no tiene mas dificultad que reducirlos â vn comun denominador (ſegun las reglas ya dadas,) y deſpues obrar con ellos con la facilidad, q̃ en las eſpecies diverſas reducidas â ſola vna eſpecie infima: como arrob. lib. y onç. â ſolo onças.

Regla I. Del ſumar con quebrados.

Para ſumar, dos, ô mas quebrados, ſi todos tienen vn miſmo denominador: no es meneſter mas, que ſumar los numeradores, y de la ſuma (ſi queda mayor, que el denominador) ſe ſacarán los enteros: como $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{7}$ ſon 10 ſeptimos, que hacen 1 entero, y $\frac{3}{7}$

Si los quebrados tienen diverſos denominadores, primero ſe reducē â vn comun denominador, luego ſe ſuman los numeradores y de la ſuma ſe apartan los enteros: como $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ reducidos primero â vn comun denominador, quedan en 12, 16, y 18 veinte y quatro abos: luego ſe ſuman los tres numeradores, y ſerán 46 veinte y quatro abos, que hacen 1 entero, y $\frac{4}{7}$

Para ſumar enteros, y quebrados, vengan como vinieren, primero ſe ſuman los quebrados, y de la ſuma (ſi ſale mayor que el denominador comun) ſe ſacan los enteros, y eſtos ſe juntan con los otros, y queda hecha la ſuma Como 6 enteros, y $\frac{1}{2}$ con 3 enteros, y $\frac{5}{8}$. Primero ſe reducen los dos quebrados â vn comun denominador, y ſerān 8. y 10 diez y ſeis abos: que ſumados hacen 18 diez y ſeis abos: de los quales ſale 1 entero, que ſe junta con 6 y 3. y monta todo 10 enteros, y $\frac{1}{8}$.

Regla 2. Del reſtar con quebrados.

Para reſtar quebrados de quebrados, ſi ambos tienen vn miſmo denominador, no es meneſter mas, que reſtar el numerador menor del mayor: como $\frac{4}{7}$ de $\frac{6}{7}$ quedaran $\frac{2}{7}$: ſiempre queda el reſto con el miſmo denominador.

Si los quebrados ſon de diverſos denominadores, primero

mero se reducen â vno mismo, y despues se restan los numeradores, el menor del mayor: como si se han de restar $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ primero se reducen â vn denominador, multiplicando 3 por 5, y será 15 el denominador: luego se multiplica en cruz, y salen los numeradores 10, y 12: restanse 10 de 12, y quedan 2 quince abos.

Para restar quebrados solos, ô enteros con quebrados, de enteros solos, ô de enteros con quebrados: si en los dos terminos hai quebrados, se reducen primero â vn comun denominador: luego se restan sus numeradores. Y quando en el primer termino, ô no hai quebrado, sino solo enteros; ô el quebrado tiene menor numerador, que el que se ha de restar, siempre se toma en ambos casos vn entero del primer termino, y se reduce â la especie del quebrado (multiplicando por su denominador, y sumando el producto con el numerador,) y entonces se podran restar los numeradores, y despues los enteros: como si de 10 enteros, y $\frac{1}{6}$ se han de restar 3 enteros, y $\frac{1}{2}$: se reducen primero los dos quebrados â vn denominador, y será el primer termino de 10 enteros, y 2 doze abos, y el segundo de 3 enteros, y 6 doze abos: y porque este numerador es mayor, y no se puede restar del otro, se tomará vn entero de los 10, y reducido â 12 abos, se sumará con los 2, y serán 14 abos, y de ellos se podran ya restar los 6, y de los 9 enteros, que quedaron, se restarán los 3 enteros, y será el resto de 6 enteros, y 8 doze abos, que abreviados son $\frac{2}{3}$. Lo mismo se hace quando en el primer termino vienen solo enteros, de ellos se toma vno, y se reduce â quebrado para

po-

poder de el, reſtar el otro.

Regla 3. Del multiplicar con quebrados.

Cinco diferencias pueden ocurrir en los dos terminos de la multiplicacion con quebrados. La 1. Multiplicar quebrado ſolo por quebrado ſolo. La 2. Entero ſolo por quebrado ſolo; ô al contrario, quebrado ſolo por entero ſolo. La 3. Entero con quebrado por quebrado ſolo; ô al contrario, quebrado ſolo por entero con quebrado. La 4. Entero con quebrado por entero ſolo; ô â la contra. Y la 5. Entero con quebrado por entero con quebrado. Todas eſtas diferencias ſe reducen á ſola la primera de multiplicar quebrado ſolo por quebrado ſolo. Por que

Si en el vn termino, ó en ambos (como en la 3 y 5 diferencia) hai enteros con quebrado, ſe reducen los enteros á la eſpecie de ſu quebrado, del modo dicho en el Num. 6 del cap. 3. y quedará la multiplicacion de quebrado ſolo por quebrado ſolo,

Si en vno de los terminos hai enteros ſolos ſin quebrado (como en la 2. y 4 diferencia,) ſe reducen los enteros â la eſpecie del quebrado del otro termino; ô ſe fingen los enteros como quebrados, poniendoles debaxo por denominador, la vnidad, del modo dicho en el Num. 3, y 6 del cap 3, y quedará la multiplicacion de quebrado ſolo por quebrado ſolo.

La multiplicacion de quebrado ſolo por quebrado ſolo (de la 1 diferencia) es lo miſmo, que reducir vn quebrado compueſto â ſimple (como ſe dixo en el Num. 7 del cap. 3)

Mul-

En la 4 diferencia de entero con quebrado por entero solo; ô â la contra: como 7, y $\frac{5}{6}$ por 2. Reducense los 7 enteros â sextos, multiplicandolos por el 6, y añadiendoles el 5 serán 47 sextos. Reducense los 2 enteros, ô â sextos como los otros, ô solo se les pone la vnidad por denominador, y quedará la multiplicacion de quebrado por quebrado: como 47 sextos por 12 sextos, ô por $\frac{2}{1}$ que de ambas maneras producen 15 enteros, y $\frac{2}{3}$.

En la 5. diferencia de entero con quebrado por entero con quebrado: como 4 y $\frac{3}{4}$ por 3 y $\frac{2}{5}$. Reducense los 4 enteros â quartos, y seran 19 quartos: y los 3 enteros se reducen â quintos, y serán 17 quintos: y queda la multiplicacion de quebrado solo por quebrado solo: como de 19 quartos por 17 quintos, que producen 323 veinte abos, en que hai 16 enteros, y 3 veinte abos.

Nota. Suelen los principiantes admirarse, de q̃ multiplicando quebrado por quebrado, salga menor el producto, que qualquiera de los dos terminos: como quando se multiplica $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$, que produce $\frac{1}{4}$: y les parece que havia de producir mas que $\frac{1}{2}$, pues *la multiplicacion es propriamente sumar el vn termino tantas veces, como vnidades tiene el otro termino, y la suma es el producto*; pero esto se entiende quando en vno de los terminos hai â lo menos vn entero: por que el vn termino es todo lo que vale vn entero del otro: como si se multiplican V. gr. 4 enteros por $\frac{1}{2}$, este medio es todo lo que vale vn entero de los 4, y assi los 4 valdran 4 medios: Luego si vn ẽtero vale medio, la mitad del entero no puede valer $\frac{1}{2}$ si no $\frac{1}{4}$.

De

De aqui es que el multiplicar quebrados mas es reſtar, ô partir, que ſumar: como ſi ſe multiplica $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$, ſaqueſe la mitad de $\frac{1}{2}$, ô partaſe $\frac{1}{2}$ por mitad, y ſerá $\frac{1}{4}$ el producto. Y por eſto ſuelen algunos multiplicar algunas cuentas de quebrados, ſacando de cada termino tantas partes, como demanda el quebrado del otro termino: como ſi ſe han de multiplicar 8 por 5 y $\frac{1}{4}$, multiplican primero los enteros 8 por 5, y producen 40: luego ſacan $\frac{1}{4}$ de 8, que ſon 2 enteros, y ſerá 42 el producto. Pero eſte modo de multiplicar en vnas cuentas ſe puede hacer, y en otras no: como ſi ſe han de multiplicar 8 y $\frac{2}{3}$ por 5 y $\frac{1}{4}$: como ſe podran ſacar las dos tercias partes de 5 y $\frac{1}{4}$, ſi no es recurriendo â nueſtras reducciones.

Regla 4. Del partir con quebrados.

Cinco diferencias (las miſmas, que en la multiplicacion,) pueden occurrir en los terminos del partir con quebrados. La 1. de quebrado ſolo por quebrado ſolo. La 2. de entero ſolo por quebrado ſolo. La 3. de entero con quebrado por quebrado ſolo. La 4. de entero con quebrado por entero ſolo. Y la 5. de entero, y quebrado por entero, y quebrado. Todas eſtas diferencias ſe reducen (como en la multiplicacion) â la primera de partir quebrado ſolo por quebrado ſolo. Por que

Si vienen enteros con quebrados, (como en la 3, y 5 diferencia) ſe reducen los enteros â la eſpecie de ſu quebrado, del modo dicho en el Num. 6. del Cap. 3, y quedará la particion como en la 1. diferencia. Y ſi vienen enteros sin quebrado (como en la 2, y 4 diferencia) se reducen â la especie del quebrado del otro termino, ô bastará para esta regla ponerles debaxo la vnidad, y quedarán como quebrados, y la particion como en la 1 diferencia.

La particion de quebrado solo por quebrado solo de la 1 diferencia, se hace de esta manera: Reducense los numeradores â vna especie de quebrado (que para esto no es menester sacar el denominador comun, del modo que en el Num. 4 del Cap. 3.) Multiplicase en cruz el numerador de cada quebrado por el denominador del otro, y luego se parte el producto mayor por el menor, y saldrá el quociente que se busca. Y quando el menor se ha de partir por el mayor, no es menester partir, si no que se pone el menor sobre vna raya (como sobra) y el mayor debaxo, y este quebrado será el quociente que se busca; Pero si dicha particion es de especie conocida de peso, medida, moneda, ô tiempo, &c. se puede reducir â otra especie menor (como se dixo en la Regla 4. general,) y entonces se podrá partir por que ya queda mayor que el partidor.

Exemplos.

En la 1. diferencia, de quebrado solo por quebrado solo: como $\frac{4}{5}$ por $\frac{2}{3}$, multipliquense en cruz 4 por 3, y producen 12: y 2 por 5 son 10: partanse 12 por 10, y cabe â 1, y $\frac{1}{5}$. Y quando el menor se ha de partir por el mayor: como $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$, despues de multiplicados en cruz, pongase los productos por quebrado, y será el quociente de 10 doze abos.

Quando el numerador de vn quebrado contiene al nu-

 mera-

merador del otro vna, dos, ô mas veces cavales: y de la miſma manera el vn denominador al otro: entonces no es menester multiplicar en cruz, ſino ſolo partir numerador por numerador, y denominador por denominador, y queda hecho el quociente: como $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$, partanſe 3 por 1, y cabe â 3 cavales: partanſe 4 por 2, y cabe â 2 cavales, ſerá el quociente de $\frac{3}{2}$ que es 1 entero, y $\frac{1}{2}$.

En la 2. diferencia, de entero ſolo por quebrado ſolo: como 5 enteros por $\frac{3}{4}$. Pongaſeles â los enteros la vnidad debaxo, y quedarán como quebrado, aſſi $\frac{5}{1}$ por $\frac{3}{4}$, como en la primera diferencia. Multipliqueſe en cruz, y ſalen 20 por 3, de cuya particion ſaldrâ el quociente de 6 enteros, y $\frac{2}{3}$. Y quando ſe ha de partir el menor por el mayor: como $\frac{3}{4}$ por 5 enteros, deſpues de multiplicados en cruz, pongãſe los productos como vn quebrado, y ſerá el quociente de 3 veinte abos

En la 3. diferencia, de entero con quebrado por quebrado ſolo: como 2 enteros, y $\frac{1}{6}$ por $\frac{1}{3}$. Reducenſe los 2 enteros á ſextos, y quedará la particion de quebrado ſolo por quebrado ſolo, de la 1 diferencia: como 13 ſextos por $\frac{1}{3}$. Multipliqueſe en cruz, y producen 39 por 6, y darán de quociente 6 enteros, y $\frac{1}{2}$. Y ſi ſe parten al contrario 6 por 39, ſerá el quociente de 6 treinta, y nueve abos.

En la 4. diferencia de entero, y quebrado por entero ſolo: como 20, y $\frac{2}{3}$ por 2. Reducenſe los 20 enteros á tercios, y ſon 62 tercios: reducenſe los 2 enteros como â quebrado con la vnidad debaxo, $\frac{2}{1}$ y queda ya la particion como en la 1 diferencia, de quebrado por quebrado. Multipliquese en cruz, y producen 62 por 6, cuyo quociente serán 10, y $\frac{1}{3}$. Y al contrario 6 por 62 darán de quociente 6 sesenta y dos abos.

En cantidad grande con quebrado, que se haya de partir por entero solo, no se reducen los enteros â la especie de su quebrado por ser cosa molesta; sino que se parten primero los enteros por los enteros, y solo la sobra (si la hai) se reduce â la especie del quebrado y â los enteros del partidor se les pone la vnidad debaxo, y se hace la particion como en la 1 diferencia: y lo que saliere se añade al primer quociente: como si se han de partir 2178, y $\frac{3}{4}$ por 5. Partanse primero 2178 por 5, y salen al quociente 435, y sobran 3: Reducense estos 3 â quartos, y será 15 quartos, que se han de partir por $\frac{5}{1}$ multipliquese en cruz, y producen 15 por 20: y será el quociente de 15 veinte abos, ô $\frac{3}{4}$ que se añadirán â los 435 enteros.

En la 5 diferencia de entero con quebrado por entero con quebrado: como 14 y $\frac{2}{7}$ por 4 y $\frac{3}{8}$. Reducese cada entero â la especie de su quebrado, y serán 100 septimos por 35 ochavos, como en la primera diferencia. Multipliquese en cruz, y quedarán en 800 por 245, y hecha la particion saldran al quociente 3 enteros, y 65 docientos, y quarenta y cinco abos, que abreviados son 13 quarēta y nueve abos.

Nota. Suelen los principiantes admirarse, de que partiendo quebrado por quebrado, ô en entero por quebrado, salga mayor el quociente, que qualquiera de los dos terminos: como quando se parte $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$ que cabe â 1 entero, ô como quãdo se parten 2 enteros por $\frac{1}{2}$, que cabe â 4 enteros:

ros y les parece que debia caber â menos, pues *la particion es propriamente restar el vn termino del otro tantas veces, quantas se pudiere. y el numero de las veces es el quociente*; pero esto se entiende, quando en el partidor hai, â lo menos vn entero, no quando es quebrado por que lo q̃ se busca con el quociente es saber, lo que cabe â vn entero del partidor: como si se parte V. gr. $\frac{1}{2}$ entre $\frac{1}{2}$ cabe 1 entero al entero del partidor: Si se parten 2 enteros entre $\frac{1}{2}$ cabran 4 enteros al entero del partidor.

De aqui se sigue, que en algunas cuentas, en que el partidor es quebrado, se puede sacar el quociente solo por adicion â la particion de todo aquello, que le falta para ser de vn entero del partidor: como si la particion es 16 enteros y el partidor ës $\frac{1}{2}$, añadase â los 16 enteros otro tanto, que le falta al otro medio del partidor para ser vn entero. Si el partidor es $\frac{4}{5}$ añadanse 4 â los 16, por que 4 es lo que corrẽspõde â $\frac{1}{5}$ q̃ le falta al partidor para 1 entero de 5 quintos.

Compendio de las reglas de quebrados.

$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ 6 4

8

Se abrevia vn quebrado, buscando vn partidor comun para el numerador, y denominador: como vn 2 para 6, y 8

Se reducen el denominador de vn qubrado al denominador, que se quiere, multiplicando el num. por el denominador, que se quiere, y el producto se parte por el denominador del quebrado, y el quociente será el numerador del denominador, que se quiere: como 3 por 8 (denominador

nador que quiero) son 24, que parto por 4 y dan 6.

Se reducen dos, ô mas quebrados â vn comun denominador multiplicando denominador por denominador, como 4 por 2 son 8: luego en cruz para los numeros 6 y 4

Se sacan enteros de quebrados, partiendo el num. por el denominador, y al quociente saldran los enteros, y en la sobra el quebrado de mas.

Se reducen enteros â quebrados, multiplicando los enteros por el denominador, y al producto se añade el num.

Se conosce qual es mayor quebrado, reduciendolos â vn comun denominador: como 6 es mayor, q̃ 4 ochabos,

Se reducen quebrados compuestos â vno simple, multiplicando derecho numerador por numerador, y denominador por denominador

Se suman quebrados, reduciendolos primero â vn denominador, y luego sumar los numeradores: como 6 y 4 son 10 ochavos.

Se restan quebrados, reduciendolos primero â vn denominador, y luego restar los numeradores como 4 de 6, quedan 2 ochavos.

Se multiplican quebrados, multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador: como 3 por 1, y 4 por 2 son 3 ochavos.

Se parten quebrados, multiplicando en cruz, y luego partir los productos: como 3 por 2 son 6, y 4 por 1 son 4, y partidos 6 por 4 dan 1 y $\frac{1}{2}$

Muchas de estas reglas pueden servir para las especies diversas, en que las menores son como quebrados de

las

las mayores, pues aunque sean muchas se pueden reducir vn solo quebrado respecto de la mayor: como se dixo en el Numero 8 del Capitulo 3.

Construccion breve de quebrados largos.

Suelen quedar algunos quebrados (principalmente los que nascen de las sobras de las particiones) grandes, ê inabreviables, y por esso obscuros para conoscer luego, que partes vienen â ser del entero: como $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{6}{7}$ abos; pero en cuentas, en que la perfeccion del quebrado no es muy precissa, se puede hacer esta construccion breve, y facil: tomense solamente las primeras letras, y digase, que son $\frac{2}{3}$: ô tomense dos de cada parte, y digase que son $\frac{2}{3}\frac{4}{5}$ abos, y se perficiona mas el quebrado: y quando se llega â tomarlas todas, quedâ perfecto el quebrado, y se conosce facilmente que es algo menos de $\frac{1}{3}$. Quando el numerador tiene dos letras, y el denominador tres, ô quatro, si se toma la primera del numerador, tomense dos del denominador.

CAPITVLO V.

DE LA QVENTA DECIMAL.

LA CVENTA DECIMAL, QVE OTROS llaman *Regla infracta*, es la que hace todas las operaciones arithmeticas sin quebrados; si no siempre como con numeros enteros. Esta cuenta la inventô Simon Estevinio Francês;

cês; pero la dexó mui confusa. Despues la aclaró algo el P. Andres Tacquet Jesuita, aunque con su genio obscuro: y yo la he añadido todo aquello, que me ha parecido conveniente â su mayor inteligencia, y vtilidad.

Numeros decimales se dicen todos aquellos, que respecto de vn entero son partes decimas, concideran do al entero dividido en diez partes iguales: y â estas diez partes las llamaremos *Decimos primos*, que se podran señalar con vna rayita, ô numero barbaro encima, como se señalan en la Astronomia los Minutos primos, y segundos, &c. Cada parte de estas 10 se puede concider ar (quando es necessario) dividida en otras 10 partes iguales (quedando el entero ya dividido en 100 partes) y se llamaran *Decimos segundos*, ô *Centessimos*, que se señalarán con dos rayitas encima. De la misma manera (siendo menester) se pueden concider ar subdivididos los decimos segundos en *Decimos terceros*, ô *Milessimos*: y estos en *Decimos quartos*, y assi en infinito, iendoles poniendo encima su señal con tres, quatro, ô mas rayitas, ô con numeros Romanos, assi para conoscer el valor de cada vno, como para distinguirlos de los enteros, que se arriman siempre â la syniestra de los decimales.

Reduccion de los quebrados â decimales.

El modo de reducir los quebrados (de qualquiera suerte que vengan) â decimales, es el mismo, que se dió en el Num. 2. del Cap. 3. y aqui aun es mucho mas facil. Escribense primero los enteros, si los hai: luego se añade al numerador del quebrado vn cero, y se parte por su denominador

minador, y el quociente ſerá el numero decimal, q̄ ſe pondrá con ſu ſeñal deſpues de los enteros â renglon ſeguido azia la derecha.

Exemplo 1. de 43, y $\frac{1}{2}$. Eſcribanſe los 43 enteros, y para reducir el $\frac{1}{2}$ â decimal, añadaſe vn cero al 1, y ſon 10, que partidos por el 2 dan 5 decimos primos, que ſe pondran deſpues de los 43 con vna rayita encima: y queda hecha la reduccion con mucha facilidad. Y quando no ſe quieran ſeñalar los decimales, apartenſe (â lo menos) con vna raya de los enteros, aſſi 43 (5: ô ſeñalêſe ſolo los primeros decimales.

$$43\overset{\text{I}}{5}$$

Quando en eſta primera particion ſale el quociente con ſobra, eſcribaſe ſolo el quociente con ſu ſeñal de decimo primo, y â la ſobra añadaſe vn cero, y partaſe por el miſmo partidor, que antes, y el quociente ſerá el decimo ſegundo, que ſe pondrá deſpues del primero, con ſus dos rayitas. Y ſi en eſta ſegunda particion, queda otra ſobra, buelvaſe â añadirle otro cero para partirla, y ſaldran decimos tercios: y â eſte modo ſe proſigue (quando hai ſobras) con decimos quartos, &c.

Exemplo 2. de 43, y $\frac{5}{8}$. Eſcritos los 43 enteros, añadaſe vn cero al 5, y ſon 50, que partidos por 8, dan 6, y ſobran 2: eſcribaſe el 6 con ſu ſeñal de decimo primo. Y por que quedaron 2 de ſobra, añadaſe vn cero al 2, y ſon 20, que partidos por el miſmo 8, dan 2 decimos ſegundos, que ſe eſcribiran deſpues del 6. Y por que ſalieron otros 4 de ſobra, añadaſe vn cero al 4, y ſon 40, que partidos por el 8, dan 5 decimos terceros: y por

$$43\overset{\text{I}}{6}\overset{\text{II}}{2}\overset{\text{III}}{5}$$

que

que ya no huvo ſobra, quedará acabada la reduccion.

Quando (aun deſpues de añadido el cero al numerador del quebrado, ô alguna de las ſobras de las particiones) no ſe puede partir por ſer menor la particion, que el partidor, pongaſe cero por decimal con ſu ſeñal encima, la q̄ le conviniere: luego añadaſe otro cero â la particion, y partaſe por el miſmo partidor, y ſaldrá otro num. decimal.

Exemplo 3. de 43, y 83 quatrocientos abos. Eſcribāſe los 43 enteros, y añadaſe vn cero â los 83 del quebrado, y ſon 830, que partidos por 400 dan 2 decimos primos. Y por que ſobran 30, añadaſeles vn cero, y ſon 300: y por que aun no ſe pueden partir por 400, pōga ſe vn cero de decimo ſegundo deſpues del 2, y â los 300 añadaſe otro cero, y ſon 3000, que partidos por 400 dan 7 decimos tercios: y â la ſobra de 200 añadaſe vn cero, y ſon 2000, que partidos por 400 dan 5 decimos quartos: y por que ya no ay otra ſobra, quedará acabada la reduccion.

43 (2075

No obſtante ſuele haver quebrados, que jamas ſe podran reducir perfectamente â decimales, principalmente quando el denominador es de tercios, ſextos, ô novenos, &c como ſi ſe há de reducir $\frac{1}{3}$ â decimales, añadaſe vn cero al 1, y partanſe 10 por 3, y dan 3 decimos primos, y buelve â quedar $\frac{1}{3}$, y reducido â decimos ſegundos, buelve â quedar el $\frac{1}{3}$. En ſemejantes caſos tengaſe advertido, que en ſacando haſta decimos terceros ſe puede omitir la ſobra, por que ya es vna parte de 3000 abos, coſa imperceptible

Reduccion de eſpecies diverſas â decimales

Reduſganſe todas las eſpecies menores (dexando ſolo la mayor) â vn ſolo quebrado, del modo dicho en el Num. 8. del Cap. 3: y quedando ya como qualquiera otra cantidad de enteros, y vn quebrado, reduſgaſe el quebrado â decimales por la regla antecedente.

Sirvan de Exemplos, los que puſimos â la pag. 51. El 1. de moneda, es de 6 peſos, 3 reales, y $\frac{1}{2}$. Reducidos los 3 reales, y $\frac{1}{2}$ â vn quebrado, queda la cantidad de 6 enteros, y 7 diez, y ſeis abos: y reducida â decimales, quedará, como ſe vé abaxo. El 2. de medida, es de 100 paſſos geometricos, 3 pies, y 1 palmo. Reducidos los 3 pies, y 1 palmo â vn quebrado, queda la cantidad de 100 enteros, y 13 veinte abos: y reducida â decimales, como abaxo. El 3. exemplo de peſo, es de 5 quintales, 2 arrobas, 0 libras, y 8 onças. Reducidas las tres eſpecies menores á vn quebrado de quintal, queda la cantidad de 5 enteros, y 808, mil, y ſeiſcientos abos, que abreviados ſon 101 doſcientos abos, que ſe reducirán â decimales, como ſe ſigue.

Moneda	Medida	Peſo
I II	I II	I II
6.4375	100.65	5.505

Reduccion de decimales â quebrados.

Para reducir, al contrario, los numeros decimales â la denominacion, que antes tenia el quebrado, ô â la que ſe quiere, multipliquenſe los decimales por el tal denominador, y al producto corteſele â la derecha tantas letras, como fueron los decimales, que ſe multiplicaron, y quedarâ â la izquierda el numerador del quebrado. Y ſi de los decimales cortados â la derecha, ſe quiere ſacar otro quebrado, multipliquenſe por el denominador de eſte otro quebrado, y al producto cortéſele otras tantas letras, como las de la multiplicacion, y ſaldrá â la izquierda el numerador de la otra eſpecie. Y ſi buelven â quedar decimales â la derecha, ſe ſacará otro quebrado de ellos del miſmo modo.

Exemplo. Quierenſe reducir â ſus primeras eſpecies los 6. 4375 decimales de moneda. Apartenſe los 6 peſos, y multipliquenſe los 4375 por 8 (denominador de reales) y producen 3(5000: cortanſe quatro letras, por que fueron quatro los decimales, que ſe multiplicaron, y ſalen 3 reales â la izquierda: Multipliquenſe los 5 (que bien ſe pueden quitar los ceros) por el denominador de medios, ô de quartillos, ô de maravedis, y ſupongamos por 34, y producen 17 (o.

Y para reducir los decimales â qualquier otro quebrado (ſalga el que ſaliere, pongaſeles por denominador la vnidad con tantos ceros, como decimales: luego abreviefſe eſte quebrado á la menor denominacion, que ſe pueda, y queda hecha la reduccion: como 75 decimales, quedaran abreviados en $\frac{3}{4}$.

Conſtruccion de los decimales.

111	43(625	43(625
43625	——	——
——	1000	100000

Tie-

Tiene tal extension este artificio, que vnos mismos enteros, y decimales, como los de este exemplo, se pueden leer de varias maneras, sin que muden de valor, ni se varien para las operaciones arithmeticas. Puedense leer lo primero, diciendo: 43 enteros, 6 decimos primos, 2 decimos segundos, y 5 decimos terceros. Lo 2, diciendo, 43 enteros, 6 decimos, 2 centessimos, y 5 milessimos. Lo 3, leyendo los decimales juntos, como numerador de vn quebrado, cuyo denominador sea la vnidad con tantos ceros, como son los decimales, diciendo: 43 enteros, y 625 milessimosabos. Lo 4, leyendo los enteros, y decimales todo junto como numerador de vn quebrado, cuyo denominador es la vnidad con tantos ceros, como son todos los numeros, diciendo: 43625 cien milessimos abos.

Y finalmente, aunque â los decimales se les añadan, ô quiten, â la derecha quantos ceros quisieren, se podran leer de otra suerte; pero con todo esso los enteros, y decimales se quedan con su mismo valor: por que el 6 V. gr. siempre se queda por 6 decimos primos: y aunque se lea por seiscientos mil, el denominador será vn millon, y de qualquier suerte siempre son 43 enteros, y $\frac{5}{8}$ abos.

$$\begin{array}{l} \quad\ \ \ I\ II\ III \\ 43\,6\,2\,5\,000 \end{array}$$

Del vso de los Decimales.

Todas las diferencias, que pueden occurrir en sumar, restar, multiplicar, y partir con quebrados, se reducen con la Cuenta decimal, â las reglas comunes de solo enteros por enteros: por que qualesquiera quebrados, que vinieren, quedan, despues de reducidos â decimales, como enteros.

Por

Por lo qual pondré aqui ſolamente lo poco, que huviere, q̄ advertir para el vſo de los decimales, en cada vna de las quatro reglas generales.

Para ſumar, y reſtar decimales, ſolo ſe advierte, que ſe eſcriban los enteros debaxo delos enteros, como ſe acoſtumbra: y los decimos primos debaxo de los decimos primos, los ſegundos debaxo de los ſegundos, &c. y en lo demás ſe obrará como ſi no fueran decimales. Y los decimales, que ſalieren en la ſuma, ô en el reſto, ſe cortarán con vna raya, que los divida de los enteros: y ſi ſalen ceros â la derecha en la ſuma, ô reſto, aunque ſe quiten. no hacen falta. Y deſpues, ſi ſe quiere, ſe pueden reducir los decimales â otro quebrado.

Exemplos.

	1 11		1 11
De 35 $\frac{3}{4}$	3575		4455
Con 8 $\frac{4}{5}$	88		3575
Suma	44(55	Reſto	8(8

En la multiplicacion de decimales, ſolo ſe advierte, q̄ al producto ſe le cortan â la derecha tantas letras, como decimales huviere en ambos terminos, y quedarán â la izquierda apartados los enteros. Y ſi hai ceros â la derecha de los decimales, ſe pueden quitar, y lo que queda reducirlo (ſi ſe quiere) â otro quebrado, como el ſiguiente de $\frac{3}{5}$

Exem-

	i ii	
Exemplo de 35 $\frac{3}{4}$	3575	35(75
por 8 $\frac{4}{5}$	88	8(8
		28600
		28600
Producto		314(600

Nota. Aqui ſe advierte, que la cuenta de los Aneages, comuniſſima entre los Mercaderes, es cuenta decimal (advertida de pocos) por que el numero por quien ſe anéa viene ya reducido á decimal. V. gr. el numero 160, por quien ſe anean algunos generos es 1 vara, y $\frac{3}{5}$ q̈ correſponden â 1 ana: y por quitar el quebrado, para multiplicar, y partir facilmente, eſtan ambas coſas reducidas â decimales, y pueſtos 160 por la 1 vara, y $\frac{3}{5}$, 100 por la 1 ana: y de eſta ſuerte á 100 anas correſponden 160 varas caſtellanas. Y eſto miſmo ſe entiende de los otros numeros, por quienes ſe anean varios generos, de que ſon las varas, que correſponden â 100 anas.

En la particion de decimales ſe advierte. Lo I. Que ſi vno de los dos terminos no tiene decimales, ô tiene menos, que el otro, ſiempre ſe deben igualar con ceros: como ſi ſe han de partir 314(6 por 35(75 ſe le añadirá vn cero â la particion para que tengo dos cecimales, como el partidor. Lo 2. ſe advierte, que todo el primer quociente (aunque ſalga de cero) es ſiempre de enteros: y â la ſobra (ſi la hai) ſe le añade vn cero, y ſe parte por el miſmo par-

tidor

tidor, y aſsi ſe van ſacando los decimales, que traheren demas los enteros del quociente. Lo 3. Que quando deſde el principio no ſe puede partir, por ſer menor la particion, q̄ el partidor, pongaſe cero por quociente, y la particiō tengaſe por ſobra, y añadaſe vn cero para ir ſacādo los decimales

Lo 4. ſe advierte, que quando el partidor es, o 10, ô 100 &c. ya ſe ſabe, que no es meneſter partir, ſi no ſolo cortarle letras â la particion, azia la derecha; pero para ſaber quantas letras ſe han de cortar, es neceſſario igualar el partidor con mas ceros â los decimales de la particion: como ſi eſta tiene tres decimales, y ſe ha de partir por 100 enteros, ſe deben añadir tres ceros â eſtos 100 enteros, y con eſſo ſabremos, que â la particion ſe le han de cortar azia la derecha cinco letras por los cinco ceros, que tiene el partidor: y quedarán á la izquierda los enteros del quociente, y â la derecha los decimales.

Exemplo

De $314\frac{3}{5}$ por $35\frac{3}{4}$

```
                 2
                386          0 0
 11            1790        0404  1
31460          31460(8    28600(8
  3575          3575       3575
```

Eſpecies diverſas.

Para ſumar, reſtar, multiplicar, y partir las eſpecies diverſas de peſo, medida, moneda, &c. por decimales, primero ſe reducen todas las eſpecies menores (dexando ſolo la mayor, como enteros) â vn ſolo quebrado, del modo dicho en el Num. 8. del Cap. 3. Luego ſe reduce el quebrado â decimales: como ſe ha dicho en eſte Cap. y entō-

ces

ces se sumarà, ô restarà, &c. por las reglas antecedentes: Y los decimales, que salieren en la suma, ô resto, producto, ô quociente se podran bolver â reducir â sus primeras por la regla dada â la pag. 68.

Exemplo util de moneda para todas las reglas antecedentes

Pidese el 3 por 100 de estas dos cantidades, vna de 800 pesos, y 4 reales, y otra de 93 pesos, y 2, y $\frac{1}{2}$: Los 4 reales reducidos â quebrado de vn peso son 4 ochavos, que reducidos â decimales son 5 decimos primos que se arrimarán â los 800 Los 2 reales, y $\frac{1}{2}$ son 5 diez, y seis abos de vn peso, que reducidos á decimales; dan (3125 que se arrimarã â los 93 enteros. Hecha la suma se multiplicarà por los 3 pesos, y el producto saldrà con quatro letras decimales, por que otras tantas huvo en los dos terminos de multiplicacion, y multiplicador.

Para partir este producto pòr 100 enteros, no es menester mas, que cortarle letras âla derecha, por ser el partidor vnidad con ceros; pero para saber quantas letras se han de cortar, se deben igualar los terminos, y añadirles â los 100 otros 4 ceros. por los 4 decimales, que tiene la particion: y assi ya sabremos, que se

```
 800(5
  93(3125
 ---------
 893(8125
        3
 ---------
 26(814375
        8
 ---------
 6(515000
       34
 ---------
     2600
     1545
 ---------
  17(510
```

han de cortar 6 letras, y quedaran â la izquierda 26 peſos y â la derecha la ſobra. Multipliqueſe eſta ſobra por 8 (denominador de reales) y al producto cortenſele las miſmas 6 letras, y quedaran â la izquierda 6 reales. Multipliqueſe eſta otra ſobra (con los ceros, ô ſin ellos,) por 34 (denominador de maravedis) y al producto cortenſele 6 letras, ſi ſe multiplicaron los 3 ceros; ô cortenſele 3 letras, ſi ſe quitaron los ceros, y quedaran â la izquierda 17 maravedis, que es medio real: y á la derecha medio maravedis. Y diremos que los 893 peſos 6 reales, y $\frac{1}{2}$ dan de reditos â 3 por 100, 26 peſos 6 reales, y 17 maravedis, y $\frac{1}{2}$.

De eſta manera ſe obra con los decimales en qualeſquiera cuentas de quebrados, ô de eſpecies diverſas: y aſſi miſmo en las cuentas de Aneages, quando trahen quebrados: las quales cuentas fueran de otra ſuerte, moleſtiſſimas, ſi ſe hicieran por las reglas de quebrados.

A la verdad, que â pocas veces, que ſe practique la cuenta decimal, no ſe hallará coſa mas breve, ni mas facil, ni mas vtil. Breve, por q̄ ſolo ſe reducen los quebrados, y no los enteros: facil, por que la reduccion (que es la vnica operacion en los decimales) ſe hace con facilidad, y con vniformidad en todas las quatro reglas: y finalmente la vtilidad, aunque de lo antecedente ſe conoſce, la experiencia lo moſtrará

CAPITVLO VJ.

DE LAS POTENCIAS, Y SVS RAICES.

TODO PRODVCTO, O NVMERO, que procede de la multiplicacion de dos, ô mas numeros iguales, vnos por otros, se llaman *Potencia, ô Potestad*: y los dos, ô mas numeros, que se multiplican se llaman *Raices*. Las Potestades vnas nascen de numeros planos, ô superficiales, y otras de numeros solidos, ô corporeos. *Numero plano* es el que procede de solo dos numeros multiplicado vno por otro: como 4 de 2 por 2; ô 6 de 3 por 2: y estos dos numeros, que se multiplican, se llaman *Raices planas, ò lados del plano.*

Si los dos numeros, que se multiplican, son iguales, el producto es el *Numero plano quadrado equilatero*, y esta es la primera, y principal Potestad: y qualquiera de sus lados, por ser iguales, es la *Raiz quadra*. Como si vn Aposento tiene 15 ladrillos quadrados por el ancho, y otros 15 por el largo: multiplicados 15 por 15 producen 225 ladrillos de todo el plano quadradado: y 15 es la raiz quadra, ô lado del plano quadrado.

Si los dos numeros, que se multiplican son desiguales, el producto es numero plano; pero no equilatero, si no *Paralelogramo, rectangulo*, ò *Rhomboido* û otra figura, que tenga dos dimensiones desiguales: y los dos numeros de las dimensiones serán las raices, ô lados de aquel plano. Co-

mo

mo si vn Esquadron tiene 20 hombres por costado, y 30 por frente, multiplicados 20 por 30 producen 600 del plano paralelogramo: y los 20, y 30 serã sus raices paralelogramas.

Numero solido es el que procede de tres numeros multiplicados vnos por otros: como 8 de 2 por 2, y 2: 24 de 2 por 3, y 4: y estos tres numeros, que se multiplican se llaman *Raices solidas, ô lados del solido.* Si los tres numeros, q̄ se multiplican son iguales, el producto es el *Numero cubo, y* esta es la segunda Potestad: y qualquiera de sus lados, por ser iguales, es la *Raiz cubica.* Como si vna Basa tiene 3 varas de ancho, 3 de largo, y 3 de alto, multiplicados vnos por otros producen 27 basas de â vara en quadro, que tiene todo el solido: y este es el numero Cubico, y el 3 es la raiz cubica ô lado solido.

Si los tres numeros, q̄ se multiplican son desiguales el producto es numero solido; pero no cubico, sino *Paralepipedo, Columna, Prisma,* û otra figura, que tenga tres dimensiones desiguales: y los tres numeros de las dimensiones serán las raices, ô lados de aquel solido.

De las dichas dos principales Potencias del *Quadrado, y Cubo* nascen todas las demas en infinito: por que vnas proceden del quadrado, vna, dos, y muchas mas veces quadrado: Otras del Cubo, vna, dos, y mas veces cubicado: y otras nascen de estos mismos multiplicados por el quadrado, ô por el Cubo. Y como estas Potencias son infinitas, solo se puede tratar en la Arithmetica de algunas, que basten para la inteligencia de las demás, como son las ocho primeras siguientes.

La primera Poteſtad es el *Numero quadrado, ò Numero plano,* que es vn producto, que procede dos numeros iguales, multiplicado vno por otro: como 4 de 2 por 2: 9 de 3 por 3. &c.

La ſegunda Poteſtad es el *Numero Cubo, ô Numero ſolido:* y es vn producto, que procede de tres numeros iguales multiplicados vnos por otros, como 8 de 2 por 2, y 2: y tambien procede de vn quadrado multiplicado por ſu miſma raiz: como 8 del quadro 4 por ſu raiz 2. Y aſſi contiene el Cubo tantos quadrados, como vnidades tuviere la raiz del Cubo.

La tercera Poteſtad es el *Numero quadro-quadrado, ò Numero plano-plano:* y es vn producto, que procede de quatro numeros iguales multiplicados vnos por otros: como 16 de 2 por 2, 2, y 2: y tambien procede de vn quadrado otra vez quadrado: como 16 del quadrado 4 por 4. Y contiene el quadro-quadrado tantos numeros cubos, como vnidades tuviere ſu raiz.

La quarta Poteſtad es el *Numero Surſolido primero,* q̃ es vn producto, que procede de cinco numeros iguales multiplicados vnos por otros: como 32 de 2 por 2, 2, 2, y 2: y tambien procede del cubo multiplicado por el quadrado: como 32 del cubo 8 por el quadrado 4. Y contiene el surſolido tãtos quadro-quadrados, como vnidades tuviere ſu raiz

La quinta Poteſtad es el *Numero Quadro-cubicado, ô Cubo-quadrado, ó Numero plano-ſolido:* y es el que procede de ſeis numeros iguales multiplicados vnos por otros: como 64 de 2 por 2, 2, 2, 2, y 2: y tambien procede del qua-

dra

drado cubicado, como 64 del quadro 4 cubicado, ô del cubo 8 quadrado. Y contiene eſta Poteſtad tantos ſurſolidos, como vnidades tuviere ſu raiz.

La ſexta Poteſtad es el *Numero Surſolido ſegundo*, que es vn producto, que procede de ſiete numeros iagules multiplicados vnos por otros: como 128 de 2 por 2, 2, 2, 2, 2, y 2: tambien procede del Surſolido primero multiplicado por el quadrado: como 128 del ſurſolido 32 por el quadrado 4. Y tambien procede del quadro-quadrado multiplicado por el cubo: como 128 del quadro-quadrado 16 por el cubo 8. Y contiene eſta Potencia tantos quadro-cubicados, como vnidades ſu raiz.

La ſeptima Poteſtad es el *Numero quadro-quadro-quadrado*, y es vn producto, q̄ procede de ocho numeros iguales multiplicados vnos por otros: como 256 de 2 pro 2, 2, 2, 2, 2, 2, y 2: ô del quadrado 4 quadrado, que hacen 16, y eſte quadrado, que ſon 256. Y contiene al ſurſolido ſegundo tantas vecez, como vnidades tuviere ſu raiz.

La octava Poteſtad es el *Numero Cubo-cubicado, ô Numero ſolido-ſolido*: y es vn producto, que procede de nueve numeros iguales multiplicados vnos por otros: como 512 de 2 nueve veces multiplicado, como 512 del cubo 8 cubicado.

De aqui proſiguē en infinito las Poteſtades: por que el numero quadrado puede ſer 4, 5, y mas veces quadrado: y eſtos quadro-quadrados muchas veces ſe pueden cubicar, ô multiplicar por el cubo. Aſſimiſmo el cubo puede ſer 3, 4, y mas veces cubicado: y eſtos cubo-cubicados ſe pueden quadrar, ô multiplicar por el quadrado, y de ahi naſcen los

ſur-

Surſolidos tercero, quarto &c.

Y todas las Poteſtades puen ſer de vno de tres generos de numeros, conviene â ſaber: de racionales, ô diſcretos: de irracionales, ô ſordos, y de comunicantes. Racional es el numero de qualquiera poteſtad, que tuviere raiz juſta, diſcreta, y racional, aunque ſea con quebrado: como 4. cuya raiz quadra es 2 cavalmente: 6 y $\frac{1}{4}$, cuya raiz juſta es 2 y $\frac{1}{2}$. Numero irracional, y ſordo es aquel, â quiẽ jamas por Arithmetica, ſe le puede hallar raiz juſta: como 12, cuya raiz quadra irracional, y ſorda es 3, y vn quebrado mas. q̃ jamas ſe halla como debe ſer. Numero ſcomunicante es aquel, cuyo todo es irracional, pero ſus partes ſon racionales: como 12, que es irracional; pero cada vno de ſus tercios que es 4 es racional.

Reſumen de las Poteſtades.

Poteſtades	Raices	Exemplos
Quadrado procede	de 2 N. iguales:	4 de 2, y 2.
Cubo——	de 3 N. iguales:	8 de 2, 2, y 2
Quadro-quadrado	de 4 N. iguales:	16 de 2, 2, &c.
Surſolido primero	de 5 N. iguales:	32 de 2, 2, &c.
Quadro-cubicado	de 6 N. iguales:	64 de 2, 2, &c.
Surſolido ſegundo	de 7 N. iguales:	128 de 2, 2, &c.
Quad-quod-quad.	de 8 N. iguales:	256 de 2, 2, &c.
Cubo-cubicado,	de 9 N. iguales:	512 de 2, 2, &c.

Del modo de ſacar las raices de las Poteſtades.

Quadrar, cubicar, quadro-quadrar, &c. vn numero es facilimo;

cilimo: por que no es otra cosa, que multiplicar el tal numerador por si mismo tantas veces, como de numeros iguales procede la potestad: como quadrar vn 12 no es otra cosa, q̄ multiplicarlo por otros 12, q̄ producen 144, q̄ es el numero quadrado. Cubicar vn 12 es multiplicarlo tres veces: Quadro-quadrar vn 12 es multiplicarlo quatro veces: y assi de las demás potestades

La dificultad está en sacar la raiz de las potestades: esto es, hallar el numero, de donde procedio vna potestad, sea de la cantidad, que se fuere. Para esto (fuera de las Reglas, que aqui se pondran) es necessario saber de memoria, ô por esta Tabla, las cantidades de las potestades, cuyas raices son del numero digito, desde 1 hasta 9: por q̄ para esto no hai regla, del mismo modo, que (como dixe en la 3, y 4 regla general) no hai regla para multiplicar, y partir numero digito desde 1 hasta 9. Y assi para sacar

Raices	Numero Quadrado	Numero Cubo	Quadro-quadrado	Sursolido primero
1	1	1	1	1
2	4	8	16	32
3	9	27	81	243
4	16	64	256	1024
5	25	125	625	3125
6	36	216	1296	7776
7	49	343	2401	16807
8	64	512	4096	32768
9	81	729	6561	59049

Raices	Quadro-Cubicado	Surfolido Segundo.	Quadro-quadro-quadr.	Cubo cubicado
1	1	1	1	1
2	64	128	256	512
3	729	2187	6561	19683
4	4096	16384	65536	262144
5	15625	78125	390625	1953125
6	46656	279936	1679616	10077696
7	117649	823543	5764801	40353607
8	262144	2097152	16777216	134217728
9	531441	4782969	43046721	387420489

V.gr. la raiz quadra de 64, no hai otra, regla q̃ buſcar de memoria, ô por la Tabla, que numero multiplicado por ſi miſmo produſga 64, como lo es 8 vez 8.

Eſto ſupueſto, para ſacar la raiz de qualquiera poteſtad, ſe eſcribe primero la cantidad de la tal poteſtad: luego ſe vá dividiendo con vn punto, ô coma, ô rayita deſde la derecha â la izquierda, de dos en dos letras para ſacar la raiz quadra: de tres en tres para la cubica: de quatro en quatro para la quadro-quadrada: de cinco en cinco: de ſeis en ſeis, &c. ſegun la cantidad de numeros iguales, de que procede la poteſtad. Y al llegar azia la izquierda, no importa, que la vltima parte quede con menos letras, que las demas diviſiones. Como en eſtos Exemplos.

Quā-

Quadrados ———	18. 66. 24 (rrr. Otro 5. 29 (rr
Cubo ——— — —	80. 621. 568 (rrr
Quadro-quadrado	348. 2851. 7376 (rrr
Surſolido primero	1504. 59195. 16432 (rrr.

Eſta diviſion tiene dos vtilidades. La primera es ſaber, que la raiz, que ſe buſca tendrá tantas letras, como partes tiene la cantidad. V. gr. la raiz quadra de la primera cantidad del Exemplo, tendrá tres letras (ſignificadas con las tres rrr.) por que tiene tres partes la cantidad: y ſe ſabrá, que de cada parte ha de ſalir vna letra de raiz. La ſegunda vtilidad de la diviſion, es ſaber, que de ſolo aquella vltima parte, que queda azia la izquierda (ſea de vna, ô de dos, ô mas letras) ſe ha de ſacar raiz, de memoria, ô por la Tabla; pero de los otros miembros ſe ſacará por las reglas ſiguientes.

Buſcaſe primero la dicha vltima parte izquierda de la cantidad en la Tabla antecedente, en la columna de la poteſtad, de quien ſe quiere ſacar raiz: y hallada, en derecho de ella en la primera columna, ſe hallará la raiz, que le correſponde. Y quando en la columna de la poteſtad no ſe halla la miſma cantidad, que ſe buſca, ſe toma la cantidad menor mas cercana, y por ella la raiz, que le correſponde en la primera columna.

La raiz, que ſe hallare, ſe eſcribirá ſobre vna raya âla derecha de la cantidad, al modo que el quociente en las partiſiones: y la cantidad, que dió dicha raiz en la tabla, ſe eſcribirá debaxo del vltimo miembro izquierdo, y ſe reſtará vna coſa de otra, y el reſto (aunque ſea de ceros) ſe pondrá encima, como se hace en las particiones. En lo demás de la cuenta, ya no se saca otra raiz por la Tabla, si no que solo se obra como en vna particion, sin otra diferencia que como allá se muda el partidor â otro lugar para sacar nueva letra de quociente, aqui no solo se muda, si no que se forma nuevo partidor para cada letra de quociente. Este nuevo partidor es vn producto de la raiz multiplicada por otros numeros: y estos numeros, por quienes se multiplica la raiz se sacarán de esta manera.

Tabla de los multiplicadores de la raiz.

Cubo-cubic.	9	36	84	126	126	84	36	9
Qua. qua. qua.	8	28	56	70	56	28	8	
Surfolido segundo	7	21	35	35	21	7		
Quadro-cubic.	6	15	20	15	6			
Surfolido primero	5	10	10	5				
Quadro-quadrado	4	6	4					
Para el Cubo	3	3						
Para el Quadrado	2							

Pon-

Ponganse dos progressiones naturales arithmeticas, empezando desde 2, y prosiguiendo con 3, 4, 5, &c, y con ellas se irán formando los dos lados de vn triangulo, hasta llegar al numero de la potestad, de quien se quiere sacar la raiz: como si se quiere sacar la raiz del sursolido primero, seran los lados hasta 5 solamente, que es el numero de esta potestad, por que procede de 5 numeros iguales. Lo interior del triangulo se llena con facilidad, poniendo por numero siguiente la suma de los dos antecedentes. V. gr. el 6 es la suma de 3, y 3 sus antecedentes: el 10 es la suma de 4 y 6 sus antecedentes: y assi van saliendo todos los demas del triangulo: y los mismos numeros, que tiene en la mitad superior, tiene en la inferior, y assi cada columna se puede leer igualmẽte de arriba para abaxo, ô de abaxo para arriba

Con las dichas reglas se hará de memoria facilmente el triangulo, que se huviere menester hasta la columna de la potestad, de quièn se quiere sacar la raiz. Desuerte, que para sacar raiz quadra no es menester mas triangulo, que vn 2: para la raiz cubica será el triangulo de solo dos columnas, y de ellas se toma solo la segunda de dos numeros 3, y 3: para la raiz quadro-quadrada llegará el triangulo â tres columnas, y de ellas se tomará solo la tercera de tres numeros 4, 6, y 4. y assi se prosigue para las raices de las demas potestades. Y los numeros de la columna de la potestad son los multiplicadores de su raiz para sacar los nuevos partidores de toda la cuenta.

Sacada aparte la columna de los multiplicadores de la raiz, que se quiere sacar, se formará segunda columna con

La

la raiz, que ſe halló por la Tabla, de eſte modo. Los multiplicadores (como ſe ha dicho, y ſe ven en el triangulo.) ſon los miſmos de arriba para abaxo, que de abaxo para arriba: en derecho pues del primer multiplicador (ſea el de abaxo, ô ſea el de arriba) ſe eſcribirá la raiz ſiempre con vn cero mas: en derecho del ſegundo multiplicador, que ſe ſiguiere (ſi lo hai) ſe pondra el quadrado de la raiz, que ſe hallará brevemente en la Tabla de las raices, y ſe le añadirán dos ceros: en derecho del tercer multiplicador (ſi lo hai) ſe pondrá el cubo de la raiz, por la miſma tabla, añadiendole 3 ceros: y en derecho del ſiguiente multiplicador (ſi lo hai) ſe pondra la raiz quadró-quadrada con 4 ceros: y aſſi ſe vá proſiguiendo haſta llegar al vltimo multiplicad.

Multiplicaſe cada numero de la ſegunda columna por el multiplicador, que en derecho le correſponde en la primera, y los productos ſe eſcribiran â renglon ſeguido de cada multiplicador, formando tercera columna. Y la ſuma de eſtos productos es el partidor, q̄ ſe ha meneſter: el qual ſe concidetará debaxo de la cantidad correſpondiente (ſin eſcrebirlo) y por él ſe ſacará vna letra de quociente, como ſe acoſtumbra en las particiones, ſin paſſar â otra coſa.

El quociente, que ſe ſacare, ſe eſcribe primero ſobre la raya por ſegunda letra de raiz. Aſſimiſmo con él ſe forma quarta columna, del miſmo modo que con la raiz; pero al revez: eſto es, ſi la raiz ſe puſo de abaxo para arriba, el quociente ſe pone de arriba para abaxo; ô ſi la raiz ſe puſo baxando, el quociente ſe pone ſubiendo. Supongamos pues, â la raiz de abaxo para arriba, y ſe pondrá el quociente en derecho del primer renglon de arriba (ſin añadirle cero como â la raiz) y baxando ſe pondra ſu quadrado (por la miſma tabla de las poteſtades) luego ſu cubo, ſu quadro-quadrado &c. haſta llegar â la propria poteſtad, de quien ſe ſaca raiz, que ſerá vn renglon mas abaxo de los demas.

Cada numero de eſta quarta columna ſe multiplica por el que le correſponde antes en la tercera columna del partidor. y el vltimo numero, â quien nada correſponde, ſe multiplica ſiempre por vna vnidad: y todos los productos ſe eſcribiran en derecho, formando quinta columna, y la ſuma de eſtos productos es el reſtador dela cantidad. De ſuerte que la primera columna es de los multiplicadores la ſegunda de la raiz la tercera del partidor, la quarta del quociente, y la quinta del reſtador, que todas ſe contienen en las cinco ſylabas de eſta diccion *Muraparquores.*

El reſtador ſe eſcribirá debaxo de la cantidad de quien ſe ſacó el quociente, y ſe reſtará deella, y el reſto ſe eſcribirá encima, aunque ſean ceros. Componeſe el reſtador de tantos productos, como de numeros iguales procede la poteſtad; pero el partidor ſiempre de vno menos: como por que la poteſtad del quadrado procede de dos numeros iguales el reſtador ſe compondrá de dos productos y el partidor de vno ſolo. El reſtador del Cubo ſe compondrá de tres productos y el partidor de dos: &c.

Para ſacar tercera, quarta, y demas letras de la raiz, quando la cantidad tiene tres, quatro, ô mas miembros, todo ſe obra de la miſma manera, que en la ſegunda letra.

Eſ

Eſcribenſe por primera columna los miſmos multiplicadores de la poteſtad: por ſegunda columna toda la raiz q̃ ſe ha ſacado añadiendole vn cero, luego ſu quadrado, ſu cubo &c. haſta llenar los multiplicadores: por tercera columna los productos de dicha raiz por ſus multiplicadores: la ſuma de eſtos productos ſerá el partidor por el qual ſe partirá la cantidad, que huviere haſta el tercer miembro, y el quociente ſe pondra por tercera letra de la raiz: y aſſimiſmo ſe pondra por quarta columna (al revez de la raiz) primero ſenſillo, luego quadrado, cubicado, &c. Haceſe la multiplicacion de la quarta columna por la tercera y los productos ſe pondran por quinta columna: y la ſuma de ellos ſerá el reſtador, el qual ſe eſcribirá debaxo de la cantidad, de quien ſe ſacó el quociente, y ſe reſtará de ella y el reſto, aunque ſea de ceros, ſe pondrá encima.

Si toda via hai otro, ô mas miembros de quienes ſacar raiz, ſe buelven â formar las cinco columnas de *Muraparquores*, para ſacar nuevo partidor, y reſtador; pero ſi ya no hai otro miembro, déſe por acabada la cuenta, aunque haya ſobrado algo.

Advertencias.

Quando el partidor ſale mayor, que el miembro, q̃ ſe ha de partir por él, entonces ſe pone cero por quociente, que es la letra ſiguiente de la raiz: y ſe comienza â formar otro nuevo partidor con la nueva raiz (que ya es otra con el cero mas.) ſi no es, que el cero ſea ya la vltima letra de la raiz, que entonces ya no es meneſter formar nuevo

par-

partidor ſi no dar por acabada la cuenta: y lo que quedó de la cantidad ſerá ſobra.

Quando el reſtador ſale mayor que la cantidad, de quien ſe ha de reſtar, es ſeñal de que ſe tomó largo el quociẽte: quiteſele vna vnidad, y buelvaſe â formar el reſtador.

Quando deſpues de reſtada la cantidad, ya no quedan mas que ceros, aun no haviendoſe ajuſtado las letras de la raiz entonces añadaſele vn cero por cada vno de los miembros, que faltaren por ſacar; pero ſi ya era el vltimo miembro, la raiz quedara ſacada juſtamente.

Si haviendo acabado ya la cuenta, quedó algun reſto, es ſeñal de que la poteſtad es de numero irracional, que no tiene raiz juſta; pero no obſtante de dicha ſobra ſe podra ſacar vn quebrado (del modo que deſpues ſe dirá) para añadirſelo â la raiz, que ſe ha ſacado, para que no eſté tan diſtante de la verdadera impoſſible.

Eſtas ſon las reglas generales con que ſe ſaca la raiz de qualquiera poteſtad numerica, deſde el quadrado en infinito. Ni pueden ſer mas vniformes, ni mas breves, ni mas faciles, como ſe verá por los Exemplos ſiguientes; aunque eſto no lo conoſcerá, el principiante, que no ha experimẽtado las confuſiones de otros en eſta materia: es verdad, que algunos trahen reglas mas faciles; pero ſolo para la raiz quadra, luego entran en confuſſiones con la cubica, y de ahi no paſſan.

Exem-

Exemplo de la Raiz quadra.

04
29. 48. 49 (5..
25

Eſcrita la cantidad, y hecha la diviſion deſde la derecha â la izquierda de dos en dos letras (por que la poteſtad del quadrado procede de dos numeros iguales.) diremos, q̄ la raiz quadra del exemplo ſe compondrá de tres letras, por haver tres miembros en la cantidad. Aſſimiſmo por que en el vltimo quedaron dos letras, que hacen 29, diremos, q̄ de ellos, ſe ha de ſacar con ayuda de la Tabla, la raiz quadra. Buſco los 29 en la columna del numero quadrado: y por que no los hallo, tomo los 25, que es el racional mas cercano menor, y ſu raiz 5. Pongo eſta raiz ſobre vna raya, como quociente, y los 25 debaxo los 29, y reſto vno de otro y el reſto 04, pondré encima de los 29.

Ya deſde aqui no es meneſter ſacar otra raiz quadra por la tabla; ſi no q̄ ſe vá â formar el *Muraparquores*, y para ello ſe ſacan primero los multiplicadores de la raiz, que en eſta poteſtad del quadrado, ſolo es vn 2, y eſte ſe pondrá por primera columna: por ſegunda ſe pondrá el 5 de

Mu.	Ra.	Par.	Quo.	Res
2	50	100	4	400
			16	16
		100		416

0
0432
29. 48. 49 (54
25
4 16

raiz con vn cero mas. Multiplicanſe 50 por 2, y producen 100 en la tercera columna, y eſte es el partidor. Partidos pues 448 (que hai haſta el ſegundo miembro) por 100, caben â 4. Eſcribeſe eſte quociente ſobre la raya por ſegunda letra de raiz, y aſsimiſmo en la quarta columna, primero ſenſillo, y mas abaxo ſu quadrado 16 (que ſe ſaca facilmente por la tabla) Multiplicanſe 4 por 100, y ſon 400: multiplicanſe 16 por 1, y ſon 16, que juntos con los 400 hacen 416: y eſte es el reſtador, el qual ſe eſcribe debaxo de los 448 de la cuenta, y reſtado vno de otro, quedará la cantidad en 3249

Ala manera, que en las particiones ordinarias, para ſacar nueva letra de quociente, ſe muda el partidor: aſsi aqui para ſacar de los 3249. tercera letra de raiz, ſe buelve â formar con el miſmo multiplicador, otro *Muraparquores*. Poneſe el miſmo multiplicador 2 por primera columna

Mu	Ra	Par	Quo	Res
2	540	1080	3	3240
			9	9
		1080		3249

000
043200
294849 (543
25
416
3249

por ſegunda los 54, que han ſalido de raiz; pero con vn cero mas. Multiplicanſe 540 por 2, y el producto 1080, ſe pondrá en la tercera columna. Partidos los 3249 (que hai haſta el tercero miembro) por 1080, caben â 3. Eſcribeſe eſte quociente ſobre la raya por tercera letra de la raiz: y aſsimiſmo en la quarta columna, primero ſenſillo, y mas abaxo su quadrado 9. Multiplicanse 3 por 1080, y son 3240: multiplicanse 9 por 1, y son 9, que juntos con los 3240 hacen 3249: y este es el restador, el qual se escribe debaxo de la cantidad, y se resta, y queda el resto en ceros. Y daremos por acabada la cuenta, diciendo: que la raiz quadra de 294849 es 543 justamente.

Exemplo de la Raiz cubica.

$$\begin{array}{l} 1 \\ 9.\ 263.\ 078\ (\ 2 \\ 8 \end{array}$$

Escrita la cantidad, y dividida con puntos, ô rayas desde la derecha â la izquierda de tres en tres letras (por q̃ el Cubo procede de tres numeros iguales) diremos, que la raiz cubica del Exemplo se compondrá de tres letras, por haver tres miembros en la cantidad. Assimismo por que en el vltimo quedó solo vna letra, que es vn 9, diremos, que de solo 9 se ha de sacar raiz cubica por la Tabla. Busco pues, el 9 en la tabla de la columna del numero cubo: y por que no lo hallo, tomo el 8, que es el racional mas cercano menor, y su raiz 2. Pongo esta raiz sobre vna raya, como quociente, y el 8 debaxo del 9, y resto vno de otro, y el resto, que es 1 pongo encima del 9.

Para sacar otra letra de raiz se formará primero el *Muraparquores* con la raiz, que se halló. Sacanse primero los multiplicadores de la raiz, que en la cubica son 3, y 3, que se pondran por primera columna: y por segunda se pondrá en derecho de vno de los dos multiplicadores (supongamos

el de

Mu	Ra	Par	Quo	Res
3	400	1200	1	1200
3	20	60	1	60
			1	1
		1260		1261

o
1 002
9. 263. 078 (21
8
1 261

el de abaxo, el 2 de la raiz con vn cero mas, y encima su quadrado, que es 4 con dos ceros mas. Multiplicanse 400 por 3, y producen 1200: y 20 por 3 son 60, y será el partidor 1260. Partanse 1263 (que hai hasta el segundo miembro) por 1260, y cabe â 1. Este quociente se escribirá sobre vna raya por segunda letra de la raiz: y assimismo se pondra en la quarta columna (al revez de la raiz) primero sensillo, luego quadrado, y mas abaxo cubicado, y cada qual se multiplicará por su antecedente, y el de abaxo por 1, y los productos se escribirán en la quinta columna, y la suma de ellos, que monta 1261 es el restador, el qual se escribirá debaxo de los 1263 de la cuenta, y restado vno de otro, quedará la cantidad en 2078.

Para sacar la tercera letra de raiz, que corresponde al tercer miembro de la cantidad, se bolverà â formar otro *Muraparquores*. Ponense por primera columna los mismos

Mu	Ra	Par
3	44100	132300
3	210	630
		132930

o
1 002
9. 263. 078 (210
8 261
1

multiplicadores 3, y 3. por segunda (supongamos) de abaxo

baxo para arriba) los 21 de la raiz, que han salido, y con vn cero mas, y encima su quadrado. Multiplicase cada cosa por su 3, y los productos se pondran en la tercera columna, y la suma de ellos, que es 132930 será el partidor. Y porque este partidor es mayor que la cantidad, que se havia de partir de 2078, diremos que cabe â nada, y se pondra cero por quociente, y vltima letra de la raiz, y daremos por acabada la cuenta: y diremos que la raiz cubica de 9263078 es 210, y q̄ sobrā 2078 por ser num. irracional.

De la misma manera se saca la raiz de qualquiera otra de las demas potestades, sin mas diferencia, que para formar el *Muraparquores* ponerle por primera columna los multiplicadores proprios de la potestad: como para el quadro-quadrado 4, 6, y 4: para el sursolido 5, 10, 10, y 5, y assi de las demas potestades. Por lo qual pondré aqui solo otro exemplo de la raiz quadro-quadrada sin explicacion, porque la antecedente basta.

Exemplo de la raiz quadro-quadrada

000
154 000
410.0625 (45
256
1540625

Mu	Ra	Par	Quo	Res
4	64000	256000	5	1280000
6	1600	9600	25	240000
4	40	160	125	20000
			625	625
		265760		1540625

Tam-

Tambien ſe advierte, que ſaviendo ſacar la raiz quadra, la cubica, y la del ſurſolido, ſe pueden ſacar las demas con facilidad, de eſte modo. Para la raiz quadro-quadrada ſaqueſe primero la raiz quadra, y de eſta ſaqueſe otra raiz quadra. Para la raiz quadro-cubicada, ſaqueſe primero la raiz quadra, y de ella la raiz cubica; ô primero la cubica, y de eſta la quadra. Para la raiz cubo-cubicada, ſaqueſe primero la raiz cubica, y de ella otra raiz cubica. Para la quadro-quadro-quadrada ſaqueſe la raiz quadra tres veces, vna de otra, &c.

Pruevas generales de las raices.

Para ſaber ſi eſtà bien ſacada vna raiz de qualquiera de las poteſtades, multiplique la raiz, que ſe ha ſacado, por ſi miſma vna vez, ſi es raiz quadra: dos veces, ſi es cubica: tres veces, ſi es quadro-quadrada: quatro, ſi es ſurſolida, &c. y al producto añadaſele la ſobra, ſi la huvo, y ſi todo eſto ſale igual â la cantidad, de quien ſe ſacó la raiz, eſtará bien ſacada.

De las ſobras de los numeros ſordos.

Quando deſpues de ſacada vna raiz de qualquiera de las poteſtades, queda alguna ſobra, es ſeñal, de que la cantidad es de numero irracional, que jamás dará raiz juſta; pero no obſtante ſe debe ſacar de la ſobra algun quebrado, q̄ añadirle â la raiz ſorda, para que quanto fuere poſſible ſe aproxime mas â la racional, y diſcreta, aunque impoſſible. Para eſto pondre aqui dos modos generales de aproximar toda

toda raiz ſorda de qualeſquiera poteſtades.

El primero es, poner la ſobra ſobre vna raya por numerador de quebrado, y por denominador ſe pondrá lo q̃ vá del racional proximo antecedente al racional ſiguiente reſpecto de la cantidad irracional, de quien ſe ſacó la raiz. V. gr. La raiz quadra ſorda de 13, es 3 del quadrado racional 9, y ſobran 4: Pongaſe el 4 ſobre vna raya, y debaxo vn 7, que es lo que vá del racional 9 antecedente al racional 16 ſiguiente, y ſerâ la raiz mas proxima de 3 y $\frac{4}{7}$.

Y para ſaber quanto es lo que vâ del racional antecedente al ſiguiente, reſpecto de qualquiera cantidad, proſigaſe la cuenta (como ſi no ſe huvieſſe acabado) y ſaqueſe vn nuevo partidor por toda la raiz, que ha ſalido; pero ſin añadirle cero (como ſe devia) ſi no ſolo al partidor ſe le añadirâ vna vnidad, y eſte ſerâ lo que vâ del racional antecedente al ſiguiente, y lo que ha de poner por denominador. Sirva de exemplo el antecedente de la raiz cubica.

Mu	Ra	Par	Raiz cubica
3	44100	132300	0
3	210	630	1 002
			9. 263. 078 (210
		132930	8
Añade		1	1 261

La ſobra de 2078 ſe dondrá ſobre vna raya por numerador del quebrado, y debaxo el partidor 132931 por denominador. y eſte quebrado ſe añadirá â la raiz cubica de 210. y con eſſo ſe aproxima mas â la verdadera impoſſible.

El ſegundo modo es por la cuenta decimal, que fuera

de

de ser general, y facil, es de tal calidad, que con él se puede aproximar mas, y mas en infinito la raiz sorda â la verdadera, aunque impossible. Añadasele â la cantidad, de quien se ha sacado raiz, azia la derecha, vno, dos, ô mas miembros de solo ceros. V. gr. al quadrado dos, quatro, ô seiz ceros: Al cubo 3, 6, ô 9 ceros: al quadro-quadrado 4, 8, ô 12, &c. y assi de las demas potestades. Luego prosigase sacando raiz hasta donde se quisiere, y despues todos los numeros, q̄ se huvieren sacado con la adiccion de ceros arrimense â los enteros de la raiz con su señal de decimales; ô ponganse por numerador de quebrado, y por denominador la vnidad con tantos ceros, como son los decimales.

	04	
Exemplo	13. 00. 00. 00.	(3(605
	9	

Supongamos, que se sacó la raiz quadra de 13, que es 3, y sobraron 4: añado â los 13 otro miembro de dos ceros, y prosigo sacando raiz, y salen 6 decimos â mas de los 3 enteros. Si quiero aproximar mas esta raiz, buelvo â añadir otro miembro de dos ceros, y prosigo sacando raiz, y sale cero, y tendrá ya el quebrado 60 centessimos. Y si quiero aproximar mas, añado otros dos ceros y saco mas raiz, y salen 5, y tendrá el quebrado 605 milessimos. Y assi se puede proseguir en infinito, siempre mejorando la raiz, y aproximandola mas â la discreta impossible. Y con el mismo modo se aproxima la raiz sorda cubica, quadro-quadrada, sursolida, &c. sin mas diferencia que en el numero de ceros de cada miembro, como ya se dixo.

Sacar raices de quebrados.

Saqueſe la raiz quadra, ô cubica, &c. del numerador del quebrado, como ſi fuera qualquier otro numero: luego ſe ſaca la raiz del denominador, y las dos raices compondran la raiz del quebrado. V. gr. la raiz quadra de $\frac{25}{56}$ abos será de $\frac{5}{7}$. La raiz cubica de $\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ abos, ſerá de $\frac{2}{3}$. Y ſi vienen enteros con qnebrados, primero ſe reducen los enteros à la eſpecie de ſu quebrado, y luego ſe ſaca la raiz del numerador, y la del denominador como ſe ha dicho.

Y quando la raiz del numerador, ô la del denominador del quebrado ſale ſorda, como la de 56 del primer Exemplo, y la de 11 del ſegundo, no importa que no ſe aproxime, por evitar confuſion; y ſi ſe huviere de aproximar, ſea por decimales. V. gr. la de $\frac{5}{7}$ quedará mas proxima de 500 por numerador, y de 741 por denominador.

Sacar lados diverſos de planos, y ſolidos.

Las reglas antecedentes han ſido para ſacar lados ſemejantes de las poteſtades, por que ſacada ſu raiz, los demas lados ſon ſemejantes â la raiz; mas ſi ſe piden los lados de vn qualquier numero plano, ſaqueſe la raiz quadra del numero plano, y ſi eſte es irracional, ſaqueſe ſolo la diſcreta del racional mas cercano menor, y eſta ſerá el vn lado: luego partaſe el numero plano por la raiz, y ſaldrá al quociente el otro lado. Como ſi ſe piden los dos lados del plano 24, ſaqueſe la raiz quadra de 24, y por que ſale ſorda, tomeſe la diſcreta de 16, que es 4, y eſte ſerá el vn lado: luego

luego partanſe 24 por 4, y ſaldrán 6 del otro lado.

Si ſe piden tres lados de vn ſolido, ſaqueſe la raiz cubica del ſolido, y ſi es numero ſordo, tomeſe la del racional mas cercano menor, y eſſa ſerá vno de los lados: luego partaſe por ella el numero ſolido, y ſaldrá el plano. Saqueſe la raiz quadra del plano (ſolo la diſcreta, como ſe ha dicho) y eſſa ſerá el otro lado: partaſe por ella el plano, y ſaldrá el tercer lado. Como ſi ſe piden tres lados de 120, ſaqueſe la raiz cubica, por ſer tres los lados, y ſale 4 del racional mas cercano menor 64 y apũteſe el 4 por vno de los lados: partanſe 120 por 4, y ſalen 30 de numero plano. Saqueſe la raiz quadra de 30, y es 5 la diſcreta, y eſte ſerá el ſegundo lado: partanſe 30 por 5, y ſalen 6 del tercer lado, y ſerán los tres 4 5, y 6.

Y quando en eſtas particiones queda ſobra, obſerveſe eſta regla. Vayaſele quitando vna vnidad â la raiz y partiendo por ella la miſma cantidad de plano, ô ſolido, haſta que ſalga el quociente ſin ſobra. Como ſi ſe piden dos lados del plano 78, ſaqueſe la raiz quadra del racional mas cercano, y es 8 de 64: partanſe 78 por 8, y hai ſobra: partanſe 78 por 7, y hai ſobra: partanſe 78 por 6, y ſalen 13 ſin ſobra, y ſerán los dos lados que ſe buſcan 6, y 13. De la miſma manera ſe ſacarán 4 lados del quadro-quadrado, 5 del ſurſolido, &c.

Adviérteſe, que aunque â vn numero plano, ô ſolido ſe le pueden ſacar dos, ô mas binarios, ô ternarios de lados diverſos; pero los legitimos ſon los que ſe ſacaren por raiz del modo dicho. V. gr. al plano 24 ſe le pueden ſacar 4 binarios de lados, que son 1, y 24: 2, y 12: 3, y 8: 4, y 6; pero los legitimos lados son 4, y 6, por que en ellos está la raiz quadra 4 de 24

Del vso, y vtilidad de las potestades; se hallará mucho entodo lo restante de este Arte, y principalmente en los capitulos 7, 9, y 10.

CAPITVLO VII.

DE LAS PROPORCIONES.

PROPORCION GENERALMENTE ES vna comparacion entre dos cosas de vn mismo genero: De aqui, la *proporcion arithmetica* no es otra cosa, que vna comparacion entredos numeros. El primer numero se llama, *antecedente*, y el segundo *consequente*. Si el consequente es igual al antecedente, como 2 con 2, se dice *proporcion de igualdad*. si los dos numeros son desiguales, como 2 con 3, se dice *proporcion de desigualdad*. Si el antecedente es mayor, que el consequente, como de 6 â 4, se dice *proporcion de mayor desigualdad*: y si el antecedente es menor, que el consequente, como de 2 â 4, se llama *proporcion de menor desigualdad*: que de ordinario para que sus especies se distingan de la otra se les añade â sus nombres la particula *Sub*, como *Subdupla*.

No hai coſa, en que no ſe halle proporcion, y ſymetria, ô en las partes entre ſi, ô en las partes con el todo, ô entre vn todo con otro: pero principalmente en la Arithmetica, no hai regla ſuya, en que no ſe hallen las proporciones. Multiplicar no es otra coſa, que buſcar vn producto, ꝗ tengá la miſma proporcion con la multiplicacion, que tiene el multiplicador con la vnidad. Partir no es otra coſa, que buſcar vn quociente, que tenga con la vnidad la proporcion, que tiene la particion con el partidor. Abreviar la denominacion â vn quebrado, es ponerle la proporcion en terminos mas breves. La proporcion, ꝗ tiene vna raiz con la vnidad, eſſa tendrá el quadrado con la raiz; el cubo con el quadrado, y todas las poteſtades vnas con otras que de alli procedieren, por que eſtas hacen vna progreſſion geometrica, cuyo exceſſo es vna miſma proporcion: y finalmente la regla de tres no es otra coſa, ꝗ ſacar vna proporcion ſemejante â otra. De aqui ſe infiere, que con la noticia de las proporciones ſe practicarán mejor, y mas facilmente todas las reglas de la Arithmetica.

A cinco generos ſe reducen quantas proporciones numericas hai en lo criado: tres ſimples, y dos compueſtos de cada dos ſimples. El 1. genero ſimple ſe llama *Multiplex*, y es aquel, en ꝗ el vn numero contiene al otro dos, tres, ô mas veces cavalmente: como de 2 â 1: de 6 â 2, &c. Sus eſpecies ſon infinitas, y para denominarlas ſe parte el numero mayor por el menor, y el quociente dá la denominacion: por que ſi el quociente es 2, ſe dice proporcion *dupla*: ſi el quociente es 3, ſe dice *tripla*: ſi 4 *quadrupla*, &c.

El

El 2. simple se llama *Super particular*, que quiere decir, que el numero mayor de la proporcion tiene sobre otro tanto del menor, vna patricula mas: como de 3 â 2: de 4 â 3, &c. Partido el mayor por el menor, el quociente y el denominador del quebrado, dá la denominacion â las especies de este genero. V. gr. la proporcion de 4 â 3. se llama *Sesquitercia*: el *Sesqui* quiere decir otro tanto, por que el quociente siempre es vno: y el *tercia* quiere decir, que fuera de tener el 4 otro tanto como el 3, tiene vna tercia mas del 3. De 5 â 4, se llamará *Sesquiquarta*. de 6 â 5, *Sesquiquinta*, &c. De 3 â 2 se havia de llamar *Sesquisegunda* pero siempre â esta la llaman *Sesquialtera*: que quiere decir, que el 3 contiene otro tanto del 2, y vna de las 2 partes mas

El 3. genero simple se llama *Super parciente* que quiere decir, que el numero mayor de la proporcion tiene sobre otro tanto del menor dos, ô mas partes mas: como de 5 â 3. de 7 â 4, &c. Partido el mayor por el menor, el numerador, y denominador del quebrado del quociẽte dá la denominacion â las especies de este genero: el numerador se pone despues del *Super*, y el denominador despues del *parciente*. V. gr. de 5 â 3, se llama *Superbi parciente tercias*, q̃ quiere decir, que el 5 sobre otro tanto del 3, tiene dos tercias partes mas del 3. De 7 â 4 se llamará *Supertri parciente quartas*: de 9 â 5 *Supertri parciente quintas* &c.

El 4. genero se compone del primero, y segundo simples, y assi se llama *Multi plex super particular*: que quiere decir, que el numero mayor contiene al otro, dos, tres, ô mas veces, y vna parte mas del menor: como de 5 â 2: de 7 â 3:

â 3: de 7 â 2, &c. Partido el mayor por el menor, el quociente dá la denominacion del *multiplex* â las eſpecies, y el denominador del quebrado ſeñala las partes del *Superparticular*. V. gr. de 5 â 2 ſe dice *duplaſeſquialtera*: de 7 â 3, *duplaſesquitercia*: de 10 â 3, *triplaſeſquitercia*, &c.

El 5. genero ſe compone del primero, y tercero ſimples, y aſſi ſe llaman *Multiplex ſuperparciente*, que quiere decir: que el numero mayor contiene al menor dos tres, ô mas veces, y dos, tres, ô mas partes del menor: como de 8 â 3: de 11 â 4: de 11 â 3, &c. Partido el mayor por el menor, el quociente dá la denominaciō del *multiplex*, y el numerador, y denominador del quebrado dá la denominacion del *Superparciente*. V. gr de 8 â 3, ſe dice *duplaſuperbiparcientetercias*: de 15 â 4, *triplaſupertriparcientequartas* &c

Cinco coſas hai que ſaber â cerca de las proporciones. La 1. Sacar vna proporcion ſemejante â otra. La 2. Abreviar proporciones. La 3. Continuar proporciones. La 4. Sacar medios proporcionales. Y la 5. Sumar, reſtar, multiplicar, y partir proporciones. Eſtas cinco coſas ſe deſatan con las cinco reglas ſiguientes.

Regla 1. Para ſacar vna proporcion ſemejante â otra, ſi en lugar del antecedente ſe quiere poner otro numero, multipliqueſe el conſequente por el numero, que ſe quiere poner, y el producto partaſe por el antecedente: y ſi en lugar del conſequente ſe quiere poner otro, multipliqueſe el antecedente por eſte otro, y el producto partaſe por el cōſequente: y de qualquier modo ſale al quociente el otro numero de la proporcion. Como ſi quiero otra proporcion

ſeme-

ſemejante â eſta de 8 á 5 *ſupertriparcientequintas*: y ſi en lugar del 8, quiero poner 40, multiplico el 5 por 40, y el producto 200 parto por 8, y me dá 25, y quedará la miſma proporcion de 40 á 25, que de 8 â 5. Y ſi en lugar del 5 quiero poner 100, multiplico el 8 por 100, y el producto parto por 5, y ſale la miſma proporcion de 160 á 100, que de 8 â 5.

De aqui tiene ſu origen la Regla, que llaman de tres proporcional, por que ſirve para ſacar vna proporcion ſemejante â otra, como ſe dirá en ſu lugar.

Regla 2. Para abreviar proporciones, ſe vſa de la miſma regla de abreviar quebrados â menor denominacion. Siempre que los dos numeros de la proporcion ſe pueden partir por vn miſmo partidor, es ſeñal de que ſe puede abreviar la proporcion. Para buſcar eſte partidor comun, partaſe el numero mayor por el menor, y ſi hai ſobra partaſe por ella el numero menor: y ſi aqui hai ſegunda ſobra partaſe por ella la primera, y la tercera (ſi la hai) por la ſegunda, &c. haſta que ſalga la particion ſin ſobra. Entonces el vltimo partidor, que no dió ſobra, es el que ſe buſca, y por el partaſe el numero mayor, y el menor de la proporcion, y con los quocientes quedará abreviada. Mas ſi el vltimo partidor llegô á la vnidad, no es abreviable la proporcion.

Exemplo. Quiereſe abreviar vna proporcion ſuperbiparcientequintas de 140 á 100. Partanſe 140 por 100, y ſobran 40: partanſe 100 por 40, y ſobran 20: partanſe 40 por 20, y ya no hai ſobra. El vltimo partidor, que no dió ſobra es 20, y eſte ſerá el que ſe buſca. Partidos pues 140 por

20,

20, y 100 por 20, queda proporcion abreviada de 7 á 5. Veafe la pagina 42.

Para augmentar, al contrario, vna proporcion reduciendola de menores â mayores numeros, no es meneſter mas, que multiplicar los dos numeros por el multiplicador que ſe quiere. Como ſi ſe quiere augmentar eſta ſeſquialtera de 3 á 2, y ſe eligen 20 por multiplicador, quedará la ſeſquialtera de 60 á 40. Y eſta regla es neceſſaria para quitar quebrados de vna proporcion, y entonces por multiplicador ſe ha de tomar el denominador del quebrado. Como ſi fueſſe vna proporcion de 6 â 5 $\frac{1}{4}$, multipliqueſe vno, y otro numero por el 4, y quedará de 24 á 21.

Regla 3. Continuar proporciones, es buſcar vn tercero numero, que tenga la miſma proporcion con el ſegundo, q̄ tiene el ſegundo con el primero: y con la miſma proporciō buſcar quatro numeros, quinto, ſexto, &c. Eſta continua proporcion puede ſer aſcendiendo, ô deſcendiendo: y de qualquiera ſuerte ſe puede continuar por vno de eſtos dos modos.

Modo 1. Multipliqueſe el numero, que ſe quiere poner por ſegundo, por ſi miſmo, y el producto partaſe por el primero, y ſaldrá el tercero: partido el quadrado del tercero por el ſegundo, dará el quarto: y el quadrado del quarto partido por el tercero, dará el quinto numero, &c. Como ſi ſe quiere continuar aſcendiendo eſta proporcion dupla 2 4. quadrenſe 4, y ſon 16, que partidos por 2 dan 8 para tercer termino: quadrenſe 8, y ſon 64, que partidos por 4 dan 16: y aſſi ſe puede continuar en infinito. Con eſte modo ſe pue-

puede se continuar vna proporcion, no solamente por grados, si no por saltos: por que continuada por 3, ô 4 grados. V. gr. los 4 del Exemplo 2, 4, 8, 16: si el quadrado de 16 se parte por 8 darà el quinto termino: si se parte por 4, darâ el sexto: si se parte por 2 darà el septimo. Luego el quadrado del septimo, si se parte por el primero dará el decimo tercio &c

Modo 2. Multipliquese para ascender, y partase para descender el segundo numero de la proporcion por la denominacion de la proporcion, con que se quiere ascender, ô descender, y saldrâ el tercer termino. Como si se quiere continuar esta sesquialtera de 18 â 12, si es para ascender multipliquense 18 por $\frac{3}{2}$ (denominacion de la sesquialtera) y producen 27. Y si es para descender, partanse 12 por $\frac{3}{2}$, y dan 8 y quedarâ la proporcion cõtinuada assi, 27, 18, 12, 8.

Aduertencia. Para multiplicar vn numero por denominacion de proporcion, V. gr. por esta $\frac{3}{2}$ se multiplica el numero por el mayor 3, y el producto se parte por el menor 2. Para partir vn numero por denominacion, se multiplica el numero por el menor 2, y el producto se parte por el mayor 3. Pero lo mejor es ponerle al numero la vnidad debaxo, y queda como proporcion por proporcion.

Con este segundo modo se puede continnar, no solo con la misma proporcion, si no con diversas: como si despues de esta sesquialtera de 18 â 12, se quiere ascender con vna dupla multipliquense 18 por $\frac{2}{1}$ (denominacion de la dupla) y producen 36. Y si se quiere descender con vna sesquitercia, partanse 12 por $\frac{4}{3}$ y dan 9.

Ninguna proporcion (excepto la del multiplex ascendiendo)

endo) se puede continuar por numeros enteros en infinito, si no es por quebrados: como en esta dupla descendiendo 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, &c. y en esta sesquialtera ascendiendo, ô descendiendo $\frac{4}{3}$, 2, 3, $\frac{9}{2}$, &c. Pero quando se continua hasta cierto termino, se pueden quitar los quebrados, reduciendo los terminos (por la regla 2) â mayores numeros: como en estas proporciones continuadas de los intervalos del Diapason diatonico: **C** 180, **D** 162, **E** 144, **F** 135, **G** 120 **A** 108, **B** 96, **C** 90.

Regla 4. Assi como entre dos numeros se dà proporcion, del mismo modo entre dos proporciones, y esta se llama *proporcionalidad*, *q̃ es vna comparacion entre dos proporciones de vn mismo genero*: como entre dos duplas. Hai tres especies de proporcionalidad, que son *Aritmetica*. *Geometrica*, *y Harmonica*. Proporcionalidad arithmetica es quando las diferencias, que hai entre los dos numeros de cada proporcion, son iguales: como de 1 â 2, y de 2 â 3, cuya diferencia es 1: de 3 â 6, y de 6 â 9, cuya diferencia es 3. Puede ser esta proporcionalidad continua, como 3, 6, 9; ô discontinua, como 3, 6: y 8, 11.

Ponese vn medio proporcional arithmetico entre dos qualesquier numeros, sumando los dos extremos, y la mitad de la suma será el medio: Como si se pide vn medio arithmetico entre 6, y 4, sumense 6 con 4, y son 10, cuya mitad es 5, que será el medio, assi: 6, 5, 4. Y si se quiere poner entre estos otro medio arithmetico, para que salga sin quebrado. doblense primero los numeros assi 12, 10, 8: luego sumense cada dos extremos, y tomese la mitad de la suma, y quedarán assi: 12, 11, 10, 9, 8. Y con el mismo modo se pueden poner otros medios entre estos numeros.

Proporcionalidad *geometrica* es quando las diferencias, que hai entre los dos numeros de cada proporcion, tienen la misma proporcion: como 1, 3, 9 en proporcion tripla, y las diferencias 2, y 6 tambien tripla. Puede ser continua, como 1, 3, 9; ô discontinua, como 1, 3: y 4, 12.

Ponese vn medio proporcional geometrico entre dos qualesquier numeros, multiplicando vn extremo por otro, y del producto la raiz quadra, será el medio: como si se pide vn medio geometrico entre 9, y 4, multipliquense 9, por 4, y son 36, cuya raiz quadra son 6, que será el medio, assi: 9, 6, 4: ambas proporciones, y las diferencias en sesquialtera. Y quando el producto no es numero quadrado racional, jamás se podrá hallar medio geometrico justo, ni por enteros, ni por quebrados, y se llamará medio geometrico sordo: como si se quiere vn medio geometrico entre 6, y 4, multiplicanse 6 por 4, y producen 24 numero irracional, cuya raiz es sorda, y assi lo será el medio.

Si entre dos numeros, se quiere poner vn medio geometrico se multiplica (como ya se dixo) cada vn extremo sensillo por el otro sensillo, y la raiz quadra del producto dá el medio. Para dos, se multiplica cada vn extremo sensillo por el quadrado del otro, y la raiz cubica de los productos dá los dos. Para tres, cada vno sensillo por el cubo del otro y el quadrado del vno por el quadrado del otro, y la raiz quadro-quadrada de los tres productos dá los tres. Para quatro, cada vno sensillo por el quadro-quadrado del otro:

otro: y cada vno quadrado por el cubo del otro, y la raiz sursolida de los quatro productos dá los quatro. Para cinco, cada vno sensillo por el sursolido del otro: cada vno quadrado por el quadro-quadrado del otro: y el cubo del vno por el cubo del otro, y la raiz quadro-cubica dá los cinco. Para seis, cada vno sensillo por el quadro-cubicado del otro: cada vno quadrado por el sursolido del otro: y cada vno cubicado por el quadro-quadrado del otro y la raiz sursolida segunda de los productos dá los seis. Y este orden de Potestades, y raices se proseguirá para sacar siete, ocho, y mas medios geometricos.

Pero quando los medios son de numero impar, como 3, 5, 7, &c. saquese el de enmedio, como si fuesse vno solo: luego entre cada dos otro, &c. Fuera de que en sacando solo vno, y conoscida la proporcion, que tiene con vno de los extremos, se pueden continuar facilmente los demas por la Regla 3. Como si entre 2, y 486 se piden 4 medios geometricos, multipliquense los 486 por 16 (quadro-quadrado del 2) y son 7776, cuya raiz sursolida es 6, que será el segundo numero, y conoscida la proporcion tripla, que hai de 2 â 6 se continuaran facilmente los demas assi, 2, 6, 18, 54, 162 486.

Proporcionalidad *armonica* es, quando las diferencias que hai entre los dos numeros de cada proporcion, tienen la misma proporcion, que el mayor numero de la vna proporcion con el menor de la otra: como de 3 â 4, y de 4 â 6, cuyas diferencias 1, y 2 estan en dupla proporcion, como los extremos 3, y 6. Puede ser esta proporcionalidad continua,

tinua, como 3, 4, 6; ô 3, 4: 4, 6. y no de otra ſuerte.

Poneſe vn medio proporcional harmonico entre dos numeros, partiendo el producto doblado de los extremos (multiplicado vno por otro) por la ſuma de los miſmos dos extremos. Como ſi ſe pide vn medio harmonico entre vna ſeſquialtera de 6 â 4: multipliquenſe 6 por 4, y producen 24, y doblados ſon 48, y eſtos partidos por 10 (ſuma de 6, y 4) ſalen 4, y $\frac{4}{5}$ que ſerá el medio. Y para que no haya quebrado, multipliquenſe todos por el 5 denominador del quebrado, y ſerán 30, 24, 20. Tambien ſe ſaca de otro modo el medio harmonico: ſaqueſe primero el medio arithmetico, V. gr. 6, 5, 4, y multipliquenſe cada dos, y ſaldran 30, 24, 20, como arriba.

Para ſacar medios arithmeticos, geometricos, ô harmonicos entre dos qualeſquier quebrados, reduſganſe ambos â vn comun denominador, luego ſaqueſe el medio, que ſe quiſiere entre los numeradores, y pongaſele el miſmo denominador. Y quando el medio ſale con quebrado, multipliquenſe todos los numeradores, y el denominador comun por el denominador del nuevo quebrado. Y aſsi el medio arithmetico V. gr. entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ quedará en 16, 17, y 18 veinte y quatro abos,

Regla 5. Sumanſe dos, ô mas proporciones, poniendolas como ſi fueſſen quebrados, y deſpues ſe multiplica vn numerador por otro, y vn denominador por otro, y los productos daran la proporcion de la ſuma. Como ſi ſe quiere ſumar vna ſeſquialtera $\frac{3}{2}$ con vna dupla $\frac{2}{1}$. Multipliquenſe 3 por 2, y 2 por 1, y producen vna tripla de 6 â 2. Pero

con

con mas facilidad ſe ſuman, añadiendo por continuacion la vna proporcion â la otra, y luego quitar el medio: como 3, 2, 1: ô 6, 3, 2, en que eſtá la ſeſquialtera con la dupla, quitado el medio, queda la tripla de 3 â 1, ô de 6 â 2.

Para ſaber que proporcion ſe puede reſtar de otra: y qual ſe puede partir por otra, ſe advierte, que en el genero multiplex toda proporcion es menor, que otra, que tuviere menor denominacion: como vna dupla es menor, que vna tripla. En el genero ſuperparticular, y ſuperparciente, es al contrario, mayor la proporcion, quanto menor la denominacion (como en los quebrados) y aſſi vna ſeſquiquarta es mayor que vna ſeſquiquinta. Y en los dos generos compueſtos ſiempre ſe atiende al multiplex, y ſolo quãdo eſte es igual ſe atiende al otro ſimple. Y entre los generos el 4 es mayor que el 5, y eſte mayor que el 1, y eſte mayor que el 2, y eſte mayor que el 3.

Reſtaſe pues, vna proporcion de otra, eſcribiendolas como quebrados, y multiplicando en cruz: como ſi ſe quiere reſtar vna ſeſquitercia $\frac{4}{3}$ de vna dupla $\frac{2}{1}$, multipliquenſe 4 por 1, y 2 por 3, y producen vna ſeſquialtera de 6 â 4, q̃ ſerá el reſto. Pero con mas facilidad ſe reſtan, metiendo la proporcion menor dentro la mayor por continuacion, y luego quitar el vn extremo de la menor, y queda el reſto: como 4, 3, 2, quitando el 4 queda vna ſeſquialtera; ô en 6, 4, 3, quitando el 3 queda la ſeſquialtera.

Multiplicaſe vna proporcion por otra del miſmo modo, que ſe ſuman: y por eſto dicen algunos que no ſe vſa multiplicar proporciones. Pero propriamente multiplicar

pro-

proporciones es continuarlas, como 6, 2, 1; ô 6, 3, 1, que es vna dupla con vna tripla.

Parteſe vna proporcion por otra del miſmo modo, que ſe reſtan: y por eſto dicen tambien algunos, que no ſe vſa partir proporciones. Pero propriamente partir es meterle â la mayor vn medio, que aparte la menor, como para partir vna ſextupla de 6 â 1 por vna tripla de 6 â 2; ô de 3 â 1, metaſe el 2, ô el 3 entre 6, y 1, aſſi 6 2, 1; ô aſſi 6, 3, 1, y quedará partida por vna tripla, y el quociẽte ſerá vna dupla. Aſſi ſe parte la dupla de vn Diapaſon por todas las proporciones de las conſonancias, y diſonancias ſimples, que ſe hallan dentro de él.

Para multiplicar, ô partir vn numero qualquiera por denominacion de proporcion, pongaſele la vnidad debaxo y queda como proporcion por proporcion.

CAPITVLO VIIJ.

DE *LAS PROGRESSIONES.*

PROGRESSION NVMERICA ES vna ſerie de numeros que caminan cõ vn exceſſo ordenado de vnos â otros: como 1. 2, 3, 4, &c. 2, 4, 6, 8, &c. La progreſſion numerica vna es Arithmetica, y otra Geometrica. De cada vna tratare deſpues, y primero de las coſas comunes â vna, y otra.

Todos los numeros de vna progression se llaman terminos: el primer termino puede ser la cantidad, q̃ se quisiere: como tambien el excesso de vno â otro, pero ordenado en cantidad, ô en proporcion: como 6, 12, 18, 24, que todos se van excediendo en 6: ô como 4, 8, 16, 32, que se van excediendo en proporcion dupla.

Cinco cosas se concideran en vna progression. La 1, la cantidad del primer termino. La 2, la cantidad del vltimo termino. La 3, el numero de los terminos. La 4, el excesso de vno â otro. Y la 5, la suma de toda la progression. Lo que averigua el Arithmetico â cerca de esto, es sacar vna, ô dos cosas, que se ignoran de estas cinco, conoscidas las demas. Las reglas para esto serán forçosamente 10 por razõ de cõbinaciõ, como se vé ẽ estas letras siguiẽtes.

1 por	P V N	sacar	S E.	§	6 por	P S E	sacar	V N
2 por	P V S	sacar	N E.	§	7 por	V N S	sacar	P E
3 por	P V E	sacar	N S.	§	8 por	V N E	sacar	P S
4 por	P N S	sacar	V E.	§	9 por	V S E	sacar	P N
5 por	P V E	sacar	V S.	§	10 por	N S E	sacar	P V

De la progression Aritmetica

Progression arithmetica es vna serie de numeros, que se van excediendo vnos â otros en vna misma cantidad. como 1, 2, 3, 4, &c. con 1 de excesso: y esta se dice progressiõ natural: ô como 3, 5, 7, 9, cõ 2 de excesso: 5, 10, 15, 20, cõ 3

Regla 1. Conoscido el primero, y vltimo

rettermino, y el numero de los terminos, facar la fuma, y el exceſſo. Junteſe el primer termino con el vltimo, y la ſuma multipliqueſe por la mitad del numero de los terminos, y el producto ſerá la ſuma de toda la progreſſion. O multipliqueſe el numero de los terminos por la mitad de la ſuma del primero, y vltimo, y ſale el miſmo producto. Para ſacar el exceſſo, reſteſe el primer termino del vltimo, y el reſto partaſe por el numero de los terminos, quitado vno, y el quociente ſerá el exceſſo.

Exemplo. Vno rezó â la Santiſſima Virgen Nueſtra Señora por 9 dias: el primero 67 *Ave-Marias*, y rezando cada dia mas, que el antecedente, el noveno rezó 155. Preguntaſe quantas ſerian todas las *Ave-Marias*, y quantas rezaria demas cada dia? Junteſe 67 con 155, y ſon 222, q̄ multiplicados por 4 $\frac{1}{2}$ (mitad de los 9 dias) producen 999 *Ave-Marias*. Luego reſtenſe 67 de 155, y quedan 88, que partidos por 8 (los dias menos vno) dan 11 de exceſſo en cada dia.

Regla 2. Conoſcido el primero, y vltimo termino, y la ſuma, ſacar el numero de los terminos, y el exceſſo. Partaſe la ſuma por la ſuma del primero, y vltimo termino, y el quociente doblado ſerá el numero de los terminos. El exceſſo ſe ſacará por la Regla 1. Como en el Exemplo antecedente: vno rezó el primer dia 67 *Ave-Marias*, y el vltimo 155, y por todas 999. Preguntaſe quantos dias rezaria, y quantas Ave-Marias mas en cada dia? Partanſe 999 por 222 (ſuma de 67, y 155) y ſalen 4 $\frac{1}{2}$, que doblados hacen 9 dias. El exceſſo ſerá 11 por la Regla 1.

Re-

Regla 3. Conoſcido el primero, y vltimo termino, y el exceſſo, ſacar el numero de los terminos, y la ſuma. Reſteſe el primer termino del vltimo, y el reſto partaſe por el exceſſo, y el quociente con vno mas ſerá el numero de los terminos. La ſuma ſe ſacará por la Regla 1. Exemplo Vno ſalió de Goathemala para Chiapa, y caminaba 10 leguas cada dia. Salió ſu criado 2 dias deſpues, pero caminaba 12 leguas cada dia: preguntaſe en quantos dias álcanſaria â ſu amo, y â quantas leguas? El termino mayor es 20 leguas, que le faltaban el primer dia para alcanſar â ſu amo y el termino menor es cero, quando le alcanſó, y el exceſſo 2. Reſteſe cero de 20. y quedan 20, que partidos por 2 salen 10, y con vno mas ſon 11 dias. Las leguas ſerán 110, por la Regla 1.

Regla 4. Conoſcido el primero termino, el numero de todos, y la ſuma, ſacar el vltimo termino, y el exceſſo. Partaſe la ſuma por la mitad del numero de los terminos, y del quociente reſteſe el primer termino, y ſale el vltimo. El exceſſo por la Regla 1. Exemplo. En 40 dias de epidemia murieron 4100 perſonas, que havia en vn lugar, haviendo empezado por 5: para ſaber quantas fueron el vltimo dia, partanſe 4100 por 20 (mitad de los dias) y del quociente 205, reſtenſe 5 del primer dia, y quedan 200 del vltimo. El exceſſo de cada dìa es 5 por la Regla 1.

Regla 5. Conoſcido el primero termino, el numero de todos, y ſu exceſſo, ſacar el vltimo, y la ſuma. Multipliqueſe el exceſſo por el numero de los terminos, quitado vno, y el producto junto con el primer termino, ſerá el vltimo. Y la ſuma por la Regla 1. Exemplo. Ganando vno el primer dia 4 reales, y cada dia 2 mas, que ganarà al 25 dias, y quanto en todos? Multipliquenſe 2 por 24, y el producto 48 junto con 4 ſon 52 de ganancia del dia 25. La ſuma es de 700 reales por la Regla 1.

Regla 6. Conoſcido el primero termino, el exceſſo, y la ſuma, ſacar el vltimo, y el numero de los terminos. La regla, que dan para eſto los Autores, es moleſtiſſima; y aſſi me parece mas facil continuar la progreſſion ſobre el primer termino, haſta ajuſtar la ſuma conoſcida, y ſe ſabrá qual es el vltimo termino, y el numero de todos. Como en el Exemplo antecedente, el primer termino es 4, continueſe ſobre él, con el exceſſo 2 la progreſſion 4 6, 8, 10 &c. y ſe hallará, que ſe ajuſta la ſuma de 700 â los 25 terminos, y que el vltimo es 52.

Regla 7. Conoſcido el vltimo termino, el numero de todos, y la ſuma, ſacar el primero, y el exceſſo. Partaſe la ſuma por la mitad del numero de los terminos, y del quociente reſteſe el vltimo termino, y ſale el primero. El exceſſo por la Regla 1. Exemplo. Caminando cada dia mas, q̄ el antecedente, al decimo dia caminé 22 leguas, y en todos los 10 dias, havia andado 130. Quantas leguas caminaria el primer dia, y quantas mas cada dia? Partanſe 130 por 5 (mitad de los terminos) y del quociente 26 reſtenſe los 22 y quedarā 4 del primer dia. El exceſſo ſerá 2 por la regla 1.

Regla 8. Conoſcido el vltimo termino, el numero de todos, y ſu exceſſo, ſacar el primero, y la ſuma. Multipliq̄ſe el exceſſo por el numero de los terminos, quitado vno, y el

pro-

producto reſteſe del vltimo termino, y el reſto ſerá el primero. La ſuma por la regla 1. Supongamos (ſegun el exemplo antecedente) que caminando 2 leguas mas cada dia, q̄ el antecente, al decimo dia anduve 22: quantas caminaria el primer dia, y quantas en todos los 10 dias? Multipliquēſe 2 de exceſſo por 9, y producen 18, que reſtados de 22, quedan 4 del primer dia. La ſuma ſerá de 130, por la regla 1:

Regla 9. Conocſcido el vltimo termino, la ſuma, y el exceſſo, ſacar el primero, y el numero de los terminos: Eſta regla es compañera de la 6. Continueſe la progreſſion deſcendiendo del vltimo termino, haſta ajuſtar la ſuma conoſcida, y ſe ſabrá qual es el primer termino, y el numero de todos. Exemplo. Hicieron vna fortificacion 4400 hombres, trabajando cada dia 100 mas, que el antecedente, deſuerte que el vltimo dia trabajaron 900: con quantos ſe empezaria, y en quantos dias ſe acabaria? Continueſe la progreſſion deſcendiendo de 900, como 800, 700 &c. y ſe hallará, que ſe ajuſta la ſuma de 4400 â los ocho dias, y que en el primero trabajaron 200.

Regla 10. Conoſcido el numero de los terminos, ſu exceſſo, y la ſuma, ſacar el primero, y vltimo termino. Partaſe la ſuma por el numero de los terminos y apunteſe el quociente: multipliqueſe el numero de los terminos, quitado vno, por el exceſſo, y la mitad del producto reſteſe del quociente, que ſe guardô, y el reſto ſerá el primer termino: y reſtado el primer termino del duplo del quociente ô añadida la mitad del producto al quociente, queda el vltimo termino. Exemplo. 16 perſonas dieron 200 peſos de limoſ-

limoſna para vna obra, dando cada vnõ vn peſo masque el otro: quanto daria el que menos, y quanto el que mas? Partanſe 200 por 16, y guardeſe el quociente 12, y $\frac{1}{2}$: luego mnltipliquenſe 15 por 1, y la mitad del producto, que ſon 7, y $\frac{1}{2}$ reſtenſe del quociente 12, y $\frac{1}{2}$, y quedan 5, que ſon los peſos, que diò el que menos: y reſtados 5 de 25 (duplo del quociente) quedan 20 que diò el que mas: ô añadanſe 7, y $\frac{1}{2}$ â 12 $\frac{1}{2}$ y ſon 20.

Regla vltima extravagante. Puede haver progreſſion arithmeticá con dos, ô mas exceſſos diferentes que ſe vayan alternando con orden: como en los exemplos ſiguiẽtes.

Exemplos	A	b	a	b	a	b	a	Exceſſos
Primero	1	2	5	6	9	10	13	(1, y 3
	A	b	c	A	b	c	A	
Segundo	2	4	7	11	13	16	20	(2, 3, y 4

Eſte genero de progreſſiones, no es otra coſa, que tener dos, ô mas eſpecies interpoladas, con las quales apartadas, ſe podrá ſacar qualquiera coſa que ſe ignore, por las reglas antecedentes. V. gr. en el primer exemplo ſon propriamente dos progreſſiones vna A a con 4 de exceſſo, y otra B b con otros 4 de exceſſo. En el ſegundo exemplo ſõ tres progreſſiones interpoladas, vna A a, otra B b, y otra C c cada vna con 9 de exceſſo. Y para ſaber quantos terminos tiene cada progreſſion ſenſilla, partaſe el numero de todos por el numero de exceſſos, y el quociente dará los terminos de cada vna, y ſi hai ſobra, ſe reparte en las primeras

Ahora ſupongamos, que ſe pide la ſuma de la propreſſiõ

A b,

A b, que tiene dos excessos: partanse 7 terminos por dos, y caven â 3 terminos â cada vna y â la primera A a se le dará vno que sobra. Saquese primero la suma de A, y luego la de B, y juntas daran toda la suma. Y â este modo se sacaran otras cosas, que se ignoren.

De la progression Geometrica.

Progression geometrica es vna serie de numeros, que se van excediendo vnos â otros en vna misma proporcion: como 2, 4, 8, 16, &c. que se exceden en dupla: 1, 3, 9, 27, &c. en tripla: 27, 18, 12, 8, que descienden en sesquialtera.

La progression geometrica vna se dice infinita, y otra finita. La infinita es la que se puede continuar en infinito por numeros enteros, ascendiendo, ô descendiendo. La finita es la que no se puede continuar, ni ascendiendo, ni descendiendo, por numeros enteros si no solo por quebrados. Ninguna progression geometrica puede ser infinita con numeros enteros si no solo la que ascendiere con proporciõ del genero multiplex como con dupla, tripla, &c. Veasе lo que se dixo en la regla 3 del Capitulo 7.

Las mismas cinco cosas, que en la progression arithmetica se conciderán en la geometrica, conviene â saber: 1 el termino minimo, 2 el maximo, 3 el numero de terminos, 4 la proporcion, en que se exceden, y 5 la suma. Y assi para sacar vna. ô dos cosas, que de estas se ignoren, conoscidas las demas, seran menester otras 10 reglas q̃ son las siguiẽtes

Regla 1. Conoscido el termino minimo, y el maximo, y el numero de los terminos, sacar la proporcion del excesso, y la suma. Saquese el segundo termino por la regla 4 del Cap. 7 de sacar medios proporcionales geometricos, y se sabrá la proporcion, que tiene con el primero; ô saquese el penultimo, y se verá, la que tiene con el vltimo.

Exemplo. En nueve dias se hizo vna obra à todo costo, el qual empezó el primer dia por 5 pesos, y iendose gastando mas cada dia âproporciõ, enel noveno fue el gasto de 32805 pesos. Preguntase, quanto se gastaria de mas cada dia, y quãto seria todo el costo. Saquese el segundo termino, de este modo: multipliquese el maximo por el minimo, y del producto la raiz quadra, dará el quinto termino: multipliquese este por el minimo, y del producto la raiz quadra dara el tercero: y multiplicado este por el minimo, la raiz quadra del producto darâ el segundo termino, que serâ 15. Partidos 15 por 5, el quociente 3 dá la denominacion tripla âla proporcion: y diremos, que cada dia se iba triplicando el gasto.

Conoscido el termino minimo, y maximo, y la proporcion del excesso, se sacarâ la suma de este modo. Restese el minimo del maximo, y el resto partase por el denominador de la proporcion, quitado vno, y el quociente junto con el termino maximo, serâ la suma. Como en el exemplo propuesto, restense 5 de 32805, y quedan 32800, que partidos por $\frac{2}{1}$ (denominador de la proporcion tripla, quitando vno) salen 16400, y esto junto con 32805, serâ la suma de 49205 pesos. Veáse otro modo en la Regla 3.

Quandola progression desciende en infinito (que en-

ton-

tonces no ſe conoce el termino minimo) el maximo, ſin reſtarle coſa, es el que ſe parte por el denominador, &c. V. gr. en el exemplo antecedente: ſupongamos, que el gaſto del primer dia fueſſe el del termino maximo, de 32805, y que cada dia ſe gaſtaſe ſolo la tercia parte del antecedente: digo, que aunque ſe proſiguieſſe gaſtando por toda la eternidad, aun no ſe llegaria cavalmente â la ſuma, que es de 49207 peſos, y $\frac{1}{2}$, por q̃ 32805 partidos por $\frac{2}{1}$ dan 16402, y eſto junto con los miſmos 32805 ſuman 49207 $\frac{1}{2}$.

Dos coſas hai, que advertir para la inteligencia de eſta, y de las demas reglas ſiguientes La 1. es, que (como ya ſe dixo en el cap. 7) para multiplicar vn numero, ô partirlo por denominador de proporcion. V. gr. vn 5 por eſte $\frac{3}{2}$. ſe le pone al 5 la vnidad debaxo, y queda como proporcion $\frac{5}{1}$, y entonces ſe multiplica, ô ſe parte por $\frac{3}{2}$ ſegun la regla 5 del dicho capitulo 7.

Lo 2, que ſe advierte es, que quando ſe dice, que ſe quite vno al denominador de la proporcion, ſe entiende, no vna vnidad; ſi no vn tanto como el numero menor de la proporcion. Como ſi ſe quita vno del denominador de la ſeſquialtera $\frac{3}{2}$, queda en $\frac{1}{2}$. ſi de la dupla, queda en $\frac{1}{1}$: ſi de la ſeſquiquarta $\frac{5}{4}$ queda en $\frac{1}{4}$. Y del miſmo modo ſe entiende, quando ſe dice, que ſe añada vno al denominador.

Regla 2. Conoſcido el termino minimo, y maximo, y la ſuma, ſacar la proporcion del exceſſo y el numero de los terminos. Reſteſe el termino minimo del maximo, y reſteſe el maximo de la ſuma: luego partaſe el primer reſto por el ſegundo (aunque eſte ſea mayor, que el otro) y el quo-

ciente

ciente con vno mas (vn tanto mas, como el denominador del quebrado, que ſaliere) ſerá el denominador de la proporcion. Y conoſcida eſta ſe podrá continuar la progreſſion para ſaber el numero de los terminos. Si la progreſſion es deſcendiendo en infinito (que entonces no hai termino minimo) el primer reſto ſerá el termino maximo, y eſte ſe reſtará de la ſuma, &c.

Regla 3. Conoſcido el termino minimo, y maximo, y la proporcion del exceſſo, ſacar el numero de los terminos, y la ſuma. Multipliqueſe el termino minimo por la denominacion de la proporcion (Veaſe la regla 3 del Cap. 7) y ſaldrá el ſegundo termino, y por eſte ſe ſacará el tercero, y por eſte el quarto &c. haſta llegar al maximo. La ſuma ſe ſacará por la regla 1. Exemplo. Supongamos, que deſciende vna progreſſion en proporcion quintupla deſde eſte termino maximo 2500, haſta eſte minimo 4. Multipliquēſe 4 por $\frac{5}{1}$ (denominacion de quintupla) y producen 20, q̄ ſerá el ſegundo termino: Multipliquenſe 20 por $\frac{5}{1}$ y producen 100, y eſtos por $\frac{5}{1}$ dan 500, y eſtos por $\frac{5}{1}$ dan 2500, q̄ es el termino maximo, y tendrá la progreſſion 5 terminos. La ſuma por la regla 1 ſerá 3124.

Puedeſe ſacar la ſuma de otro modo: Continueſe vn termino mas ſobre el maximo, y reſteſe de dicho termino, el minimo, y el reſto partaſe por el denominador de la proporcion, quitado vno, y ſale la ſuma

Regla 4. Conoſcido el termino minimo, el numero de los terminos, y la ſuma, ſacar el termino maximo, y la proporcion del exceſſo. En la progreſſion geometrica no ſe pue

de

de ſacar el exceſſo ſin conoſcer el termino minimo, y maximo; ni al contrario, ſe puede ſacar el termino minimo, ô el maximo ſin conoſcer la proporcion del exceſſo. Lo que ſe hace en ſemejante caſo es poner por denominador de la proporcion al termino minimo; ô al contrario el denominador por termino minimo: y continuar la progreſſion.

Regla 5. Conoſcido el termino minimo, el numero de los terminos, y la proporcion del exceſſo, ſacar el termino maximo, y la ſuma. Continueſe la progreſſion por grados, ô por ſaltos, haſta ſacar el termino maximo, por la regla 3 del Cap. 7. La ſuma ſe ſacará por la regla 1, ô 3. Exemplo. Vno ſembro vn grano de trigo, y al primer año cogio 100: ſembró todos eſtos, y al ſegundo año le dieron 1000: y ſembrãdo ſiempre todo, lo q̃ cogia, cogia ſiẽpre 100 por vno. Preguntaſe quanto cogeria en 9 años. Continueſe la progreſſion haſta eſte quinto termino 100000. Multipliqueſe eſte termino por ſi miſmo, y el producto partaſe por el primero 1. y ſaldrá el noveno termino de 1000000000 granos. La ſuma ſerá de 111111111.

Regla 6. Conoſcido el termino minimo, la proporcion del exceſſo, y la ſuma, ſacar el termino maximo, y el numero de los terminos. Multipliqueſe la ſuma por el denominador de la proporcion, quitado vno, y al producto añadaſe el termino minimo (ſi es deſcendiendo en infinito no hai que añadirle,) y partaſe por el denominador, ſin quitarle coſa, y el quociente ſerá el termino maximo. Para ſacar el numero de los terminos, continueſe la progreſſion (por la regla 3 del Cap. 7) haſta el maximo.

Regla 7. Conoſcido el termino maximo, el numero de los terminos, y la ſuma, ſacar el termino minimo, y la proporcion del exceſſo. Veaſe lo que ſe dixo en la Regla 4.

Regla 8. Conoſcido el termino maximo, el numero de los terminos, y la proporcion del exceſſo, ſacar el termino minimo, y la ſuma. Continueſe la progreſſion deſcendiendo por grados, ô por ſaltos, haſta ajuſtar el numero de los terminos, y ſe ſabrâ qual es el minimo. La ſuma ſe ſacara por la regla 1. Exemplo: andando el octavo Cielo de oriente â poniente en vn minuto de tiempo 546072 leguas, y cada vno de los inferiores la mitad de lo que ſu ſuperior antecedente: quanto andara el Cielo de la Luna en vn minuto? Continueſe la progreſſion deſcẽdiendo deſde 546072, iendo partiendo por $\frac{2}{1}$ denominador de dupla, y le cabrán al primer cielo 4266 leguas.

Regla 9. Conoſcido el termino maximò, la proporcion del exceſſo, y la ſuma, ſaçar el termino minimo, y el numero de los terminos. Reſteſe el termino maximo dela ſuma, y el reſto multipliqueſe por el denominador de la proporcion, quitado vno, y el producto reſteſe del termino maximo, y quedará el minimo. El numero de los terminos ſolo ſe puede ſacar, continuando la progreſſion por grados, ô ſaltos. Si la progreſſion es deſcendiendo en infinito, ni vno, ni otro, ſe hallará jamas: como ſi vno huvieſſe de hacer vn viage de 16 leguas, y que el primer dia caminaſſe 8, y en los demas dias ſiempre la mitad de lo que el dia antecedente: en toda la eternidad llegará al punto de las 16 leguas: que es coſa que çauſa admiracion,

Re-

Regla 10. Conofcido el numero de los terminos, la fuma, y la proporcion del exceffo, facar el termino minimo, y maximo. Continuefe vna progreffion con la proporcion conofcida, defde el termino, ô numero, que fe quifiere, hafta ajuftar el numero de los terminos, y hagafe la fuma, ô faquefe por la regla 1. Multipliquefe la primera fuma de la demanda por el termino minimo, ô por el maximo (el que fe deffeare facar) y el producto partafe por la fegunda fuma, y faldrâ el termino, que fe bufca. El otro fe facarâ, ô por la mifma regla; ó por la regla 5, ô 6.

Regla vltima extravagante. Puede haver progreffion geometrica con dos, ô mas proporciones diverfas, que fe vayan alternando con orden: como en los exemplos figuientes, el primero con dos exceffos, y el fegundo con tres,

Exemplos	A	b	a	b	a	b	a	b	Excef.
Primero	1	2	3	6	9	18	27	54	($\frac{2}{1}$ $\frac{3}{2}$
	A	b	c	A	b	c	A	b	
Segundo	1	3	4	6	18	24	36	108	(3 $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$

En efte genero de progreffiones vienen dos, ô mas interpoladas todas con vna mifma proporcion. V. gr. en el primer exemplo fe hallan dos progreffiones interpoladas, vna Aa con la proporcion tripla, y otra Bb con la mifma proporcion tripla: y en el fegundo exemplo haì tres progreffiones interpoladas, pero cada vna con la proporcion fextupla. Para faber quantos terminos tiene cada vna fenfilla, partafe el numero de todos por el numero de diverfos exceffos, y el quociẽte darâ los terminos de cada; vna y fi en la

par-

particion ſobra 1 déſele demas â la primera: ſi ſobran 2, déſele otro â la ſegunda, &c.

Entendido eſto, ſi ſe pide V. gr. la ſuma de vna progreſſion ſemejante, ſaqueſe primero (por las reglas antecedentes) la de Aa, luego la de Bb, deſpues la de Cc, &c. y todas las ſumas juntas en vna, daran la de toda la progreſſiõ. Y â eſte modo ſe pueden ſacar otras coſas, que acerca de ella ſe ignoran.

CAPITVLO IX.

DE LA REGLA DE TRES.

LA REGLA DE TRES SE COMPONE DE tres numeros conoſcidos, por los quales ſe ſaca otro quarto, que ſe ignora, y por eſſo ſe llama *Regla de tres*, y por ſu mucha vtilidad la llaman tambien *Regla aurea*: es la Algebra menor, pues por ella ſe deſatan todas las dificultades, que no ſon reſervadas â la Algebra mayor. Diré primero ſu composicion, luego el modo de ſacar el quarto numero, y deſpues todos los accidentes, con que pueden venir los tres numeros, para que conoſcidos ſe puedan deſatar qualesquier demandas.

§ 1. *De la compoſicion de la regla de tres*

La regla de tres ſe compone (como dixe) de tres numeros, que ſe llaman terminos. Poneſe por primer termino vna demanda, y por ſegundo ſu reſpueſta ya conoſcida: lue-

luego ſe pone por tercer termino otra demanda â cerca de la miſma materia, y ſe deſſea ſu reſpueſta, la qual dirá el quarto numero, que ſe ſacare. Exemplo: deſſeo ſaber quā-to valdran 20 varas de paño: para eſto pregunto primero, quanto vale vna vara de dicho paño, y me reſponden, que 4 peſos, y medio, ya con eſto podré componer la regla de tres, y pondré por primer termino la 1 vara, que es la demanda, por ſegundo los 4 peſos, y medio, que es la reſpueſta conoſcida, y por tercero las 20 varas de la otra demanda, y diré: ſi 1 vara de paño vale 4 peſos, y quatro reales: 20 varas, quanto valdrán? La reſpueſta ſaldrá en el quarto termino.

Por que ſe ha de ſaber, que aſſi como el tercer termino es demāda, como el primero, â cerca de vna miſma materia, V. gr. â cerca del paño: de la miſma manera el quarto numero ha de ſer reſpueſta, como el ſegundo, â cerca de vna miſma materia, V. gr. â cerca del precio. Por lo qual el tercer termino ſiempre ſe ha de poner de la miſma eſpecie, que el primero: como ambos de medida, ambos de peſo, ambos de moneda, ambos de tiempo, ô lugar, ô perſona &c. Por que de otra ſuerte fueran demandas ridiculas; decir: ſi 2 varas de paño valen 9 peſos: 20 libras de canela, que valdran? por que la ſegunda demanda, ni en la materia, ni en la medida es ſemejante â la primera.

Aſſimiſmo el quarto numero, que ſe buſca, ha de ſer ſiempre de la miſma eſpecie, que el ſegundo: por que de otra ſuerte ſuera buſcar reſpueſta ridicula, decir: ſi 2 varas de paño valen 9 peſos: 20 varas de paño, quanto peſaran? por que la respuesta, que se busca es de otra especie, que la primera, debiendose buscar tambien de moneda.

§ 2. *Como se saca el quarto numero*

El modo de sacar el quarto termino de la respuesta, que se dessea, es multiplicar vno de los tres terminos de la regla por vno de los otros, y el producto partirlo por el que queda, y el quociente será el quarto numero. Y lo mismo es partir primero vno de los tres por otro, y el quociente multiplicarlo por el q̄ queda, y el producto será el quarto num.

Siendo por tres los terminos de la regla, y que cada vno puede servir de partidor del producto de los otros dos; ô cada vno de multiplicador del quociente de los otros 2: claro está, que por razon de combinacion, havrá tres modos diversos de desatar la regla de tres, pues: con cada vno sale diverso el quarto numero: como se verá en la demanda del exemplo siguiente, que está desatada por todos los tres modos, y en cada vno señalado el partidor entre parenthesis.

Terminos		1		2	3		4
1 Modo	Si	(2)	dan	3:	6	daran	9
2 Modo	Si	2	dan	3:	(6)	daran	1
3 Modo	Si	2	dan	(3)	6	daran	4

En el 1 modo se multiplica el segundo numero por el tercero, y se parte por el primero: como 3 por 6 son 18, que partidos por 2 dan 9. En el 2 modo se multiplica el primer numero por el segundo, y se parte por el tercero: como 2 por 3 son

3 ſon 6, que partidos por 6 dan 1. Y en el 3 modo ſe multiplica el primer numero por el tercero, y ſe parte por el ſegundo: como 2 por 6 ſon 12, que partidos por 3 dan 4. Del 1 modo ſe vſa en la regla *Directa*, del 2 en la *Everſa*, y del 3 en ambas, quando vienen mal ordenadas.

§ 3. *De la Regla de tres Directa.*

Siempre que la regla de tres ſe forma para ſacar vna proporcion ſemejante â otra, ſe ſaca el quarto numero por el 1 modo, que es multiplicar el ſegundo numero, por el tercero, y el producto partirlo por el primero: ô partir por el primero vno de los otros dos, y el quociente multiplicarlo por el que queda. Llamaſe eſta regla *Proporcional*, por que ſale el quarto numero con el tercero en la miſma proporcion, que tuviere el ſegundo con el primero: como en el 1 modo del exemplo, la proporcion ſeſquialtera, que ſalió de 6 â 9 es la miſma, que de 2 â 3. Y aſſimiſmo el ſegundo, y quarto numero de las dos reſpueſtas ſalen en la miſma proporcion, que el primero, y tercero de las dos demandas: como la proporcion tripla, q̄ ſalió de 3 â 9, es la miſma q̄ de 2 â 6:

Llamaſe *Regla directa*, por que cada proporcion de las dichas con ſu ſemejante, ſale derecha, ambas de menor deſigualdad, ô ambas de mayor deſigualdad: eſtó es, ambos antecedentes menores, que ſus conſequentes, como en las proporciones del exemplo; ô ambos antecedentes mayores q̄ ſus conſequentes. Y finalmente multiplicando el primero por el quarto, y el ſegundo por el tercero: eſto es, cada demanda por la reſpueſta de la otra, ſalen iguales los produc

tos

tos: como 2 por 9 ſon 18, y 3 por 6 ſon 18. Y eſta es la prueva general para ſaber ſi eſtá bien hecha la regla de tres directa

Exemplo de la regla proporcional directa.

Si 125 paſſos geometricos comunes dan 1 quadra: 2000 paſſos, que anduvo San Dyoniſio con ſu cabeça en las manos, quantas quadras daran? Multiplicaſe 1 por 2000, y producen 2000, q̄ partidos por 125 dan 16 quadras, y quedaran los quatro terminos de eſta manera.

Si 125 dan 1. 2000 daran 16.

Aqui la miſma proporcion de mayor deſigualdad, q̄ hai de 125 â 1, ſalió de 2000 â 16. Como tambien la miſma proporcion de menor deſigualdad, que hai de 1 â 16, ſalió de 125 â 2000. Y multiplicando 125 por 16, y 1 por 2000 ſalen los productos iguales.

§ 4 *De la regla de tres Everſa*

Siempre que las demandas de la regla de tres miran â alguna otra coſa vnica, y diverſa de los tres terminos de la regla: como alguna accion, ô alguna capacidad de plano, ô ſolido, û otra coſa, que eſté fuera de los terminos: es regla de tres everſa, y ſe deſata por el ſegundo modo, multiplicando el primero por el ſegundo numero, y el producto ſe parte por el tercero; ô partaſe por el tercero vno de los otros dos, y el quociente multipliqueſe por el que queda, y de qualquier modo ſale el quarto numero, que ſe buſca.

Exemplo de la regla proporcional everſa.

Si

Si en vn esquadron de cierto numero de soldados, 20 por costado dan 40 por frente: echandole 25 por costado, quantos se le daran por frente. Ya se vé como aqui la demanda mira â vna capacidad plana de cierto numero de soldados, que está fuera de los tres terminos de la regla: por lo qual, multipliquese el primer termino 20 por el segundo 40, y el producto 800 (q̃ es el numero de soldados) partase por 25, y salen al quarto numero 32 por frente, y quedaran los quatro terminos de esta manera.

Si 20 dan 40: 25 daran 32.

Llamase esta *Regla eversa*, assi por que se desata al revez de la directa, como por que la proporcion, que hai del primero al quarto termino (que en el exemplo es sesquiquarta de menor desigualdad) sale la misma, pero al revez, de mayor desigualdad, del segundo al tercero termino, Y finalmente multiplicando el primero por el segundo, y el tercero por el quarto: esto es, cada demanda por su respuesta, salen iguales los productos: como 20 por 40 son 800, y 25 por 32 son 800. Y esta es la prueva general, para saber si está bien hecha la regla de tres eversa.

§ 5. *Quando se desata la regla de tres por el 3 modo*

El 3 modo (como se dixo arriba) es multiplicar el primer numero por el tercero. y partir por el segundo. Este modo no es de regla directa, por que aunque sale el quarto numero con el tercero en la misma proporcion que el segundo con el primero (como en la directa) pero sale la proporcion al revez como en la eversa; ni es de eversa, por

quo

que aunque sale la misma proporcion de primero al quarto termino, que hai del segundo al tercero (como en la eversa.) pero sale al derecho como en la directa: y sobre todo las respuestas de segundo, y quarto termino salen desproporcionadas con sus demandas.

Por lo qual nunca se vsa de dicho modo, si no es, quando la regla directa, viene mal ordenada, con el primer termino por segundo, y el segundo por primero; ô la eversa con el segundo termino por tercero, y el tercero por segũdo. Como si dixeramos: Si 6 pesos es lo que valen 4 varas de tafetan: 15 varas, quanto valdran? Esta es regla directa mal ordenada, y por esso se desatará por el tercer modo. Y si dixeramos: si por genero de $\frac{2}{3}$ de ancho, quiero tomar genero de $\frac{5}{6}$ de ancho. por 5 varas de aquel, quantas tomaré de este: Esta es regla eversa mal ordenada, que solo entonces se desatará por el tercer modo.

Conoscese el equivoco en semejantes questiones siempre que vienen dos terminos seguidos de vna misma especie: como en el exemplo de la directa, el segundo, y tercero termino de las varas del tafetan: y el de la eversa el primero, y segundo termino de los anchos del genero; porque en la regla bien ordenada siempre vienen las dos especies interpoladas, como primero, y tercero de vna, y segundo, y quarto de otra. Y aunque todos quatro terminos sean de vn genero, V. gr. todos de moneda; no dexa de haver dos especies diversas, como dinero de resivo, y dinero de gasto: dinero de principal, y dinero de reditos, &c. Fuera de esto las pruevas generales, que se han puesto para la regla di-

recta,

recta, y everſa, diran ſi eſtuvieron bien, ô mal ordenadas.

§ 6. *De la regla de tres con quebrados, ó decimales.*

Quando los terminos de la regla de tres directa, ô everſa vienen con quebrados para deſatarla, ſe hara primero vna de eſtas dos coſas. La 1. Reduſganſe los enteros (ſi los hai) de los dos terminos, que ſe han de multiplicar vno por otro, â la eſpecie de ſu quebrado: y ſi en vno de los terminos hai enteros ſolos, pōgaſeles la vnidad por denominador luego ſe multiplicarán (como ſe acoſtumbra) vn numerador por otro, y vn denominador por otro, y queda hecho el producto. Y para la particion ſe reducirán primero los numeradores â vna eſpecie, multiplicando en cruz, como ſe acoſtumbra, luego ſe hace la particion, como de enteros, y ſaldrá el quarto numero, que ſe buſca.

Exemplo. Si $\frac{3}{4}$ de liſton valen 5 reales: 4 varas, y $\frac{1}{2}$ q̄ valdran? Eſta es demanda de regla directa, y aſſi para multiplicar el ſegundo numero por el tercero, ſe reducirán à quebrados ſolos, aſſi $\frac{5}{1}$ por $\frac{9}{2}$, y multiplicado vn numerador por otro, y vn denominador por otro, producen 45 dos abos y para partirlos por los $\frac{3}{4}$, ſe reducen los numeradores â vna eſpecie, multiplicando en cruz, y ſe partiran 180 por 6, y ſalen al quociente 30 reales, q̄ valen las 4 varas, y $\frac{1}{2}$

El 2. modo es reducir deſde el principio todos los tres terminos de la regla â vna ſola eſpecie de quebrado: luego hacer la regla como con enteros, y el quociente bolverlo â reducir â enteros. Exemplo en la regla everſa. Si de genero de $\frac{5}{6}$ de ancho, ſon meneſter para vna Capa (eſta es la capacidad, â que miran los terminos) 9 varas, y $\frac{1}{2}$: de genero de $\frac{2}{3}$ de ancho, quantas varas ſeran meneſter?

La menor denominacion de quebrados, que hai en eſtos tres terminos, es de ſextos, con que ſe pueden reducir primero todos â ſextos, y dirá la demanda: Si 5 dan 57: 4 que daran? Multiplicaſe el primero por el ſegundo, y producen 285, que partidos por 4 ſalen 71 ſextos, y $\frac{1}{4}$, que reducidos â enteros (partiendo por 6) ſalen 11 varas, y $\frac{7}{8}$.

Pero aſſi la regla directa, como la everſa con quebrados ſe deſata mas facilmente, reduciendo los quebrados â decimales (del modo dicho en el Cap 5.) y quedan los tres terminos, como de enteros. Exemplo en la regla directa, Si 4 varas, y $\frac{1}{2}$ de genero me coſtaron 6 peſos, y 6 reales: 12 varas, y $\frac{1}{4}$ que valdran? Reducidos los tres terminos â decimales ſeran 4(5. 6(75. y 12(25. Multiplicado el ſegundo por el tercero producen 82(6875. Para partirlos por 4(5. añadanſe â eſtos tres ceros de decimales, para que ſe igualen â los 4 de la particion, y ſaldran al quociente 18 peſos. Y la ſobra ſe multiplicará por 8, y ſe partirá por los 4(5000, y ſaldran 3 reales, â mas de los 18 peſos.

§ 7. *De la regla de tres con eſpecies diverſas.*

El primero y tercero termino de la regla de tres con eſpecies diverſas, por ſer de vn genero, ſe han de reducir â la eſpecie mas infima, que en vno de los dos huviere, aunque el vno no tenga mas que vna eſpecie: y el ſegundo termino ſe reduce â la eſpecie mas infima, que trahere: y aun en caſo, que el primer termino (en la regla directa) ſea mayor que el tercero; ô eſte (en la everſa) ſea mayor que el primero, ſe deve reducir el ſegundo termino â otra eſpecie mas inferior, para que la particion ſalga mayor q̃ el partid.

Exemplo 1 en la regla directa. Si 1 arroba vale 12 peſos, y 4 reales: 15 libras, y 6 onças, que valdran? Reduceſe el primero, y tercero termino â onças, por q̃ las tiene el tercero: el ſegundo ſe reduce no ſolo â reales, (que es la eſpecie infima q̃ trahe) ſi no â otra inferior, V. gr. â maravedis, por ſer el primer termino (que ha de ſer el partidor) mayor, que el tercero, y quedaran los tres terminos aſſi: 400, 3400. 246. Multiplicado el ſegundo por el tercero, y partido el producto por el primero, ſale al quociente 2091 maravedis, que hacen 7 peſos, 5 reales, y 17 maravedis.

Exemplo 2. Si en 29 dias, y 20 horas anda Saturno 1 grado de Zodiaco, en 1 año quanto andara? Reduceſe el primero, y tercero termino â horas, por tenerlas el primero: el ſegundo no es meneſter reducirlo â eſpecie menor, por ſer menor el primer termino, que el tercero: y ſeran eſtos los tres terminos 696 horas 1 grd, y 8760 horas, y hecha la regla ſalen al quarto numero 12 grados 35 min. y 10 ſeg. &c

Exemplo 3. en la regla everſa. Si con la data de 1 peſo de agua, ſe llenâ cierto eſtanque en dos dias: con la data de dos reales, y vn quartillo, en quanto tiempo ſe llenarâ? Eſtos terminos miran â vna miſma accion de llenar la capacidad de vn miſmo eſtanque, por eſſo ſerâ la regla everſa. Reduceſe el primero, y tercero termino â quartillos, por haverlos en el tercero: el ſegundo no es neceſſario reducirlo â menor especie por seer el tercer numero (q̃ ha de ser par tidor) menor, que el primero. Seran pues los terminos 32. 2 y 9: y al quarto termino saldran 7 dias, 2 horas, y 40 min.

§ 8. *De la regla de tres con un termino tacito.*

Quando en la regla de tres directa, ô eversa el multiplicador es la vnidad sola, ô con ceros, como 10, 100, &c. se escusa el multiplicar (como se dixo â la pagina 19) con solo arrimar â la multiplicacion tantos ceros, como los q̃ trahere la vnidad del multiplicador. De la misma manera quando en la regla de tres el partidor es la vnidad, ô sola, ô con ceros, como 10, 100, &c. se escusa el partir (como ya se dixo â la pagina 28) con solo cortarle al producto, q̃ se ha hecho, tantas letras azia la derecha, como ceros tuviere la vnidad del partidor.

De aqui es, que en muchas cuentas de regla de tres viene tacitó el multiplicador, y solo se manda partir vna cantidad por otra, y algunas veces con la condicion, de que solo se le añadan al quociente tantos ceros: como se vsa eñ la Astronomia quando solo se manda partir tantos minutos de movimiento horario por tantos, callando el multiplicador de la regla de tres, por ser 1 hora. Y assi mismo en otras cuentas de regla de tres se calla el partidor, y solo se manda multiplicar vna cantidad por otra, y algunas veces con la condicion, de que solo se le corten al producto tantas letras â la derecha: como se vsa en las cuentas de reditos, y de Aneages, en que solo se manda multiplicar, y que al producto se le corten dos letras, callando el partidor de la regla de tres, por ser 100.

A cer-

A cerca de esto me ha parecido advertir â los principiantes, que en semejantes cuentas procuren saber si hai regla de tres, y qual es el termino tacito, para saber la especie del quociente, y la denominacion de las sobras. Qual sea el termino tacito, se saca de este modo: Si se manda multiplicar, ô partir sin condicion alguna, el termino tacito es la vnidad: y si se manda añadir, ô cortar vna letra, es 10: si dos, es 100: si tres es 1000, &c. La vtilidad de saber qual es el termino tacito de la regla de tres en semejantes casos, se verá por estos exemplos.

Mandase en la Astronomia para sacar el tiempo de vn aspecto, partir 7 minutos por 28 de movimiento horario del Sol: para poder partir los 7 minutos se multiplican por 60, y son 420, que partidos por 28 salen 15. Para saber de que especie salen estos 15, si minutos, ô segundos, se debe advertir, que los 7 minutos se suponen alli multiplicados por 1 hora tacita: por que es regla de tres, que debia decir: Si 28 minutos anda el Sol en vna hora: 7 minutos en quanto tiempo los andará? Multiplicanse los 7 minutos por 1 hora, y son 7 horas, y reducidas â minutos son 420 minutos, que partidos por 28 salen 15 minutos.

Otro exemplo: Se mandan partir 65 pesos, y 2 reales entre 2 arrobas 15 libras, y 4 onças. Si es para saber el precio de la onça, no es menester mas, que reducir los terminos â la especie infima, y partir; pero si es para saber el precio de vna arroba, ô de vna libra, digase: si 2 arrobas, &c. valen 65 pesos, &c. 1 arroba, ô 1 libra, que valdrá? Y reducidos los tres terminos â la especie infima, y hecha la regla,

sale

sale claro el quociente â 25 pesos la arroba, ô â 8 reales libr.

Otro Exemplo: Pidense los reditos de â 5 por ciento de 465 pesos: y solo se multiplican estos por 5, y al producto se le cortan dos letras â la derecha, assi 23 (25, que son 23 pesos. Aqui se debe advertir (por la condicion de que se cortan dos letras al producto) que hai regla de tres, y que el partidor es 100: con esso se sabe la denominacion de la sobra, que será de 25 ciên abos: y con esso se podrá reducir este quebrado â la denominacion propria de moneda, del modo dicho âla pagina 35. Y este exemplo servirá tambien para las cuentas de anceges, en quienes se halla el mismo partidor 100 tacito.

§ 9. *De la regla de tres con terminos de proporcion.*

Si la regla de tres viniere con todos los tres terminos de denominaciones de proporciones, pidiendo vna al quarto termino, no es menester mas, para sacar, la que se pide, que acordarse del modo de multiplicar, y partir proporciones, puesto en la regla 5 del capitulo 7: y es, que para multiplicar, se multipliquen los numeradores y denominadores derecho; y para partir, se multipliquen en cruz; ô por el segundo modo, continuando los numeros de las proporciones. Pongo vn exemplo en la regla de tres directa. Dos pendulos con la longitud en proporcion quadrupla: como dos lamparas, q̄ la vna tenga 2 varas de cordel, y la otra 8: hacen sus vibraciones en proporcion dupla: esto es, mientras el pendulo mayor se mueve vna vez, V.

gr. de oriente â poniente, el pendulo menor ſe mueve dos veces, vna de oriente â poniẽte, y otra de poniente â oriẽte

Si yo quiero, que mientras el pendulo mayor hace dos vibraciones, el menor haga tres, que proporcion les daré â ſus longitudes? Digaſe: Si vna dupla en vibraciones pide vna quadrupla en longitudes: vna ſeſquialtera en vibraciõ, que proporcion pedirá en longitud? Multipliqueſe la quadrupla por la ſeſquialtera, y producen vna ſextupla, y eſta partida por la dupla, queda vna tripla, y diremos, que el vn pendulo ha de tener V. gr. 2 varas, y el otro 6 para q̃ mientras eſte hace dos vibraciones, el otro haga tres.

Otro exemplo en la regla everſa. Tengo dos arcas, que tienen el ancho en dupla, el largo en tripla, y el alto igual: quiero hacer otras dos que tengan el ancho en ſeſquialtera: que proporcion les daré en él largo, para que queden con la miſma capacidad, que las otras dos? Digaſe: Si vna dupla de ancho pide vna tripla de largo: vna ſeſquialtera de ancho, que proporcion pedirá de largo. Multipliqueſe la dupla por la tripla, y producen vna ſextupla, que partida por la ſeſquialtera dá vna quadrupla de largo.

Y ſi la regla de tres trahere vnos terminos con denominacion de proporcion, y otros ſin ella, no es meneſter mas que acordarſe del modo de multiplicar, y partir vn qualquier numero por denominacion de proporcion, pueſto en la regla 3, y 5 del capitulo 7: y es que para multiplicar, ſe multiplica el numero por el mayor de la denominacion, y ſe parte por el menor; y para partir, ſe multiplica por el menor, y ſe parte por el mayor. O pongaſele la vnidad

nidad debaxo al numero, y queda como proporcion por proporcion.

Pongo vn exemplo en la regla directa. Si vn esquadron de 1200 soldados tiene la frente en proporcion tripla con el costado: añadiendole 400 mas, de que proporcion quedará? Multiplicada la tripla por 1600, produce 4800, que partidos por 1200 queda en vna quadrupla.

§ 10. *De la regla de tres compuesta.*

Dicese regla de tres compuesta, aquella, cuyos terminos vienen compuestos de otros numeros, por modo de circunstancias. Como en esta demanda: Si vn oficial, y 4 aprendices con 20 pesos, en 2 meses ganan 50 pesos: 3 oficiales, y 10 aprendices, con 60 pesos en 5 meses, que ganarán? Aqui en el primero, y tercero termino el numero principales de los oficiales, y los demás numeros, que le componen de aprendices, costo, y tiempo, vienen por modo de circunstancias.

Estas circunstancias, que vienen con el numero principal, puede ser, ô diferentes solo en numero, como oficiales, y aprendices, que todos son agentes, y solo se diferencian en numero; ô diferentes en especie, como agentes, costo, y tiempo. Y esta composicion puede venir en regla de tres directa, ô eversa: y puede venir con quebrados, ô con especies diversas, como pesos, reales, y maravedis, &c.

Siempre pues, que los numeros, que componen el termino son diferentes solo en numero, se sumaran vnos con otros, hasta q̃ quede el termino en solo vn numero. Y siempre

pre que los numeros, que componen el termino ſon diferẽtes en eſpecie, ſe multiplicarán vnos por otros, haſta que quede el termino en ſolo vn numero. Y quando en vn miſmo termino vienen no ſolo numeros diferentes en numero, ſi no tambien otros diferentes en eſpecie, primero ſe ſumarán los diferentes ſolo en numero, y la ſuma ſe multiplicará por los diferentes en eſpecie, haſta que todos queden en ſolo vn numero: y en tonces ſe deſatará la regla.

Exemplo 1. en la directa. Si 5 piezas de liſton rozado, 10 de amarillo, y 15 de verde coſtaron 46 peſos y 7 reales: 4 del rozado, 6 del amarillo, y 8 del verde, quanto importaran? Aqui el primero, y tercero termino vienen compueſtos de diferentes ſolo en numero, y aſsi ſe ſumaran, y los 46 peſos del ſegundo termino ſe reducirán â reales, y quedarán los tres terminos en 30, 375, y 18, y hecha la cuenta ſaldran 28 peſos, y 1 real.

Exemplo 2. en la directa. Si vendiendo vn genero â 4, gano 10 por 100: vendiendolo â 8, quanto ganaré? Aqui el ſegundo termino es compueſto de dos numeros diferentes ſolo en numero, y ſumados quedaran en vno, y ſe dirá: ſi 4 dan 110: 8 daran 220 de los quales apartados 100 del coſto quedarán 120 de ganancia por 100.

Exemplo 3. en la directa. Si vn Sitio de 25 varas de ancho y 50 de largo vale 312 peſos, y 4 reales, otro de 30 varas de ancho, y 30 de largo, que valdrá? Multipliqueſe el ancho por el largo en el primero, y tercero termino por ſer numeros diferentes en eſpecie: y en el ſegundo termino ſolo ſe reduciran los peſos â reales; y ſerán los tres termi-

nos

nos 1250. 2500. y 900, y hecha la régla ſaldran 225 peſos. De la miſma manera ſe reducirán â vn numero, tres, quatro, y mas circunſtancias diferentes en eſpecie: como ſi 8 Mercaderes con 1000 peſos, en 12 meſes ganaron 700 peſos: 10 mercaderes con 4000 peſos en 4 meſes, que ganaran? En multiplicando los numeros vnos por otros, quedarã en vno

Exemplo 4 en la directa con vnas, y otras circunſtancias. Dieronſe â reditos de 5 por 100 en vn año, 600 peſos. Y eſtos ſe fueron deſpues redimiendo por partes en diverſos tiempos. A los 2 meſes ſe redimieron 200 peſos, â los 5 meſes 100: â los 9 meſes 180: y â los 15 meſes los 120 que reſtan. Preguntaſe quanto importaran los reditos? Ordeneſe la regla diciendo: Si 600 peſos, dan en 12 meſes 30 de reditos: los 200 en 2 meſes 100 en 5: 180 en 9, y 120 en 15, q̃ daran? Multipliqueſe cada cantidad por ſu tiempo, por ſer diverſas en eſpecie, y luego ſumenſe los productos, y quedan los tres terminos en 7200. 30, y 4320, que daran 18 peſos de reditos. Y ſi ſe quiere ſaber quanto tiempo correſponde â los 18 peſos de reditos, como ſi fueſſen de toda la cantidad, digaſe: Si 30 vienen de 12 meſes: 18 vendran de 7 meſes, y 6 dias, contados deſde el dia de la impoſicion de todos los 600 peſos.

Exemplo 5. en la regla everſa. Si con dos velas, y 12 remos por cada vanda, navega vna Galera cierta diſtancia en 12 dias: con 4 velas, y 16 remos por vanda, en quantos dias? Sumados los numeros de velas, y remos, que todos ſon agentes, ſe dirá: ſi con 26 ſe navega en 12 dias: con 36, en quantos. Multiplicaſe el primero por el ſegundo, y el pro-

ducto

ducto se parte por el tercero, y salen al quociente 8 dias, y $\frac{2}{3}$ que son 16 horas.

Exemplo 6. en la eversa con ambas circunstancias. Si 4 Alvañiles, 4 carpintetos, y 16 peones con 480 pesos de hechura, y 1520 de materiales hacen vna casa en 80 dias: 6 alvañiles, 6 carpinteros, y 20 peones con el mismo costo, en quantos dias la haran? Sumense primero los diferentes solo en numero, como son oficiales, y peones, y la suma se multiplica por la suma del costo, y quedaran los tres terminos en 48000. 80. y 64000. Multiplicado el primero por el segundo, y el producto partido por el tercero salen al quarto numero 60 dias.

Si en semejantes reglas compuestas, vienen las circūstancias diferentes en numero, ô diferentes en especie con especies divesras: como pesos, reales, y maravedis: meses, dias, y horas, &c. no añade dificultad â la cuenta, si no solo trabajo en reducir las especies diversas â la mas infima, como los pesos â reales, y estos â maravedis.

§ 11 *De la regla de tres de compañia.*

Quando â los terminos de la regla de tres les acompañan otros numeros, no como las circunstancias, que hemos dicho en el paragrapho antecedente, si no como terminos principales, se llama regla de compañia: porque entonces vienen propriamente dos, tres, ô mas reglas de tres, que por tener vno, ô dos de los terminos comunes â todas, se llaman reglas de compañia.

Como en esta demanda: Si tres mercadores juntaron

sus

ſus caudales para vn empleo, y ganaron 900 peſos: vno que puſo 200 quanto ganaria? Otro que puſo 300, que ganaria? Y quanto el otro que puſo 500? Aqui hai tres reglas, que cada vna ſe puede ſeparar, por que en el tercer termino hai tres numeros, que cada qual es termino principal, y no como circunſtancia: y ſolo ſe llaman las tres reglas, de compañia por que el primero, y ſegundo termino es comun â todas tres: y aſſi dirá la primera regla: ſi 1000 peſos de empleo dan 900 de ganancia: 200, que puſo el primero, que daran. La 2 dirá: *Si* 1000 peſos dan 900: 300, que puſo el ſegundo, que daran? Y la 3 dirá. ſi 1000 peſos dan 900: 500, q̄ puſo el tercero, que daran?

Para deſatar con alguna brevedad ſemejantes demandas de compañia ſolo hai eſta regla. Ya ſe dixo en el paragrapho 2 de eſte capitulo, que para ſacar el quarto numero de la regla de tres, lo miſmo es multiplicar primero vn termino por otro, y deſpues partir el producto por el que queda: que partir primero vn termino por otro, y deſpues multiplicar el quociente por el que queda; pero de cada vno de eſtos dos modos ſe vſa ſegun la conveniencia, que de êl reſulta: dexando pues, vna que hai para eſcuſar la multiplicacion ô la particion con quebrados, diré otra â nueſtro intento.

Siempre que en la regla de compañia es el partidor vn ſolo numero: como los 1000 peſos del primer termino del exemplo es mas breve partir primero por él, vno de los otros terminos, que viniere con ſolo vn numero, como los 900 del ſegundo termino, y el quociente de 9 decimos multipli-

tipli-

tiplicarlo por cada vno de los numeros del tercer termino: y con esso se desatan tres reglas, sin hacer mas, que vna particion. Assimismo siempre, que en la regla de compañia, el partidor es el acompañado de muchos numeros, es mas breve multiplicar primero los otros dos terminos vno por otro, y despues partir: y con esso se desatan todas las reglas sin hacer mas que vna multiplicacion.

Exemplo 1. en la directa. Han se de repartir 248 pesos, y 4 reales entre el Dean, dos Prevendados, y tres Canonigos: dandole al Dean â razon de 15: al Prevendado â razon de 13, y al Canonigo â razon de 10. Ordenese pues la regla de compañia de este modo. Si de 71 salen 15 del Dean; 13, y 13 de dos Prevendados: 10, 10 y 10 de tres Canonigos: de 248 pesos, y 4 reales â como saldrá? En lugar del numero 71 se pone siempre la suma de los numeros del segundo termino, segun el numero de personas. En dicha demanda hai tantas reglas de trés, como personas: y por que el partidor es solo vn numero, será de conveniencia partir primero los 248 pesos, y $\frac{1}{2}$ por 71, que caben â $3\frac{1}{2}$, y despues multiplicar este quociente por 15, y son $52\frac{1}{2}$ del Dean: luego por 13 y son $45\frac{1}{2}$ de cada Prevendado: y despues por 10, y son 35 de cada Canonigo: y con esto se han escusado muchas particiones, que se havian de hacer.

Exemplo 2. con numeros compuestos â demas de la compañia. Tres mercaderes juntaron su caudal, y lo dieron â vsura: el primero dio 1500 pesos por 6 meses: el segũdo 2000 por 10 meses: y el tercero 2500 por 16 meses y el logro de todo fueron 1035 pesos. Preguntase quanto le cabe â cada

vno

vno de logro? Multipliquense primero las cantidades cada vna por su tiempo, por ser cosas diversas en especie, y la suma de los productos será el primer termino: el logro será el segundo: y cada producto de por si será tercero termino, y se dirá: Si 69000 dan 1035: 9000 del primero: 20000 del segundo: y 40000 del tercero, que daran? Hecha la cuenta (ô partiendo primero, y despues multiplicar; ô al contrario) salen 135 del primero: 300 del segundo: y 600 del tercero.

Exemplo 3. en la regla eversa. 20 escribientes escribieron vna resma de papel en 5 dias: preguntase en quantos dias la escribieran 10 escribientes: en quantos 5 escribientes: y quantos vno solo? Aqui es de conveniencia multiplicar primero, por venir solos el primero, y segundo termino, y assi se multiplicaran 20 por 5, y producen 100, y estos partidos por 10 dan 10 dias, en que escribirán la resma de papel 10 escribientes: y partidos 100 por 5 dan 20 dias en que la escribiran los 5: y partidos por 1, dan 100 dias.

§ 12 *De la regla de tres, para atar, y mesclar precios, y otras cosas diferentes.*

Esta regla enseña lo primero â sacar vn precio medio; ô valor de vna mescla: como si se mesclan varias porciones de tinta añil de â diversos precios, saber de que precio sale la mescla. Lo segundo enseña (al contrario) â saber que porciones de â diverso precio, ô valor se han de mesclar para q̃ la mescla salga al precio, que se quiere: como si hai dos calidades de tinta vna de â tres reales libra, y otra de â 6, para sacar vna mescla â 5, saber que tanto se ha de mesclar de cada vna.

Para

Para lo primero, ſolo ſe multiplica cada porcion, que ſe meſcló por ſu precio, y la ſuma de los productos ſe parte por la ſuma de las porciones ſolas, y el quociente ſerá el precio, ô valor de toda la meſcla.

Exemplo. Meſclaronſe 20 onças de oro de â 22 quilates con 26 onças de 20 quilates, y 34 de â 16 quilates. Preguntaſe de â quantos quilates ſaldrá la meſcla? Multipliqueſe cada porcion de oro por ſus quilates, y la ſuma de los productos 1504 partaſe por 80 ſuma de las onças, y ſale la meſcla de 18 quilates, y $\frac{4}{5}$ abos.

Otro exemplo. Compraronſe vnos libros, 5 tomos â 4 peſos, y 4 reales: 6 tomos â 5 peſos: 8 tomos â 6 peſos, 4 â 3, y otros 5 â 20 reales. Preguntaſe â que precio ſaldran vnos con otros. Multipliquenſe los tomos de cada juego por ſu precio, y la ſuma de los productos 125 partaſe por 25 ſuma de los libros, y ſale cada vno â 5 peſos.

Quando ſe ignora la ſuma de la meſcla, ſe ſacará por ſus precios conocidos: como ſi ignoro quantos ſon los libros; pero ſé, que ſi los vendia â tanto perdia tanto: y que ſi los vendia â tanto mas, ganaba tanto; ô ni perdia, ni ganaba: entonces partaſe la ſuma de los exceſſos (como de la ganancia, y perdida) por la diferencia de los dos precios, y ſaldrá al quociente la ſuma de lo que ſe meſcló. Y ſacada la ſuma ſe ſacará facilmente ſu precio medio. Multipliqueſe la ſuma por vno de los dos precios, y al producto añadaſe el exceſſo de aquel precio, ſi fue de menos; ô quiteſe, ſi fue de mas, y quedará el precio de toda la meſcla: y partido eſte por la ſuma, ſaldrá el precio medio.

Exemplo. Si vendo la vara de encaxe â real, y medio, pierdo 6 reales; y si la vendo â 3 reales gano 12. Preguntase quantas varas serán estas, y â q̃ precio vnas con otras? Partanse 18 (suma de perdida, y ganancia) por 1 $\frac{1}{2}$ (diferencia de precios) y salen 12 varas. Multipliquense 12; ô por el primer precio de 1 $\frac{1}{2}$ y añadanse 6 de perdida; ô por el segundo precio de 3, y quitense 12 de ganancia, y de qualquiera manera salen 24 de todo el precio: y partidos 24 por 12 sale la vara â 2 reales.

Otro Exemplo. Quiero pagar vnos pesos, que debo en vn genero, que si doi la libra â 2 $\frac{1}{2}$, quedo â deber 50 reales; y si la doi â 2 $\frac{3}{4}$. ya me deberá el otro 25 reales. Preguntase quantas libras seran estas, quanto lo que debo, y â como cada libra. Partanse 75 (suma de falta, y sobra) por $\frac{1}{4}$ (diferencia de precios) y salen 300 libras. Multipilquẽse 300 por vno de los dos precios, supongamos por 2 $\frac{1}{2}$, y montan 750, â los quales se añadiran 50 de falta, y son 800 reales, los que debo. Y partidos 800 por 300 libras, sale la libra â 2 reales, y $\frac{2}{3}$.

En quanto â saber que porciones de â diverso precio se han de mesclar, para que la mescla salga al precio, que se quiere: se ha de suponer que este precio, que se quiere siempre se ha de elegir entre el menor, y mayor que huviere en las cantidades, que se han de mesclar: Como si en las cosas, que se han de mesclar el menor precio es 16, y el mayor 22, el precio medio, que se quiere se ha de elegir entre estos dos.

Elegido el precio medio entre el menor, y mayor de to

dos

dos los diverſos, que ſe han de meſclar, ſe ſacará la diferencia, que hai del medio elegido â cada vno de los otros: y eſtas diferencias en derecho de los precios; pero cada vna en derecho del precio opueſto: eſto es, que las diferencias, que ſe ſacarên del precio medio â los infimos, ſe pongan con los ſupremos; y las que ſe ſacarán del medio â los ſuperiores, ſe pongan con los inferiores. Y quando los ſuperiores ſon mas, que los inferiores, ſe repite el mas inferior; y ſi al contrario los inferiores ſon mas, que los ſuperiores, ſe repite el mas ſuperior.

			2. 2		2. 2
	2. 2		4. 2		4. 1
De 5 â		De 5 â		De 5 â	
	7. 3		7. 1		6. 1
			7. 3		7. 3

Como ſi ſe han de meſclar dos porciones vna del precio de â 2, y otra de á 7, y ſe quiere que la meſcla ſalga á 5: ſaqueſe la diferencia de 5 á 2, y pongaſe en derecho del precio 7: y la diferencia de 5 á 7 pongaſe con el precio 2. Si ſe han de meſclar tres porciones, las dos dichas, y otra de á 4, repitaſe la de á 7 para igualar âla de á 4, y la diferencia de 5 â 4 pongaſe con el 7: y la de 5 á 7 pongaſe con el 4, como en el exemplito 2. Si ſe han de meſclar quatro porciones, las tres antecedentes, y otra de â 6, quedan dos ſuperiores al 5, y dos inferiores, y entonces la diferencia de 5 á 4 ſe pondra con el 6. y la diferencia de 5 á 6 ſe pondrá con el 4. Y con eſte modo ſe pondran 5, 6, ô mas diferencias, que huviere

viere del precio medio â los otros.

Sacadas ya las diferencias de los precios, que ſe han de meſclar, ſe forma vna regla de compañia. Poneſe por primer termino la ſuma de las diferencias, que ſe ſacaron: por ſegundo la cantidad, que ſe quiere de meſcla: y por tercero cada diferencia de por ſi, y aſſi ſe haran tantas reglas, quãtas fueren las diferencias, y ſaldrá á cada quarto numero la cantidad, que ſe ha de meſclar de cada precio.

Exemplo 1. Compró vno vna porcion de vino tan caro, que le ſalio el quartillo á 5 reales: y para poder vender â 3 reales, 100 quartillos, lo quiere meſclar con agua. Pregun-

	5. 3		3 dāran 60 de vino.
De 3 â	✠	Si 5 dan 100	
	0. 2		2 daran 40 de agua.
Sumas	5		100

taſe quantos quartillos ha de hechar de vino, y quantos de agua, para que el precio medio ſalga á 3 reales. Saqueſe la diferencia de 3 á 5, y de 3 á 0, y pongaſe cada vno con el precio contrario, y ſumadas ſon 5, que ſerá el primer termino de la regla: el ſegundo 100, el tercero 3, y 2 de por ſi. Y para ſacar cada quarto numero ſerá mejor partir primero 100 por 5, y deſpues multiplicar 20 por 3, y 20 por 2, y ſalen 60 quartillos de vino, y 40 de agua.

Exemplo 2. Tiene vno, tres calidades de tinta añil, vna de á 2 reales, otra de á 4, y otra de a 7: y quiere meſclar 10 quintales de modo, que le ſalga la meſcla de a 5 reales la libra. Saquenſe primero las diferencias con el orden, que

que ſe hâ dicho, y la ſuma 8 ſerá el primer tèrmino: el ſe-

		2. 2		2 daran 250
		4. 2		2 daran 250
De 5 á	✠		Si 8 dan 1000	
		7. 4		4 daran 500
		7. 3		
Sumas		8		1000

gundo 1000 lib. de diez quintales: y el tercero 2,2, y 4 (por 1, y 3 de á 7) Y para ſacar cada quarto numero con mas brevedad, partanſe primero 1000 por 8, y el quociente 125 multipliqueſe por cada tercer termino. Y diremos, que ſe han de meſclar 250 libras de á 2 reales: 250 de a 4: y 500 de a 7, y quedaran 1000 libras de a 5.

De las dos reglas, que ſe han dado, la vna para ſacar vn precio medio de vna meſcla: y la otra para ſaber meſclar â vn precio medio: ſe ſigue ſaber como (al contrario) ſe podrâ deſatar vna meſcla (quando es ſeparable) en varias porciones, y por el precio medio, que tenia la meſcla, ponerle precio â cada porcion: que â eſto llaman ratéo. Como ſi vno huvieſſe comprado 60 libros meſclados grandes, y pequeños a 8 reales vnos con otros, y quiſiera deſpues venderlos â diverſo precio ſacando el miſmo coſto, ô eſte con alguna ganancia.

Si la meſcla es de dos porciones, veaſe quanto puede valer la vna ſobre ſu precio medio, y el tal precio multipliqueſe por la cantidad de la porcion, y el producto reſteſe de la cantidad de ambas porciones, y el reſto ſerá el precio de la de la otra porcion. Pongo por exemplo: compró vno 8 varas de paño rozado, y 4 de negro por 60 pesos: sale el precio medio a 5 cada vara: rateese, lo que puede valer sobre este precio la vara del rozado, y supongamos á 6: multipliquense 6 por 8, y son 48, que valen las 8 varas del rozado, y 12 que faltan para 60 valdran las 4 del negro, y saldrá la vara a 3 pesos.

Si las porciones son tres, ô mâs, procurese partirlas en 3, 5, 7, ô mas partes, siempre nones, para que quede la de enmedio con el precio medio, procurando que cada porcion sea de vna calidad, ô de vn tamaño, û otra cosa semejante, segun la materia: luego rateese el precio, q̄ puede tener la de enmedio sobre el precio medio (que en essa de enmedio se conosce si se puede ganar, ô perder.) Despues para assignarle precio a cada porcion, no es menester mas, que assignarselo â la primera porcion mas inferior, y restese este precio del precio, que se le assignó á la de enmedio y el resto doblado partase por el numero de las partes, en que se dividio la mescla, menos vna, y el quociente será el excesso de vna porcion á otra, con el qual se puede continuar vna progression arithmetica sobre el primer precio.

Exemplo. Compró vno 18 cartones de encaxes, y le salio la vara a 4 reales, vnos con otros. Para assignarle precio conveniente á cada porcion, dividanse los 18 cartones en 3, 5, ô mas porciones, y supongamos en 9. Vease en la porcion de enmedio, que ganancia puede tener, y supongamos, que 2 reales: añadase al precio medio esta ganancia y seran 6 reales: luego rateese el precio de la primera por-

cion

cion, supongamos â vn real: restese 1 de 6, y quedan 5: doblense 5, y partanse 10 por 8 (numero de las porciones, menos vna) y sale $1\frac{1}{2}$, y este sera el excesso, que se ha de ir añadiendo de precio sobre 1 de la primera porcion, y quedaran los precios de todas en esta progression arithmetica.

1. $2\frac{1}{4}$. $3\frac{1}{2}$. $4\frac{3}{4}$. 6. $7\frac{1}{4}$. $8\frac{1}{2}$. $9\frac{3}{4}$. 11.

§ 13 *De la regla de tres con numeros planos, y solidos.*

Numero plano (como se dixo en el cap. 6.) es el producto de dos qualesquier numeros, multiplicado vno por otro. como 6 de 3 por 2. Y numero solido es el producto de tres, ô mas numeros multiplicados vnos por otros: como 24 de 2, 3, 4. Pueden pues, venir los terminos de la regla de tres de numeros planos, ô solidos, ô sus lados. Y aunque en este caso solamente por la Algebra se desatan las reglas de tres, que los traheren; no obstante, haviendo dado suficiente noticia de las Potestades, y modo facil de sacar sus raices, daré aqui vnas breves reglas para desatar algunas demandas, que vinieren con dichos planos, y solidos.

Siempre que la demanda pide algun producto, ô dando el producto pide sus multiplicadores; ô pide alguna capacidad superficial, ô solida, ô por ella pide alguno de sus lados, &c. es señal de que la regla de tres de la demanda, contiene potestades, y raices. La especie de estas potestades, y raices, ô la manifestarà la demanda, ô se conoscera por el numero de lados del producto: pues ya se sabe que de dos nasce el quadrado, de tres el cubo, de quatro el quadroquadrado, &c.

Pue-

Pueden, pues venir los terminos de la regla de tres con potestades, y raices, de vno de estos modos. Lo 1. con todos tres terminos iguales: esto es, todos de lados, ô raices; ô todos de numeros planos; ô todos de cubos, &c, Lo 2. con los terminos desiguales, vnos de lados, y otros de potestades; ô vnos de vna especie de potestad, V. gr. de quadrado y otros de otra especie, V. gr. de cubo.

Quando la regla de tres viene con todos los tres terminos iguales: esto es todos de vna especie: como todos de numero quadrado: todos de cubo, &c. se saca el quarto numero, como en qualquiera regla ordinaria directa. V. gr. Si en 16 varas de suelo entran 196 ladrillos quadrados: en 25 varas de suelo entraran 306 por que sale la misma proporcion de 25 a 306, que de 16 a 196. Y quando todos los tres terminos son de raices, ô lados: como anchos, largos, ô altos de alguna capacidad plana, ô solida, se saca el quarto numero por la regla ordinaria eversa, por que dichos terminos solo miran á la capacidad, sin contenerla. V. gr. Si vn cubo de molino de 6 varas de circunferencia, pide 6 de profundidad: dandole 9 de circunferencia pedira 4 de profundidad, por que la misma proporcion de mayor desigualdad que hai de 6 a 4, sale, aunque al revez, de 6 a 9.

Quando vienen pues, los terminos de la regla de tres, vnos con potestades, y otros con sus raices, ô lados; ô vnos cõ vna especie de potestad, y otros con otra, entonces se deben igualar las especies menores á las mayores antes de desatar la regla; esto es, que si hai V. gr. lados, y planos, los lados se deben quadrar, para que todos tres terminos sean

dē

de planos: si hai lados, y cubos, los lados se deben cubicar: y lo mismo si hai quadrados, y cubos, ù otras potestades: por que de otra suerte nunca saldra por la regla de tres vna proporcion semejante â otra.

La razon de pedir esta igualacion es esta. La regla de tres directa (como se dixo en el paragrapho 3) sirve de sacar vna proporcion semejante â otra, por que la proporcion que hai del segundo al primero termino, essa sale del quarto al tercero: y como la proporcion V. gr. de vn quadrado 4 con su raiz 2 (que es dupla) no se halla jamas en otro quadrado con su raiz: por que la de 9 con su raiz 3. es tripla: la de 16 con su raiz 4. es quadrupla, &c: de aqui es, que si la regla de tres pide vna proporcion semejante, V. gr. al quadrado 4 con su raiz 2, nunca se sacará, si no es igualando los terminos â solo quadrados, ô â solo cubos, &c y entonces (como ya se dixo) queda la regla como qualquiera otra directa ordinaria: y despues de sacado el quarto numero, de él se saca la raiz, si se pide raiz; ô de él se saca el quadrado si se pide quadrado, &c.

El modo pues, de igualar los terminos de la regla de tres es este. Si entre ellos hai lados, y planos, multipliquese cada lado por si mismo, y quedaran todos los terminos de plano. Si hai lados, y Cubos, multipliquese cada lado por si mismo, y sale el plano y este multipliquese por el mismo lado, y sale el cubo, y quedaran todos los terminos de cubo. Y si hai lados, y quadro-quadrados, û otra potestad mayor, se multiplica cada lado por si mismo mas veces, segun fuere la potestad; hasta que queden iguales.

Si entre los tres terminos de la regla de tres no hai lados, ſi no poteſtades diverſas, como quadrados, y cubos, û otras, ſaquenſe los lados de las poteſtades menores (del modo dicho al fin del cap. 6) q̄ es partiendo la poteſtad por ſu raiz, la diſcreta, que ſe hallare mas cercana &c. y con eſto ſe ſabrá que veces ſe han de multiplicar los lados dichos para igualar la poteſtad â las otras mayores, del miſmo modo q̄ quando vienen en los terminos, lados, y poteſtades, como poco ha ſe dixo. Y eſtando ya igualados los terminos, ſigaſe la regla como qualquiera ordinaria, y el quarto numero, ſi no ſale de la poteſtad, ô lado, que ſe pide, ſe buelve â deſigualar, haſta dexarlo de la eſpecie, que tenia el ſegundo de la demanda antes de igualarlo: y eſta deſigualacion ſe hace ſacando los lados del modo miſmo, que ſe ſacaron para igualar.

Exemplo 1. en que ſe pide vn producto, ô numero plano. Si 16 ladrillos por lado de vna ſala, piden 512 para toda ella: 24 por lado, que pediran? Por que el ſegundo termino es de numero quadrado, ô ſuperficie plana, y los otros terminos ſon de lados, ſe deben igualar eſtos al plano. Quadrenſe 16. y ſon 256: quadrenſe 24, y ſon 576, y ya quedan todos de numero quadrado. Ahora digaſe: ſi 256 dan 512: 576 darán 1152, que es el producto, que ſe buſca.

Exemplo 2. en que ſe pide vn lado de vna ſuperficie plana. Si vn eſquadron de 400 ſoldados tiene 40 por frente: formandolo de 900, quantos ſe le darán por frente, para que ſalga en la miſma proporcion? Por que el primero, y tercero termino ſon de numero quadrado, y el ſegū-

do

do de lado, este se debe igualar â los otros. Multipliquense 40 por si mismos, y producen 1600. Ahora digase: si 400 dan 1600: 900 daran 3600, cuya raiz quadra son 60 que es el lado que se busca, de la frente del esquadron de 500.

Exemplo 3. en que se pide vna capacidad solida. Vna caxa, en que caben 10 nuezes por el ancho, se llena toda cõ 4000: poniendo 6 manzanas en lugar de las 10 nuezes, cõ quantas se llenará? Igualese el primero, y tercero termino al cubo del segundo. Multipliquense 10 por si mismos, y producen el quadrado 100: y 100 otra vez por 10 producen el cubo 1000. Cubiquense de la misma manera los 6, y son 216: y quedan ya los tres terminos de cubo. Ahora digase: si 1000 dan 4000: 216 daran 864 manzanas:

Exemplo 4. en que se pide vna proporcion del diametro del Sol â el de la Luna, conoscida la proporcion de sus magnitudes. Si la magnitud de la Luna con su diametro se há como 1000 con 10, siendo la magnitud del Sol, respecto de la de la Luna, como 6539203, que diametro le corresponderá? Cubiquese el diametro 10, y sòn 1000 y digase: si 1000 dan 1000: 6539203 daran otro tanto, cuya raiz cubica son 187. q̄ será el diametro del Sol, respecto de 10 del de la Luna

Exemplo 5. en que se pìde vna proporcion de la superficie espherica del Sol â la de la Luna, conoscida la proporcion de sus magnitudes. Si la magnitud de la Luna con su superficie espherica se há como 1000 con 100: siendo la magnitud del Sol como 6538202, respecto de la de la Luna que superficie le corresponderá? Por que el primero, y tercero termino son de numero Cubo, y el segundo de quadrado,

drado, se debe igualar este â cubô. Para esto saquense los dos lados del quadrado 100, de este modo: saquese la raiz quadra de 100, y es 10: multipliquense 100 por 10, y sale el cubo 1000, y quedando todos tres terminos de cubo, digase: si 1000 dan 1000: 6539203 daran otro tanto. Y por que lo que se pide es la superficie, saquese la raiz cubica de dicho quarto numero, y es 187: partanse 6539203 por su raiz cubica de 187, y sale el quadrado 34869, y esta es la superficie espherica del Sol, respecto de 100 de la Luna.

Exemplo 6. En el plano de vn aposento cabian 24 fardos, y se llenaba todo él con 144: cabiendo en el mismo plano 216 caxonsillos, con quantos se llenará? Igualense los dos planos al cubo: saquese la raiz quadra de 24, y la discreta es 4: partanse 24 por 4, y salen 6 del otro lado: multipliquense 24 por 4, y producen el cubo 96. De la misma manera saquense los lados de 216, su raiz quadra discreta mas cercana son 14: partanse 216 por 14, y queda sobra: partanse 216 por 13, y queda tambien sobra: partanse 216 por 12, y salen 18 cavales, y estos seran sus lados: multipliquense 216 por 12 y producen el cubo 2592. Estando ya todos los terminos de cubo, digase: Si 96 dan 144: 2592 daran 3888, que seran los caxonsillos con que se llena el aposento.

La prueva de haverse sacado bien el quarto numero en semejantes reglas de numeros planos, y solidos es esta. Saquense los dos, tres, ô mas lados, de que se compone el primero, y el segundo termino, segun sus potestades de este modo: partase el termino mayor por el menor, y este (si es potestad) por su raiz, hasta sacar los lados. Y de la misma

ma-

manera ſaquenſe los 2, 3, ô mas lados, de que ſe compone el tercero, y quarto termino, y ſi ſalen eſtos en la miſma proporcion, que los primeros, eſta bien hecha la regla.

Exemplo. Si 6 de lado dan 24 de quadrado: 3 de lado q̃ darán? Igualados los terminos â quadrados ſe dirá. ſi 36 dan 24: 9 daran 6 de quadrado. La prueva es eſta: partanſe 24 del ſegundo termino por 6 del primero, y ſalen 4, y ſeran los dos lados 6, y 4. De la miſma manera partanſe 6 del quarto termino por 3 del tercero, y ſalen 2, ſeran los dos lados 3, y 2 en la miſma proporcion ſeſquialtera, que 6, y 4.

Otro exemplo. Si 24 de cubo vienen de 6 de quadrado: 192 de cubo de donde? Igualados los terminos á cubos, ſe dirá: ſi 24 dan 12: 192 daran 96, cuyo quadrado es 24. La prueva es eſta: partanſe 24 del primer termino por 6 del ſegundo, y ſalen 4 de vn lado: partanſe 6 por ſu raiz, y ſalen los otros dos lados 3, y 2. Del miſmo modo, ſaldran del tercero, y quarto termino eſtos tres lados 8. 6. 4. en la miſma proporcion vnos con otros, que 4. 3, 2.

En la regla de tres everſa nunca pueden venir numeros planos y ſolidos juntamente. por que ya no hai otra coſa â que miren eſtos fuera de los terminos; ſi no ô ſolo lados, ô ſolo planos, ô lados, y planos juntamente, que miren â otra capacidad ſin contenerla; pero de qualquiera ſuerte que vengan nunca es meneſter igualar los terminos: por que ſi ſon ſolo lados ô ſolo planos ya ſe vido arriba, como no es meneſter igualarlos; ni tampoco aunque haya lados, y planos juntamente por que de qualquiera ſuerte ſiempre ſale del quarto al ſegundo termino de la regla de tres la miſma

pro-

proporcion, que el tercero al primero, aunque inversa.

§ 14 *De la regla de tres de una falsa Posicion.*

Quando â vna demanda se ha de responder por regla de tres, si la tal demanda no trahe los tres terminos necessarios, si no quando mas vno, es cierto, que ô no se podrá responder â ella, ô se han de buscar por las circunstancias, que trahe, los terminos, que faltan para formar la regla de tres. V. gr. Preguntase: de que tres numeros se compondran 120, que el segundo sea el duplo del primero, y el tercero el triplo de los otros dos. Ya se vé, como para responder no se podrá formar regla de tres con solo vn numero conoscido, que trahe la demanda.

Lo que se hace en semejantes casos es tomar qualesquiera numeros, y ir respondiendo con ellos, segun las circunstancias, con que viene la question, para ver si sale, ô no lo que pide. Pongamos pues, que el primer numero de la demanda sea 1: el segundo será 2, por que dice que sea el duplo del primero: el tercero será 9, por que ha de ser el triplo de los otros dos, y todos tres montan 12. Ya se vé, que no se satisface â la question, por que havian de ser 120: pero no por esso se desecha la cuenta que se ha hecho, por que de ella se pueden sacar los terminos, que faltan para formar regla de tres. Y esta es la que llaman *Falsa Posicion*, no porque sea cuenta falsa la que se ha hecho (pues muchas veces sale por ella lo que se pide) si no por que se pone como sobre falso, y con el hypothesi, que se quiere: llamase *hipothesi* aquel primer numero, que se toma. Sacanse pues

de la

de la falsa Posicion los terminos de la regla de tres, de esta manera.

Tomase siempre para primer termino de la regla de tres aquella suma, ô producto, quociente, ô resto q̄ se sacare por el hypothesi, V. gr. los 12 de la suma de la posicion del exemplo. Ponese por segundo termino el hypothesi V. gr. el 1, que se tomó primero: y quando los hypothsis son dos, ô mas, se toma, solo el primero, ò la suma de ellos, ò la diferencia de vno â otro, segun mas conviniere, ô todos si es regla de compañia. Tomase por tercer termino el numero, q̄ trahere la demanda V. gr. 120: y quando no lo trahe, se toma aquel, que se sacare en la posicion (despues del primer termino) por las vltimas circunstancias de la demanda. Ya ahora podremos decir: Si 12 vinieron de 1: 120 de donde? Seguida la regla saldran 10, y este será el primer numero, que se busca: el segundo será (segun la condicion de la question) 20, y el tercero será 90, que todos suman los 120, que demanda.

Este es el modo, con que se desatan las demandas por vna falsa posicion. Y para que la operacion sea mas facil advierto, que es de gran conveniencia tomar, si es possible, para el hypothesi la vnidad, y quando no se puede (por las condiciones, que pide la demanda) tomese â lo menos el numero mas pequeño, que se pudiere, y que sea sin quebrado por que no se dificulte despues la multiplicacion, y particion de la regla de tres. Y para mayor inteligencia de las reglas dichas, pondré otros Exemplitos.

Exemplo 1 Pidense 4 numeros, los 3 en proporcion sesquiquialtera, y el quarto, que ſea 8: y què multiplicado el primero por el ſegundo: y el tercero por el quarto, queden los productos iguales. Pon que ſea el primero 4 (no ſe puede poner menor por la proporcion, que ſe dice) ſerá el ſegundo 6, y el tercero 9 todos en ſeſquialtera, y el quarto ſerá el 8 que pide la queſtion: multiplicados 4 por 6 producen 24, y 9 por 8 producen 72. Eſta poſicion no ſatisface â la demanda, por que havian de ſalir iguales los dos productos 24, y 72. Formeſe pues por ella la regla de tres, y pongaſe por primer termino el producto 24, que ſalió del hypotheſi: por ſegundo termino el hypotheſi 4: y por tercero el ſegundo producto 72, que ſe ſacó en la poſicion por el 8, que dió la queſtion, y diremos: Si 24 vinieron de 4: 72 de donde? Hecha la regla, ſaldran 12, que ſerá el primer numero, y ſegun las condiciones de la demanda ſerán los quatro 12 18, 27, 8: Multiplicados 12 por 18 producen 216 y 27 por 8 producen 216, productos iguales.

Exemplo 2. Pidenſe dos numeros, cuya ſuma ſea 20, y la diferencia de ſus quadrados ſea quadrupla de 20. Pongaſe 1, y 19 por hypotheſi: el quadrado de 1 es 1, y el de 19 es 361, la diferencia de quadrados es 360: havia de ſer 80, q̃ es el quadruplo de 20: luego no ſatisface â la queſtion? Digaſe pues: Si 360 (diferencia de quadrados) vienen de 18 (diferencia de hypotheſis) 80 de donde? Tomóſe la diferencia de los hypotheſis, y no la ſuma, por que conoſcida la ſuma 20, ſolo por la diferencia ſe conoſceran las partes, en que ſe dividiere 20: como 1, y 19 ſon 20: y 2 y 18 ſon 20, &c. pero la diferencia es diverſa. Seguida pues la regla ſa-

len

len 4 de diferencia, que se ha de tomar entre los dos numeros con que no pueden ser otros, que 8, y 12, que hacen 20, y sus quadrados 64, y 144, cuya diferencia es 80.

Exemplo 3. Pidense 2 numeros, cuya diferencia sea 4 y la diferencia de sus quadrados 64. Pongase 1, y 5 de hypothesis: el quadrado de 1 es 1, y el de 5 es 25, y la diferencia 24: havia de ser 64, y por que no satisface, digase: Si 24 vienen de 60 (suma de hypothesis) 64 vendran de 16 suma de los numeros, que se buscan, que siendo con 4 de diferencia no pueden ser otros, que 6, y 10, cuyos quadrados son 36, y 100, y su diferencia 64. Se tomó la suma de los hypothesis, por que sabida ya la diferencia, solo por la suma se conosceran los numeros: como 1, y 5 tienen 4 de diferencia: 2, y 6, la misma, &c. pero no es la misma suma.

Exemplo 4. Pidense tres numeros en continua proporcion dupla, y que multiplicado el primero por el segundo el producto quede en tripla con el tercero. Ponganse 1, 2, 4, y multiplicado 1 por 2 son 2: havian de ser 12, que es el triplo de 4: luego no se satisface â la demanda? Digase: si 2 (del producto) vienen de 1: 12 vendran de 6, y seran los tres numeros 6, 12, 24, y multiplicados 6 por 12 producen 72 triplo de 24. Aqui se tomó el 1 solo de hypothesi para segundo termino de la regla, por que sacado despues solo el 6, por él se podran sacar los demas; pero tambien se pueden tomar todos tres por regla de compañia.

Suelen venir las questiones con varios cuentos, y artificios: pero lo primero, q̃ se debe hacer es reducirlas â terminos claros, y breves para responderlas con mas facilidad.

Pongo esta demanda por exemplo 5. En vna batalla murieron 2500, fueron los cautivos la mitad de los muertos, y huidos, y fueron estos la octava parte de los muertos, y cautivos: preguntase quantos serian los cautivos, y quantos los huidos? Esta demanda reducida â terminos breves, dirá: dame tres numeros; que el primero sea 2500, el segundo la mitad del primero y tercero; y el tercero la octava parte del primero, y segundo. Pon que el tercero, que es el menor, sea 1, y siendo este la octava parte de los otros, tendran estos 8: pues paraque el segundo sea mitad del primero, y tercero ponle 3, y los 5 al primero. Ahora digase por regla de compañia: si 5 dan 3, y 1: 2500 daran 1500, y 500.

Quando las questiones piden directamente vn plano, ô vn solido, ô vno, ô mas de sus lados; ô piden productos, ô vno, ô mas de sus multiplicadores, &c, son demandas de Potestades. V. gr. Preguntase quantos ladrillos tendrá vna sala por el ancho, y quantos por el largo (que era tripla del ancho) teniendo todo el suelo 675 ladrillos. Esta es demanda de numeros quadrados, por que pide los lados de vn plano; y si pidiera tres lados fuera demanda de numeros cubos: si quatro fuera de quadro-quadrados, &c, Tenia dicha sala 675 ladrillos, otra que tiene vn tercio mas de ancho, quantos tendrá? Es tambien demanda de numeros quadrados, por què pide vna capacidad plana.

Hicese pues la posicion, segun la question, y formada la regla de tres, se conosce mejor quales terminos son de lados, quales de quadrados, ô quales de cubos, &c. Luego se igualaran los terminos (segun las reglas del paragrapho

13 an-

13 antecedente) y estando todos de vna potestad, se sacará el quarto termino, que se busca, y este si fuere menester, se bolverá â desigualar, como se dixo â la pagina 156

Exemplo 6. Vn esquadron de 1875 soldados tenia en la frente el triplo del costado: quantos tendria por frente, y quantos por costado? Pon, que tenia 1 por costado, y 3 por frente, que producen 3. Digase: Si 3 vienen de 1 (que igualado â quadrado es 1) 1875 vendran de 625 cuya raiz quadra es 25, que tenia por costado, y teniendo el triplo en la frente tendria esta 75.

Exemplo 7. Dame quatro numeros iguales, vno de arrobas, otro de libras, y otro de onças, que multiplicados por el otro, produsgan 1 quintal, 4 arrobas, 6 libras, y 4 onças. Pon que sea 1 arroba, 1 libra, y 1 onça, que multiplicadas por 1 producẽ 417 onças. Digase: si 417 vienen de 1: 41700 (es el quintal, y lo demas reducido â onças) de donde vendran? El primero, y tercero termino son de numero quadrado, por que son productos, que piden vn multiplicador de otro numero: y el segundo termino es de lado, q̃ se debe igualar â los otros quadrados, y seguida la regla saldran 100, cuya raiz quadra es 10, y seran 10 arrobas, 10 libras, y 10 onças multiplicadas por 10.

Exemplo 8. En vna troxe cabian 972 sanegas de trigo: en otra de vn tercio menos de ancho quantas cabrian? Pon que la vna tenia 3 de ancho y la otra 2, y digase: si 3 dan 972: 2 que daran? El segundo termino es de cubo ô capacidad solida, y los otros son lados, que se deben cubicar, y dirá la regla: si 27 (cubo de 3) dan 972: 8 (cubo de 2)

daran

daràn 288, que ſon las fanegas, q̃ caben en la troxe menor.

Mas quando la demanda (entre los multiplicadores, que pide) ſeñala vno, ô mas individualmente: como ſi pide tres multiplicadores, y que el vno de ellos ſea vn 4: entonces no entra eſte en la cuenta de los multiplicadores para decir, q̃ ſerá demanda de cubos, por que pide tres lados; ſi no que ſerá ſolo de quadrados: y ſi pide ſolamente dos multiplicadores, y entre ellos vn 4, no es demanda de poteſtades: como tambien ſi pide cinco numeros, y entre ellos vn 4, y vn 6, no ſerá demanda de ſurſolidos, ſi no de cubos.

La razon de eſto es: por que multiplicados dos numeros diverſos por vn miſmo multiplicador, como 4, ſalen deſde luego los dos productos en la miſma proprocion, que tienen los dos numeros, que ſe multiplicaron: como ſi ſe multiplican 6, y 9 por vn 4 producen 24, y 36 en la miſma proporcion ſeſquialtera, que 6, y 9: Luego ſi en la poſicion, que ſe hiciere ſe ha de multiplicar por el miſmo 4, que en la demanda ſe multiplica, ſaldrá el producto de la poſicion en la miſma proporcion, que el de la demanda. Saliendo pues los productos â proporcion ſe conſigue el fin de la regla de tres (que es ſacar proporciones ſemejantes) ſin ſer meneſter igualar los terminos; (que para eſſo ſolo ſe debian igualar) ſi no ſolo igualarlos por lo que tocare â otros multiplicadores, ſi ſon mas, que el individuado.

Tambien es digno de advertir, que las particiones diſuelven los productos, y por conſiguiente deprimen las poteſtades: como ſi en la poſicion ſe multiplican dos numeros vno por otro, reſulta numero plano del producto; pero ſi buelve â partir por otro numero, ya no queda tal numero plano. Si se han multiplicado tres numeros vnos por otros resulta el Cubo; pero si se buelve âpartir por otro, queda quadrado solo: y de este modo se entenderá la depression en otros casos.

Exemplo 9. de estas excepciones. Dame dos numeros en sesquialtera proporcion, que multiplicado vno por otro, y el producto por 5, produsgan 480. Pon 2, 3, y 5 que producen 30 de cubo. Si 30 vienen de 2 (este solo se iguala â quadrado, y no â cubo, por que el 5 sacará los cubos â proporcion, por hallarse en la demanda, y en la posicion) y assi si 30 dan 4: 480 daran 64, cuya raiz quadra es 8, que será el primer numero, y el otro 12.

Exemplo 10. Dame tres numeros en proporcion tripla, y otro que sea 10, y que multiplicados vnos por otros, y el producto partido por la mitad del primero, el quociente sea 8640. Pon que sean 2, 6, 18, 10: multiplicados producen 2160, y partidos por 1 (mitad del primero) quedan 2160. Digase: si 2160 vienen de 2: 8640 de donde? Para desatar la regla se havia de quadro-quadrar el 2, por ser quatro los multiplicadores; pero por el multiplicador 10 (que se halla en la demanda, y en la posicion) se deprime â cubo, y este por la particion que despues se hace, queda en solo quadrado, y dirá la regla: si 2160 vienen de 4: 8640 vendran de 16, cuya raiz quadra es 4, y seran los tres numeros 4, 12, 36, 10.

§ 15 *De varias questiones, que se puedan responder con vna posicion.*

Advierto antes, que para mayor brevedad van puestos en las demandas ſiguientes algunos vocablos muy conoſcidos, con ſolo ſu inicial de mayuſcula: como N por *numero* P por *partes*, Q por *quadrado*, C por *cubo*, R por *raiz*, &c. Aſsimiſmo en algunas queſtiones van pueſtas las reſpueſtas, ô el modo de hacer la poſicion, para que ſirvan de exemplares para otras ſemejantes.

1 Dame vn N. que añadiendole ſu mitad, ſu tercio, y quarto, haga 125. buſcaſe para la poſicion vn N. que tenga dichas P. como 12.

2 Dame vn N. que quitandole ſu mitad, y tercio, y añadiendole la decima P. quede en 80 Pon 60. &c.

3 Dame vn N. cuya mitad, tercio, y quarto, menos la duodecima P. hagan 96. Pon 12, &c.

4 Dame 3 N. que el ſegundo exceda al primero en dupla, y el tercero al ſegundo en tripla, y que hagan 90.

5 Dame 3 N. que el vno ſea mitad de cierto numero el otro ſu tercio, y el reſto que ſea 10. Pon 3, 2, 1. Si 1 viene de 6: 10 de 60, &c

6 Dame 2 N. en dupla y que multiplicado vno por 30 y otro por 60, hagan 1600. No es demanda de poteſtades por lo dicho en la foxa antecedente; y por q̃ pide ſuma.

7 Dame 2 N. en tripla, y que multiplicado vno por otro produſgan 1875. Veaſe el exemplo 6.

8 Dame 3 N. en dupla, y que multiplicado el primero por el tercero, produſgan 256. Es de N. Q. por que es lo miſmo que pedir ſolo 2 N. en quadrupla, &c.

9 Dame 3 N. en ſeſquiquarta, y que multiplicado el pri-

primero por el ſegundo, y el ſegundo por el tercero los dos productos hagan 13120. Es ſolo de N. Q.

10 Dame 3 N. en ſeſquialtera, que multiplicados vnos por otros produſgan 13824. Es de N. C.

11 Dame 4 N. en tripla, y que multiplicados vnos por otros produſgan 944784. Es de N. QQ.

12 Dame vn producto, cuyo multiplicador ſea vn tercio menos, que el de 864. Es de N. Q. Pon 3, y 2, y di: Si 9 Q. dá 4 Q. 864 daran 384.

13 Dame vn numero, que multiplique otro tanto de arrobas, otro tanto de libras, y otro tanto de onças, y ſalgan al producto 1 quintal, 4 arrobas, 6 libras, y 4 onças. Es de N. Q. Veaſe el exemplo 7.

14 Dame 3 N. dos en quadrupla, y el otro, que ſea 5, y que multiplidados vnos por otros produſgan 1280. Es de ſolo N. Q. Veaſe el exemplo 9.

15 Dame 3 N. en tripla, y vn 5, y que multiplicado el primero por el ſegundo, y el tercero por el quarto, queden los productos iguales. Pon 1, 3, 9, 5: el primer producto 3, y el ſegundo 45: Si 3 vienen de 1: 45 de 15.

16 Dame 4 N. en dupla, y que multiplicados vnos por otros, y el producto partido por la quarta P. del primero quede en 648576. Aunque ſon 4 multiplicadores, es de N. C. por la particion. Veaſe el exemplo 10.

17 Dame 2 circulos con el diametro en dupla, y que en ambas ſuperficies quepan 1155 varas de lienço de dos tercias de ancho. Multiplica primero las varas por ſu ancho, y ſon 770 varas quadradas. Ahora pon 1, y 2 de diametro, cu-

yos

yos quadrados son 1, y 4, que suman 5. Digase: Si 5 vienen de 1 Q. 770 vendran de 154. Saquense dos lados de 154 (vease el Cap. 6) y el mayor 14 será el diametro del vn circulo: el otro diametro será forçosamente 24 en dupla

18 Dame 2 Espheras (ô columnas, ô Cubos, û otras figuras) que tengan sus diametros (ô tales lados) en pdula, y que en ambas quepan 43659. Pon 1, y 2 de diametro, cuyos Cubos son 1, y 8, que suman 9. Digase: si 9 dan 1 C: 43659 daran 4851, cuya raiz C. es sorda, y se le vá quitando vna vnidad, y partiendo, hasta sacar el lado 11 y el plano 141, cuyos lados son 21, y 21, que será el diametro de la vna Esphera, y el otro será 42 en dupla.

19 Divideme â 20 en 2 P. que multiplicada vna por otra produsgan 91. Pon que sean 10, y 10, que multiplicados producen 100. La diferencia de 91 â 100 es 9, cuya raiz Q doblada (que son 6) será la diferencia entre los 2 N. que se buscan: y assi havran de ser forçosamente 7, y 13. O saca 2 lados â 9, q̄ son 3, y 3, y la suma de ellos será la diferēcia

20 Divideme â 15 en 2 P. cuyos Q. sumen 117. Pon q̄ sean $7\frac{1}{2}$, y $7\frac{1}{2}$ cuyos Q. hacen $112\frac{1}{2}$. La diferencia â 117 es de $4\frac{1}{2}$: toma la mitad $2\frac{1}{2}$, cuya raiz Q. doblada (que son 3) será la diferencia entre los 2 N. que se buscan: y assi havran de ser 6, y 9. O sacá 2 lados â $4\frac{1}{2}$, que son $1\frac{1}{2}$, y 3, y el menor doblado es la diferencia.

21 Divideme â 10 en 2 P. cuyos C. monten 280. Pon q̄ sean 5, y 5, cuyos C. montan 250. La diferencia es de 30. Sacales 4 lados, que son 1, 2, 3, y 5, y el menor doblado será la diferencia entre los 2 N. que seran 4, y 6. O toma la

mitad

mitad de 30; que es 15, y facales 3 lados, que son 1, 3, y 5 y el menor doblado es la diferencia.

22 Dame 3 N. que hagan 10, y que el primero con el segundo sea el triplo del tercero: y el segundo con el tercero sea el quadruplo del primero. Pon siempre en semejantes demandas de proporciones, por hypothesi el denominador de aquella proporcion, que tuviere el primero solo con los otros: como aqui el denominador de la quadrupla, y assi pon 4, 11, 5, que son 20. Si 20 de 4: 100 de 20, &c.

23 Dame 3 N. que la suma del 1, y 2, sea con 20 mas, que el 3: la suma del 2, y 3 sea con 30 mas, que el 1: y la suma del 1, y 3 sea con 40 mas, que el 2. Pon siempre (para mayor facilidad en las posiciones de semejantes questiones) los hypothesis con la misma proporcion, ô progression, que tuvieren los excessos (que es lo que hai conoscido en la demanda, como 20, 30, 40) Pon 6, 5, 7, y los excessos 4, 6, 8. Dî: si 4 de 6 20 de 30, &c.

24 Dame 3 N. que si el 1 dá su tercio al 2: el 2 su quarto al 3: y el 3 su quinto al 1, queden iguales. Toma qualquiera progression arithmetica: como 6, 4, 5, y quedan en 5, 5, 5: 8, 4, 6, y quedan en 6, 6, 6. Y si dice la demanda, q̃ todos queden V. gr. en 20, entonces serviran de hypothesi: los antecedentes: como si 5, 5, 5 de 6, &c. 20 de 24, &c.

25 Dame 3 N. que el 1 con la mitad de la suma de los otros haga 42: el 2 con el tercio de los otros haga 36: y el 3 con la duodecima parte de los otros haga 39. Pon 3 N. (como se dixo en la demanda 23) con la progression, que 42, 36, y 39. como 12, 8, 10, 12 con 9 (mitad de 8, y 10) son 21. Si

21 de 12: 42 de 24, &c.

26 Divídeme â 20 en 2 P. cuyos Q. se excedan en 80, ô en el quadruplo de 20. Veafe el exemplo 3.

27 Dame 2 N. cuya diferencia sea 4, y la de sus quadrados sea 64. Veafe el exemplo 3.

28 Dame 2 N. que multiplicado vno por otro el producto sea quadruplo de la suma de los dos. Pon (iguales, ô como quisieres) 1, y 1, que suman 2, y producen 1, el quadruplo de 2 es 8. Si 1 de 1: 8 de 8, y seran 8, y 8. Otro modo: pon 2, y 4, suma 6, y producen 8. Si vna sesquitercia (de 8 â 6) dá 2: vna quadrupla dara 6, y seran 6, y 12.

29 Dame 2 N. en sextupla, cuya diferencia sea 100.

30 Dame 2 N. en tripla, cuya suma, y la de sus QQ. queden en decupla. Pon 1, y 3. la suma es 4, y la de sus QQ. 10: havia de ser 40: Si 10 vienen de 1: 40 de 4. seran 4, y 12

31 Dame 2 N. cuya diferencia sea 4, y multiplicado vno por otro produsgan 320. Saca 2 lados, q̄ son 16, y 20.

32 Dame vn N. que con su tercio exceda â 100, en lo mismo, en q̄ 100 le excede. Pon 6, y 7. Si 7 de 6: 100 de 85 5/7

33 Dame 2 N. que su diferencia, y el producto de ambos queden en tripla. Pon 1, y 2, que producen 2: havia de ser 3. Si 2 de 1: 3 de 1 1/2, y el otro será 3. O pon 1, 3, producen 3 y havia de ser 6. Si 3 de 1: 6 de 2, &c.

34 Dame 2 N. cuya diferencia sea 6, y el producto de ambos sea 720. Saca 2 lados de 720, y son 24 y 30.

35 Dame 2 N. en quintupla, y que la diferencia sea

20. Pon 1, y 5. Si 4 (diferencia) de 1: 20 de 5, &c.

36 Divideme â 1 en 2 P. que partida vna por otra salgan 10 de quociente. Pon 1, y 10. Si 11 de 1: 1 de $\frac{1}{11}$, y el otro serà 10 once abos,

37 Divideme â 30 en 2 P. que queden en sesquialtera. Pon 2, y 3. Si 5 de 2: 30 de 12, &c.

38 Divideme â 104 en 3 P. que queden en tripla. Pon 1, y 3, 9, &c. Y ya no importa, que se pida algun producto de ellas.

39 Divideme â 1551 en 3 P. que la vna multiplicada por 4. la 2 por 7: y la 3 por 3, salgan los productos en quadrupla continua. Para hacer facilmente la posicion pon tres terminos en quadrupla, y que el primero sea el producto de 4, 7, y 3, vnos por otros: como 84, 336, y 1344. Partanse estos por 4, 7, y 3 (cada vno por el suyo) y quedan 21, 48, y 448, que suman 517. Digase: si 517 vienen de 21, &c. 1551 vendran de 63: 144, y 1344, que multiplicados, &c.

40 Divideme â 178 en 3 P. que la 1 partida por 5: la 2 multiplicada por 8, y la 3 partida por 6, queden numeros iguales. Pon (como en la antecedente) 3 N. iguales al multiplicador, como 8, 8, 8, y disuelve con ellos la demanda, y quedan 40, 1, 48, que suman 89. Si 89 dan 40, &c. 178 daran 80, 2, 96.

41 Dame 2 N. que multiplicado vno por otro, el producto sea quintuplo del menor, y triplo del mayor. Pon 1, y 5, el producto es quintuplo del menor, y para que fuesse triplo del mayor havia de ser 15. Si 5 de 1: 15 de 3, seran 3, y 5. Pero con solo tomar siempre los denominadores de las

dos

dos proporciones de la demanda se responde â ella.

42 Dame 4 N. en progression arithmetica, y que la suma del 1, y 2 sea igual al 3: y la suma del 1, y 3 sea igual al 4 ¶ En estas, y semejantes demandas de progressiones, quando no se señala el excesso, tomese qualquier numero, y el mismo por excesso: como 2, 4, 6, 8. Y si la demanda dá el primero, tomese otro tanto por excesso: y si dá el excesso tomese otro tanto para el primero termino; ô respondase por regla de progression.

43 Dame 6 N. en progression arithmetica, y que la suma sea 63. Pon tanto de excesso, como el 1 termino: como 1, 2, 3, 4, 5, 6. Si 21 de 1. 63 de 3. seran 3, 6, 9, &c.

44 Dame 3 N. el 1 con el 2 en sesquialtera, y el 2 con el 3 en dupla, y que multiplicado el 1 con el 2, el producto quede igual al 3. Toma siempre por primer N. el denominador de la segunda proporcion: como 2, 3, 6.

45 Dame 3 N. el 1 con el 2 en dupla, y el 2 con el 3 en tripla: y que el producto del 1 por el 2 salga en quadrupla del 3. Toma la suma de la 2, y 3 proporcion, que es 12, &c.

46 Divideme â 30 en 3 P. en progression arithmetica, ô geometrica, y que los productos de la 1 por la 2, y el de la 2 por la 3, queden en quadrupla. Pongase la proporcion, q̃ pide en los extremos: como 2, 5, 8; ô 1, 2, 4, y hagase la regla de tres. Si pide los productos de la 1 por la 3, y de la 2 por la 3 pongase la proporcion en los primeros terminos: como 1, 4, 7; ô 1, 4, 16. &c. ¶ Y quando en todas estas demandas se señala el excesso, se responden facilmente por las reglas de progressiones: y assimismo quando señala el pri-

primero, ô vltimo termino.

47 Dame 3 N. que el 2 exceda al 1 en 3 vnidades, y el 3 al 2 en 9, y que el produćto del 1 por el 2; y del 2 por el 3 quede en tripla. Pon la tripla en los extremos: como 6, 9, 18

48 Dame 3 N. en progressìon arithmetica, que multiplicados vnos por otros hagan 384. Pon qualquier N. y otro tanto por excesso: como 1, 2, 3, que producen 6. Si 6 de 1 C. 384 de 64 su R. C. es 4, seran 4, 8, 12.

49 Dame vn N. cuyo Q. multiplicado por 20, quede quintuplo de su C. Pon 1. 1 Q. y 1 C. el produćto de 1 Q por 20 es 20: havia de ser 5. Si 5 de 1: 20 de 4, &c.

50 Dame 2 N. que multiplicado cada vno por 8, los produćtos sean vn Q. y su R. Pon por el vn N. la vnidad, y por el otro el multiplicador: como 1, 8 por 8.

51 Dame vn N. Q. que multiplicado por su R. produsga 64. Pon 4 Q. su R. 2 producen 8 C. Si 8 de 8 (C. de 2) 64 de 64. C. de 4, y su Q. 16.

52 Dame vn N. cuya R. Q. con su R. C. esté en tripla. Pon el denominador de la proporcion por R. como 3, que dan 9 y 27 (en tripla) R, C. y R. Q. de 729.

53 Dame 2 N. en tripla, que sean R. Q. y R. C. de vn mismo N. Es la misma, que la antecedente.

54 Dame 2 N. en tripla, cuyos QQ. multiplicados vno por otro produsgan 144. Pon 1, y 3, sus Q. 1, y 9. q̄ producen 9 quadro-quadrado. Si 9 de 1 (quadro-quadrado) 144 de 16, su R. Q q. 2, y el otro será 6.

55 Dame 2 N. en tripla, que el mayor multiplicado por el Q. del menor hagan 192. Pon 1, y 3. 1 Q. por 3 es 3 C. Si 3

Si 3 de 1 C. 192 de 64, su R. C. es 4, y el otro será 12.

56 Dame 2 N. en quintupla, que el menor multiplicado por el Q. del mayor hagan 1600 Como la antecedẽte

57 Dame 2 N. en dupla, que produsgan 72, y la suma de sus QQ. 180. Pon 1, y 2, que producen 2 Q. Si 2 &c.

58 Dame 2 N. que produsgan 72, y la suma de sus QQ. 145. Por que no señala la proporcion, saca 2 lados de 72, que sõ 8, y 9. &c. Y si la suma de los QQ. sale menor, que la que se pide, saca otros 2 lados, quitandole â la raiz.

59 Dame vn N. cuyo Q. y C. monten 150. Pon 1. su Q. 1, y su C. 1, que son 2. Si 2 de 1: 150 de 75 Sacales sus lados, y saldran 5, y otro. su Q. 25, y su C. 125.

60 Dame vn N. cuyo quadruplo, y su Q. monten 356. Saca sus lados, y son 18, y otro: su quadruplo 72. su Q. 324

61 Dame vn N. â quien exceda su Q. en 210 Saca 2 lados: como 14, y 15, y toma el mayor.

62 Divideme â 16 en 2 QQ. Para la posicion toma 2 QQ. iguales â otro: como 9, y 16 â 25. Si 5 de R. vienen de 3 R. de 9, y de 4 R. de 16: 4 R de 16 vendran de 12 quintos, y de 16 quintos que son los dos QQ.

63 Dame 2 N. en tripla, que la quarta P. del menor multiplica por la mitad del mayor, produsgan 96. Pon 4, y 12, sus P. 1, 6, que producen 6: Si 6 de 16 (Q. de 4) 96 de 256 su R. es 16, y el otro será 48.

64 Vno compró 3 varas de paño rozado, y 4 de negro por 60, y al mismo precio 2 del rozado, y otras 4 del negro por 24: pregunta se el precio de la vara de cada color. Saca la diferencia de varas de cada color, que es 6, y 0; y la de precios

cios, que es 36. Si 6 dan 36: 1, û 8 daràn 6 de cada vara, y 48 de las 8 varas, y saldran las negras â 3.

§ 16 *De la regla de tres de dos posiciones.*

Quando â vna demanda no se puede responder por a vna posicion, que se ha hecho, se ocurre â ver si por dos se puede desatar: y quando por dos no se puede; ya no se podrà ni por veinte, si no por otra via. De ordinario las questiones, q̄ no se pueden responder por solo vna posicion, son aquellas, que trahen algunos numeros, ô para multiplicarlos, ô para sumarlos, ô para diferencias, &c. Los quales se han de tomar forçosamente para hacer la posicion, del mismo modo, que vienen en la demanda. Y como la regla de tres propocional saca vna proporcion semejante â otra, forçosamente por el numero, q̄ se ha puesto en la posicion. V. gr. vn 4 sacarà otro numero mayor ô menor â proporcion; no queriendo la demanda, sino que se responda con el mismo 4.

Pongo este Exemplo. Entre Pedro, Juan, y Diego hai 96 años de edad: Juan tiene doblado, que Pedro, y 3 mas: ó Diego tiene el tercio de ambos. Preguntase quantos años tendrà cada vno? Pongamos que Pedro tiene 1: Juan tendrà 5, que es el duplo con 3 mas: y Diego tendrà 2, que es el tercio de los 6 de ambos. y todos montan 8. Digase: Si 8 vienen de 1: 96 vendran de 12. Tendrà Pedro 12, Juan 27. y Diego 13, que montan 52, haviendo de ser 56, y el primer numero 23. La razon del yerro es, porque aquellos 3 mas, q̄ pide la demanda se inclyeron del mismo modo en la suma

de la

de la Poſicion, y la proporcion octupla, que hai del prime-
ro al ſegundo termino de la regla de tres, ſaldrá forçoſa-
mente del tercero al quarto termino.

Fuera de eſto hai otros caſos, en que no ſe puede reſ-
ponder â vna demanda por ſola vna poſicion, principal-
mente quando de eſta no ſe pueden ſacar todos los tres ter
minos para formar la regla de tres. Lo que ſe hace pues en
eſtos caſos, es ver ſi ſe puede reſponder por dos poſiciones,
porque eſta es regla mas vniverſal, que la otra: porque to-
da demanda, que ſe deſata por vna poſicion, ſe deſatará
por dos; pero no toda demanda que ſe deſata por dos, ſe pue
de por vna. Hagaſe pues, la vna poſicion, y ſi no ſatisface
âla queſtion; ô no ſe puede por ella formar la regla de tres,
notenſe dos coſas. La 1. los numeros del hypotheſi, y la 2
el error, que ſe halló por la poſicion, de mas, ô de menos
del numero, que debia ſer. Y eſte error ſe nota con alguna
ſeñal, quando es por exceſſo, como con vna E, ô dos rayi-
tas, y quando es por defecto con vna D, ô vna rayita.

Hecha la vna poſicion ſe paſſa â hacer otra ſemejante,
tomando para hypotheſi otro numero, y procurando, que
la diferencia de eſte al de la primera ſea poca, ô ſi fuere
poſſible ſea 1, ô 10, ô 100 por la conveniencia, que deſpues
reſulta para las multiplicaciones: como tambien ſe ha de
procurar, que ſalgan las poſiciones ſin quebrados. Hecha
pues, la ſegunda poſicion con las miſmas circunſtancias, q̃
la primera, ſi tampoco ſatisface â la demanda, notenſe (co
mo en la primera) las miſmas dos coſas, que ſon el hypo-
theſi, y el error con la ſeñal de exceſſo, ó de defecto. Con
eſtas

eſtas dos poſiciones ſe podra reſponder â la queſtion por vno de dos modos.

El 1. Formeſe vna regla de tres, y tomeſe para primer termino la diferencia de vn error â otro, ſi ſon ſemejantes (ambos por exceſſo, ô ambos por defecto) ô la ſuma de los dos errores, ſi ſon deſemejantes (vno por exceſſo, y otro por defecto) Pongaſe por ſegundo termino la diferencia del vn hypotheſi al otro: y quando ſon dos, ô mas los hypotheſis de cada poſicion, ſe puede tomar la diferencia del primero de la vna al primero de la otra; ô la del ſegundo de la vna al ſegundo de la otra: ô la ſuma de ambas diferencias. Y para tercer termino ſe toma vno de los dos errores. Luego ſe hace la regla, y lo que ſaliere al quarto termino, ſe añadirá al hypotheſi (de donde ſe tomó el error, para tercer termino) ſi el error es por defecto; ô ſe reſtará del hypotheſi, ſi el error es por exceſſo, y ſe tendrá el numero, que ſe deſſea para poder reſponder â la demanda. Porque la proporcion que hai entre la diferencia, ô ſuma de errores, y la de los hypotheſis, eſſa miſma ſale entre la diferencia del vn error y numero de la demanda, y la diferencia de ſu hypotheſi al numero, que ſe buſca.

Exemplo 1. Quanto tendria vno puesto â vſura, pues cō los reditos de dos años (â 5 por 100) y 15 peſos de reditos atrazados, llegó la cantidad â 2468 peſos. Pon que tenia pueſtos â vſura 10 peſos que en dos años dan de reditos 1. y 15 mas ſon 26. Digaſe: Si 26 vienen de 10: 2468 vendrian de 946 peſos, y 4 veinte y ſeis abos: lo qual no puede ſer. Nota pues, los 10 del hypotheſi, y lo que falta de 26 para 2468, q̄ ſon 2442 de error por D. y paſſa â hacer la ſegunda poſicion, y pon que eſtuvieſſen pueſtos â vſura 20 peſos, que en dos años redituan 2, y 15 de mas ſon 37. Debian ſer 2468, luego tambien le faltan 2431. Nota pues, los 20 del hypotheſi, y 2431 de error por D.

Ahora ordena la regla de tres, y dì: ſi 11 (diferencia de errores por ſer ſemejantes) dan 10 (diferencia de hypotheſis) 2442 del primer error daran 2220, que añadidos â ſu hypotheſi 10, ſeran 2230. O 2431 del ſegundo error daran 2210, que añadidos â ſu hypotheſi 20, ſeran 2230. Y eſte era el principal, y los reditos de dos años 223, y 15 mas monta todo los 2468 de la demanda.

Exemplo 2. Pedro, Juan, y Diego ajuſtaron para cierta compra 112 peſos, Juan puſo el triplo de Pedro, y 6 mas: y Diego dio el duplo de Pedro, y Juan, aunque con 2 menos: preguntaſe quanto pondria cada vno? Pon que Pedro puſo 1: Juan 9, que es el triplo, y 6 mas: y Diego 18, que es el duplo de 10, con 2 menos, y todo junto monta 28, haviendo de ſer 112. Nota el 1 del hypotheſi, y 48 de error por D. Y pon que Pedro dio 11, Juan 39, y Diego 98 que todo mõta 148, haviendo de ſer 112. Nota los 11 del hypotheſi, y 36 de error por E. y ordena la regla de tres, diciendo; Si 120 (ſuma de errores por ſer deſemejantes) dan 10 (diferencia de hypotheſis) 84 D. daran 7, que añadidos â 1 de ſu hypotheſi ſon 8. O 36 E. daran 3, que reſtados de 11 de ſu hypotheſi, quedan 8, y diremos, que Pedro puſo 8 peſos, Juan 30, y Diego 74, que hacen los 112.

Exemplo 3, Quiereſe juntar cierta cantidad de peſos entre entrê muchos: si cada qual de ellos dá 2, toda via faltan 10: y si cada qual dá 4, ya sobran 6. Preguntase quanta será la cantidad, y quantos los que dan para ella? Pon que estos sean 10, y si dá cada vno 2, seran 20 pesos, y entonces han de faltar 10: luego será la cantidad de 30: y si cada vno dá 4, seran 40, y entonces han de sobrar 6: luego será la cantidad de 34. Debian salir iguales, pues ha de ser vna misma: luego hai error de 4 por E. Nota este error, y el hypothesi 10. Y pon que las personas son 11, las quales dando â 2 pesos, seran 22, y la cantidad 32, y dando â 4 seran 44, y la cantidad de 38. No salen iguales: luego hai error de 6 tambien por E. Nota este error, y los 11 de hypothesi, y dirás: si 2 (diferencia de errores semejantes) dan 1 (diferencia de hypothesis) 4 del primer error daran 2, que restados de 10 quedan 8. O 6 del segundo error daran 3, que restados de 11, quedan 8. Estas son las personas, y la cantidad será de 26 pesos.

Exemplo 4. Vendiose vna pieza de liston â 2 reales vara y otra que tenia 30 varas mas se vendio â 4, y produxo esta triplicado de la otra. Preguntase quantas varas tendria cada pieza? Pon la vna de 1 vara, que por 2 reales produce 2, y la otra de 31 varas, que por 4 producen 124: el triplo de 2 es 6: luego le faltan 118. Pon que la vna pieza tenia 2 varas que por 2 producen 4, y la otra de 32 varas q̃ por 4 producen 128; el triplo de 4 havia de ser 12. luego hai error de 116 tambien por D. Dî ahora: si 2 (diferencia de errores semejantes) dan 1 (diferencia de hypothesis) 118 del primer error daran 59, que añadidos â 1 son 60. O 116

daran

caran 58, que añadidos â 2 son 60, y el otro ferá 90.

He puesto este exemplo mas, por declarar lo que dixe arriba, de que quando los hypothesis de cada posicion son dos, ô mas, como en el exemplo que en la primera posicion son 1, y 31, y en la segunda 2, y 32, se puede tomar para el segundo termino de la regla de tres, ô la diferencia de los primeros, como la de 1 â 2; ô la de los segundos, como la de 31 â 32; ô ambas haciendo regla de compañia; ô la suma de ambas, y en este caso sale al quarto termino la suma de los dos numeros, que se buscan.

El segundo modo de responder por las dos posiciones, q̃ se huvieren hecho es este: multipliquense en cruz el error de la vna posicion por el hypothesi de la otra. Luego si los errores son semejantes, saquese la diferencia de vn producto â otro y la diferencia de vn error â otro; y si los errores son desemejantes saquese la suma de los dos productos, y la suma de los dos errores, y finalmente de las dos cosas, que por diferencia, ô por suma salieren, partase la mayor por la menor, y el quociente será el numero, que se busca.

Exemplo 5. En vna batalla eran los infieles seis tantos como los Christianos: entraronles de socorro â los Christianos 400, y â los infieles 600, y con todo esso ya quedaron solo quadruplicados los infieles: preguntase quantos serian vnos, y otros? Pon 1 y 6, y con el socorro seran 401 y 606: el quadruplo de 401 es 1604, hai error de 998 D. Pon 2, y 12, y con el socorro 402 y 612: el quadruplo de 402 es 1608 hai error de 996 D. Multiplica este error por 1 del hypothesi del otro, y el otro de 998 por 2 del hypothesi de este, y feranlos productos 996, y 1996, y la diferencia 1000, y partida por 2, diferencia de errores, dâ 500. Estos eran los Christianos, y 3000 los infieles, y con el socorro fueron estos 3600, y aquellos 900.

Quando los dos errores de dos posiciones son por D, y el segundo sale mayor, que el primero; ô quando siendo por E sale el segundo menor, que el primero; ô quando de las posiciones salen tres, ô mas diferencias, es señal, de que no se puede responder â la demanda, si no por otra via, principalmente por la *Algebra, que es una regla universalissima, â cuya fuerça no se resiste ningun genero de question.* No obstante seran muy pocas, las que por este Arte no se puedan responder.

Quando la demanda pide directamente potestades, ô sus lados, entonces, despues de hechas las dos posiciones segun la question, antes de formar la regla de tres, igualense los hypothesis â los errores, y estando de vna misma potestad, saquense las diferencias, ô las sumas para responder por el primer modo; ô los productos, &c para responder por el segundo: y lo que de vno, û otro modo saliere, redusgase otra vez â la especie, que tenian los hypothesis antes de igualarlos, como se dixo en la regla de vna posicion.

Es verdad, que si la demanda, no solo viene con potestades, si no tambien con algunos numeros invariables de los que diximos al principio de este paragrapho, se hace impossible por posiciones la respuesta, aunque se igualen los terminos, porque aquellos numeros entran en las potestades, haviendo de quedar fuera de ellas; pero para semejantes

casos

casos se podrá vsar de esta regla facil. Hagase vna posicion con todas las circunstancias de la question, luego hagase otra con el mismo hypothesi, llana sin las circunstancias, y solo notese qual saca mayor producto, ô quociente de las dos. Luego formese la regla de tres por sola la posicion llana (igualando como se debe los terminos â vna potestad) y seguida la regla, saldrá al quarto numero la potestad, q̃ se busca. Y si no se buscan si no lados, saquense estos por la regla, que para ello se puso al fin del cap. 6. sin otra diferencia, que esta: que quando en las particiones hai sobras se le vaya quitando vno â la raiz (como alli se manda) si la posicion llana salio menor, que la rigorosa; pero si la llana sale mayor, que la otra, se le irá añadiendo vno â la raiz, hasta sacar los lados sin sobra. De suerte, que la posicion rigorosa solo sirve para ver si la llana, sale mayor, ô menor.

Exemplo 1. Dan e tres numeros, el segundo triplicado del primero, y el tercero, que sea vn 4, y multiplicado el primero por el segundo, y el segundo por el tercero, monten los dos productos 420. Pon 1, 3, y 4, cuyos dos productos montan 15. Pon la llana sin el 4, y será 1, y 3, que producen 3, y queda menor, que la otra. Digase: si 3 vienen de 1 Q: 420 vēdran de 140, su raiz quadra discreta es 11, saca por estos 11 los dos lados de 420 iendole quitando vno â la raiz, porque salio menor la posicion llana, y quedará la raiz en 10, y este será el primer numero de los que se buscan, y los otros seran 30, y 4.

Exemplo 2. Dame 3 N. el segundo quadruplo del primero con 2 menos, y el tercero triplo del segundo con 2

más

más, y que multiplicados vnos por otros produsgan 2464. Pon 1, 2, 3, que producen 16. Pon la misma llana 1, 4, 12, q̄ producen 48, y sale mayor, que la otra. Digase: si 48 vienen de 1 C: 2464 vendran de 51 $\frac{1}{3}$. Su raiz cubica es 3 la discreta. parte 3464 por 3, y queda sobra, pues añade vno â la raiz (por que salio mayor la posicion llana) y parte los 2464 por 4, y no hai sobra. Será 4 el primer numero, q̄ se busca y los otros 14, y 44.

Es tan vtil la regla de sacar lados diversos de vna potestad, que con solo ella se pueden desatar muchas demandas que ni por dos posiciones, se pudiera, como muchas de las que se han puesto en el paragrapho antecedente.

§17 *De varias questiones, que se pueden responder con dos posiciones.*

1 Dame vn N. cuya mitad con 10 mas, su tercio con 5 mas, y su quarto sin mas, ni menos hagan 70. Busquese para las posiciones vn N. que tenga dichas partes, como 12.

2 Dame vn N, que añadiendole su mitad con 9 mas, y su quarto con 4 menos, haga 110.

3 Dame vn N. que quitandole su mitad, y su tercio, y mas 5, quede en 5.

4 Dame 2 N. en tripla, menos la vnidad, y que hagan 79. Y si dixere, que multiplicados produsgan 1180, es demanda de N. Q. vease la regla antecedente.

5 Dame 3 N. que el 2 sea triplo del 1 con 6 mas, y el 3 sea duplo de los otros con 2 menos, y que monten 112. Si dice.

dice, que multiplicados produsgan 17760, es de N. C.

6 Dame 3 N. que el 2 exceda al 1 en 12, y el 3 al 2, en 26, y que monten 70. O que multiplicados hagan 8760.

7 Dame 3 N q̄ el 2 sea 6 menos, que el 1; y el 3 sea 8 menos, que el 2, y que monten 100. O que multiplicados produsgan 35360, entonces es de N. C. O que multiplicado el 1. por el 2, y el 2 por el 3. los dos productos hagan 2244. ya no es de potestades, por que lo q̄ pide directamente es suma.

8 Dame 4 N. que se excedan en 3, y que la suma sea 53. O dame 4 N. que se excedan en sesquialtera, y que sumen 130 O dame 4 N. en proporcion arithmetica, y que el 1 sea 4, y la suma 25. O dame 4 en proporcion geometrica, y que el 1 sea 4, y la suma 160. O dame 4 N. en progression arithmetica, y que el mayor sea 4, y la suma 13, y en la geometrica sea la suma $7\frac{1}{2}$. Todas estas demandas se responden facilmente por las dos posiciones, y tambien por las reglas de progressiones. Mas si pide con dichos N. algun producto, será demanda de Potestades; pero si pide suma de productos, ô proporcion entre ellos, ya nō es de Potestades.

9 Dame vn N. que despues de doblado se le quiten 12, y al resto despues de triplicado se le quiten 9: y al resto despues de quadruplicado se le quiten 6, y que por vltimo resten 6. será 8, y los restos 4, 3. 6.

10 Dame 2 N. cuya diferencia sea 5, y multiplicado el 1 por 3, y el 2 por 4 monten los productos 69. No es de Q.

11 Dame vn N. que dividido por 4 sobren 3 y el quociente dividido por 3, sobren 2: y que multiplicado vn

quo-

quociente por otro produſgan 208. Será 107, y los quocientes 26, y 8. Es demanda de N. Q. Hechas las dos poſiciones buſca primero vno de los multiplicadores, V. gr. el 8, y hallado, por él ſe ſacara el que pide la demanda, por la regla de ſacar lados.

12 Dame 2 N. que ſi multiplico el 1 por 2 le falten al producto 10 para igualar al ſegundo: y ſi lo multiplico por 4 le ſobren 6 para igualar al ſegundo. Veaſe el exemplo 3. Y tambien ſe reſponde por la regla de meſclar precios.

13 Dame 2 N. que ſi el 1 dá 9 al 2, queden iguales; mas ſi el 2 ſe los dí al 1, quede eſte decuplo del 2. Seran 31, y 13

14 Dame 2 N. que el vno multiplicado por 10, y con 8 mas: y el otro por 18, y con 22 menos, queden iguales. Seran 15, y 10. Y tambien ſe reſponde por la regla de meſclar precios: partaſe la ſuma de los exceſſos 8, y 22 por mitad, y ſalen los 15, &c.

15 Dame vn numero, que multiplicado por 10, y el producto con 8 mas: y el mismo N. multiplicado por 18, y el producto con 22 menos, queden los productos iguales. Será $3\frac{3}{4}$. Y tambien ſe reſponde por la regla de meſclar precios: partaſe la ſuma de los exceſſos por la diferencia de los multiplicadores.

16 Dame 2 N. que el 1 multiplicado por 2, y el ſegundo por 3 hagan 100, y luego multiplicado el 1 por $1\frac{1}{2}$ y el 2 por 4 hagan 100. Tambien ſe puede reſponder por la regla de meſclar precios partanſe 100 por 5 (ſuma de multiplicadores) y ſalen 20: y partanſe 110 por $5\frac{1}{2}$ (ſuma de ſus multiplicadores) y ſalen 20.

17 Dame 2 N. que ambos monten 11, y el vno multiplicado por 12, y el otro por 9 hagan los productos 108. Y sin las dos posiciones, pon 0, y 11 que producen 0, y 99 â 108 van 9 que partidos por 3 (diferencia de multiplicadores) dan 3, y el otro será 8.

18 Divideme â 12 en 3 P. que la 1 multiplicada por 3, la 2 por 2, y la 3 por 1: hagan 22. Puedese responder tambien como la antecedente: toma por tercer N. el q̃ quisieres, V. gr 2, y restalo de 12, y multiplica el 2 por 1 (ô el menor multiplicador) y queda la cuenta de 10, y dos multiplicadores, como la antecedente. Seran 3, 4, 5.

19 Divideme â 78 en 2 P. que la menor sea la decima tercia parte de la mayor y con 8 mas: Seran 13, y 65.

20 Divideme â 20 en 2 P. que la 1 multiplicada por 10; y la 2 por 6, quede el primer producto con 8 vnidades mas, que el 2. Son 8, y 12.

21 Divideme á 30 en 2 P. que la 1 multiplicada por 7, y la 2 por 5, queden los productos iguales. Son 12 $\frac{1}{2}$, y 7 $\frac{1}{2}$.

22 Divideme â 100 en 2 P. cuya diferencia sea 40. Pon 1, y 99 diferencia 98, error 58, &c. Seran 30, y 70.

23 Divideme â 100 en 2 P. que la quarta parte del mayor exceda â la sexta del menor en 20 vnidades son 88 y 12

24 Dame vn N. que dividido en 2 P. y multiplicada vna por otra, quede el producto en decupla del Q. de la menor. En poniendo los numeros de la denominacion de la proporcion esta conseguido, como 1, y 10, que son 11. Y si dice: divideme â 110 en 2 P. &c. digase: si 11 vienen de 1, 110 de 10, y la otra de 100.

25 Dame 2 N. iguales, que añadiendole al vno 5, y quitandole al otro 2, y multiplicado vno por otro monten 98. Seran 9, y 9.

26 Dame vn N. que dividido en 5 P. la 2 sea el duplo de la 1 con 2 mas: la 3 el triplo de la 2 con 3 mas: la 4 sea el duplo de la 3, con 4 menos: y la 5 el duplo de la 4 con 13 menos, y que todas hagan 123. Seran 1, y 38 quarenta y ocho abos, &c.

27 Dame 3 N. en progression arithmetica, y que multiplicados vnos por otros, el producto sea quintuplo de la suma. Para las posiciones, quando no señala excesso la demanda, acuerdate de la regla, que se ha dado en otras demandas semejantes: que tomes tanto de excesso como el primer N. Y assi pon 1, 2, 3, y 2, 4, 6, &c. Saldran 3, 4, 5, que hacen 12, y el producto 60.

28 Dame 5 N. que los 4 sin el 1, hagan 80: los 4 sin el 2, 78: los 4 sin el 3, 74: los 4 sin el 4, 68: y los 4 sin el 5, 60. Para sacar los N. de la posicion, añade vna vnidad al mayor, que es 80, y restalos todos de 81, y quedaran 1, 3, 7, 13, 21. Los 4 sin el 1, hacen 44, hai error de 36 por D. Pon 2, 4, 8, 14, 22. Los 4 sin el 1 hacen 48: hai error de 32 por D. Proseguida la regla saldran 10, 12, 16, 22, 30.

29 Dame 2 N. en quintupla, y que añadiendole al menor 55, y al menor 15, queden iguales: como 10, y 50.

30 Añade vn mismo N. â 20, y â 90, que los dexe en quadrupla. Será $3\frac{1}{3}$

31 Dame 2 N. que el mayor sea quadruplo del menor con 15 mas, y la suma 90

32 Dame vn N, de quien quitados 20, y 80, queden dos restos en tripla. Como 110, restan 90, y 30.

33 Dame vn N. que añadido â 30, y restado de 90, queden 2 N. en dupla. Como 10, y los dos 40, y 80.

34 Dame vn N. que multiplicado por 4, y añadidos 10 al producto, quede quintuplo del tal N. será 10.

35 Dame vn N. que restado de 100, y de 40, los restos queden en quadrupla. Será 20.

36 Dame 2 N. que el 1 tomando 30 del 2, sea duplo del resto. Seran 30, y 60.

37 Dame 4 N que tomados de 2 en 2 hagan numeros imperiales (como 10, 20, 30, &c.) Toma por primero vn imperial, ô su mitad, y por excesso solo imperial: como 5, 15, 25, 35, y salen 20, 40, 60. Si dice, que de 3 en 3 hagan imperiales, tomese imperial por primero, y imperial por excesso.

38 Dame 2 N. cuya diferencia sea 10, y multiplicado el menor por 9, y el mayor por 4, queden iguales productos. Seran 8, y 18: y cada producto 72.

39 Dame 2 N. cuya diferencia sea 10: y otros 2 N. cuya diferencia sea 5: y multiplicado el menor de los primeros por el mayor de los segundos, y el mayor de los primeros por el menor de los segundos, queden iguales productos. En este caso, los 2 N. cuya diferencia fuere menor (aunque son arbitrarios) han de ser invariables en las 2 Posiciones. V. gr. Si pones 1, y 11 con 10, y 15: estos mismos segundos has de poner en la 2 Posicion, y saldran los 2 primeros, que se buscan 20, y 30, y cada producto de 300.

¶ Fi-

¶ Finalmente, si algunas demandas vinieren con potestades mayores, como de sursolidos, Quadro-cubicados, &c. no se añade mayor dificultad para sus respuestas; si no mayor travajo: el qual no se vence ni aun por la Algebra, pues esta supone vn Arithmetico diestrissimo en sacar potestades, y sus raices.

Las demandas, que en las dos posiciones dexan 2, ô mas diferencias, no se pueden responder por ellas, si no por otra via (como ya dixe arriba.) Entre las celebradas de este genero son las siguientes.

40 Dame vn N. que dividido por 2, 3, 4, 5, y 6 siempre quede 1. Puedese responder assi: Busquese vn N. que tenga dichas partes; como 60, y añadasele 1.

41 Dame vn N. que dividido por 4, 6, y 8 siempre sobren 2: y dividido por 7 nada sobre. Busquese vn N. que tenga dichas partes, como 48, y añadansele 2. y partanse 50 por 7; y si sobra algo vayansele añadiendo los 48, hasta que nada sobre, y será 98.

42 Dame 2 N. que ambos hagan 10, y multiplicado vno por otro, y el producto partido por la diferencia de ambos, salga al quociente tanto como en el vno de ellos. Parte 10 (ô el N. que se pide) siempre entre 3, y será el vn N. $3\frac{1}{3}$ y el otro $6\frac{2}{3}$.

43 Dame vn N. que partido por 8, queden 5: partido por 7, queden 3: partido por 5, queden 2: y partido por 9, nada. Toma vno de ellos V. gr. el 8, y añadale sus 5 de sobra: parte 13 por 6, y sobran 6, y para que sobren 3 vé añadiendole el 8 ya sacado, y partiendo por 7, hasta que sobren

bren 3, que feran 45. Parte 45 por 5, y para que fobren 2, vé añadiendo el producto de los ya facados 8 por 7, que es 56, hasta que fobren 2, que feran 157. Partelos por 9, y para que nada fobre, vé añadiendoles el producto delos ya facados 8, 7, y 5, que es 280, y feran 1557.

44. Dividime muchos nueves por 7 hasta que fobren 3. Para esto vayase juntando la fobra con otro 9, y partiendo por 7 hasta que fobren 3. Pero si la particion, y el partidor de la demanda fon pares, y pide nones de fobra; ô al contrario, ferá impossible la respuesta: como 8 por 6 hasta que fobren 5.

CAPITVLO X.

DE LAS REGLAS DE SACAR CAPACIDADES de planos, y solidos.

POR CAPACIDAD PLANA SE ENTIende todo lo que cabe en vna fuperficie, ô area de vn plano, fin altitud, ni profundidad: como todo lo que cabe en el fuelo de vna fala. Y por capacidad folida fe entiende todo lo que cabe fobre vn plano con altura, ô profundidad: como todo lo que cabe en longitud, latitud, y altitud de vna fala. La capacidad plana fiempre fe mide por quadrados, y la folida por cubos. Dexando pues, el tratar de las figuras planas, y folidas (que es proprio de la Geometria) Solo daré reglas de medir sus capacidades, que es propio de la Arithmetica.

La capacidad de vn *Quadrado* perfecto equilatero, se saca multiplicando vno de sus lados por si mismo, y el producto son todos los quadrados, que tiene aquella superficie, todos de aquella medida en quadro, con que se midio el lado. Como si tiene vn sitio quadrado 10 varas por cada lado, multipliquense 10 por 10, y producen 100 quadrados de â vara en quadro; ô 100 varas quadradas.

La capacidad de vn *Paralelogramo, ô quadrado rectangulo prolongado*, como vn pliego de papel, se saca multiplicando el largo por el ancho. Como si vna sala tiene 20 ladrillos quadrados por el ancho, y 30 por el largo, multipliquense 30 por 20, y producen 600 ladrillos, que tendra todo el plano de la sala.

La *linea diagonal* de estas figuras quadradas es la que atravieza por el quadrado saliendo de vn angulo, ô esquina y parando en el opuesto. Sacase la longitud de esta linea multiplicando el ancho del quadrado por si mismo, y el largo por si mismo, y de la suma de los dos productos saquese la raiz quadra, y essa será la longitud de la diagonal. Como si vna plaza tiene 112 varas de ancho, y 120 de largo, multipliquense 112 por si mismos y producen 12544: multipliquense 120 por si mismos, y producen 14400: sumados los dos productos montan 26944, cuya raiz quadra es 164 varas, que tendra la plaza desde vna esquina â la opuesta.

Casi siempre sale la linea diagonal por raiz sorda, como mo la del exemplo, y ſolo ſale por raiz diſcreta, quando el quadrado tiene el largo con el ancho en proporcion ſeſquitercia, como 4 de largo, y 3 de ancho (proporcion del pliego de papel) entonces ſale la diagonal de 5 cavales.

Quando al contrario, por la diagonal, y vn lado conoſcido, ſe quiere ſacar el otro, que ſe ignora, quadreſe el lado conoſcido, y quadreſe la diagonal, y reſteſe vn quadrado de otro, y del reſto la raiz quadra ſerá el lado, que ſe buſca.

La linea diametral de eſtas figuras es la que atravieza el quadrado ſaliendo de vn lado al lado opueſto: eſta es ſiempre del tamaño de los lados paralelos, y aſſi no es meneſter medirla.

La capacidad de otro qualquier quadrado de lados deſiguales, como tenga â lo menos vn angulo recto, ſe ſacará de eſta manera: junteſe cada dos lados opueſtos, y multipliqueſe la mitad de la vna ſuma por la mitad de la otra, y ſaldrá la capacidad. Como ſi tiene vn ſitio de ganado 11 cuerdas de ancho por vn lado, y 13 por el lado oppueſto, junteſe, y ſon 24, y la mitad 12. Tiene 14 cuerdas de largo por vn lado, y 18 por el opueſto, que ſuman 32, y es la mitad 16. Multipliquenſe 16 por 12, y ſalen 192 cuerdas quadradas de toda la capacidad. Llamaſe eſta figura *Trapezio*.

Para ſacar la capacidad de vn *Rhombo*, ô *Rhomboide*, es meneſter dividirlo en dos triangulos iguales, y vn quadrado que queda entre triangulo, y triangulo, y ſacar la capacidad del quadrado por las reglas dichas y la de los triangulos por los ſiguientes, y la ſuma de ellas ſerá toda la capacidad.

La

La capacidad de vn triangulo *Orthogonio*, que es de vn angulo recto, como los dos triangulos, que salen de vn quadrado partido por su diagonal: se saca facilmente. Multipliquense los dos lados, que componen el angulo recto, vno por otro, y la mitad del producto es la capacidad. O multipliquese el vn lado por la mitad del otro, y sale lo mismo. Y si el triangulo no tiene angulo recto, como el *Equilatero Oxigonio, y Amblygonio*, partase en dos con vna linea perpendicular sobre la Base, ô lado mayor, y quedará cada vno con su angulo recto, y se sacará la capacidad de cada vno, del modo dicho, y la suma de las dos será la de todo el triangulo.

La linea perpendicular es la que se pone sobre otra linea en angulos rectos, como el fiel de la balanza. Esta linea en lo geometrico se hecha facilmente con vn compaz, mas quando no se puede, se hará la particion del triangulo de esta manera. Quadrese cada vno de los tres lados: sumense los dos quadrados mayores, y de la suma restese el quadrado menor: del resto saquese la mitad, y partase por la Base, ô lado mayor, que huviere, y el quociente será lo que se ha de tomar en dicha Base para fixar la perpendicular, y restando el quociente de toda la Base, quedará lo que tiene la Base al otro lado de la perpendicular. Sabido el punto donde comienza la perpendicular, se tirará esta hasta el angulo opuesto â la Base, y quedará dividido en dos el triangulo.

La linea perpendicular sirve de lado â cada triangulo, y assi será menester saber su cantidad. Quadrese vno de los lados del triangulo, y quadrese la porcion de Base, que le corresponde, y restese vn quadrado de otro, y del resto la raiz quadra será la cantidad de la perpendicular. Y teniendo ya conoscidos los dos lados, que componen el angulo recto de cada triangulo, multipliquese vn lado por otro, y la mitad del producto será la capacidad de cada triangulo.

Para sacar la capacidad de la superficie de vn *Circulo*, es necessario saber primero la proporcion que tiene la circunferencia de vn qualquier circulo con su diametro, ô atravezia. El circulo es igual â vn triangulo, que tenga la base igual â la circunferencia, y la perpendicular igual al semidiametro. Desuerte, que si conoscida la base se pudiera sacar la perpendicular por raiz quadra discreta, se hallará perfectamente la proporcion de la circunferencia cō el diametro. De aqui es, que assi como lo mas, que se puede hacer en la raiz sorda es aproximarla mas, y mas â la verdadera, aunque impossible, de la misma manera el diametro se puede aproximar mas, y mas al correspondiente â lá circunferencia.

La proporcion mas commoda para las operaciones geometricas es la triplasesquiseptima como de 22 con 7: aunq̃ esta por ser la de menores numeros, es la mas imperfecta, por que sale el diametro menor de lo justo. La de 355 â 113 se aproxima mas, y con mas letras se irá aproximando mas â la verdadera impossible.

Multiplicada pues, la mitad de la circunferencia por su semidiametro (que es la mitad del diametro) sale la capacidad de toda la superficie del circulo. La regla es la

misma

misma que se diô para sacar la capacidad de vn triangulo. Como si vna rueda tiene 7 varas de diametro, y 22 de circunferencia, multipliquense 11 por $3\frac{1}{2}$, y daran $38\frac{1}{2}$ de superficie: desuerte que para vestirla seran menester 38 varas, y $\frac{1}{2}$ de genero, que tenga vna vara de ancho, y si fuere de $\frac{3}{5}$ de ancho seran menester 57 varas, y $\frac{1}{2}$

Para sacar solamente la capacidad del semicirculo, multipliquese la mitad de la circunferencia del semicirculo (q̃ es la quarta parte de la de todo el circulo) por el semidiametro, y saldra la capacidad.

Para sacar la capacidad de vna porcion mayor, ô menor, que el semicirculo, multipliquese la mitad de la circunferencia de aquella porcion por el semidiametro, y guardese el producto: luego se multiplica la porcion de semidiametro, que hai, ô de mas, ô de menos, desde el centro dél circulo hasta la cuerda, ô linea, que cer: a la porciõ de circulo, por la mitad de dicha cuerda, y el producto se añade al que se guardó, si la porcion es mayor, que el semicirculo; y se resta, si es menor: y queda la capacidad de la porcion de circulo.

Toda figura se puede resolver en triangulos. V. gr. vn quadrado si se parte con vna diagonal, darâ dos triangulos: y si se parte con dos diagonales cruzadas, darâ quatro triangulos iguales. De aqui es que para sacar la capacidad de qualesquiera figuras, assi de las ya dichas, como qualesquiera otras, no es meneste: mas regla que la de los triangulos. Como si se pide la capacidad de vn Pentagono, resuelvase en 5 triangulos, que por ser todos semejantes, en

sacan-

ſacando la capacidad de vno, ſe tiene la de los demas, con ſolo multiplicarla por 5.

Para ſacar la capacidad de vna figura ſolida, ſe ſaca primero la de la ſuperficie plana, y eſta ſe multiplica por el lado que falta de altitud, ô profundidad. Y aſsi para ſacar la capacidad de vn *Cubo, de vn Paralepipedo, de vna columna quadrada*, ô qualquiera otra figura de 6 ſuperficies, ſe multiplica el largo por el ancho, y el producto por el alto, ô profundidad. Como ſi vna ſala tiene 6 varas de largo, 5 de ancho, y 4 de alto, tendra toda ella 120 varas cubadas de capacidad.

Multiplicada toda la circunferencia de vna *Eſphera* por todo ſu diametro, ſale la capacidad de toda la ſuperficie eſpherica. Y multiplicada la tercia parte de eſta por ſu ſemidiametro, ſale toda la capacidad ſolida de la Eſphera.

Para la *Columna rotunda, y Cylindro*, multipliqueſe el largo por ſu circunferencia, y ſale la ſuperficie, â la qual ſe añaden las dos circulares de pie, y cabeza. Multiplicada la ſuperficie circular de ſu Baſa por el alto, ô largo de la columna, ô Cylindro, ſale la capacidad ſolida de toda ella

Para el *Cono* ſe multiplica la altura por la mitad de la circunferencia de ſu Baſe circular, y ſale la ſuperficie, â la qual ſe añade la ſuperficie circular de la Baſe. Multiplicada la ſuperficie de ſu baſe por vn tercio de ſu altura ſale la ſolidez conica.

Igualar capacidades.

Igualar capacidades es convertir vna figura en otra, dexandola la miſma capacidad: como vn quadrado equilatero reducirlo â rectangulo prolongado, dexandole â este la misma capacidad, que tenia el quadrado. Si â la figura, que se ha de hacer, no se le assigna algun lado semejante â alguno de la otra; si no que solo se pide que se haga la figura con tal, ô tal proporcion de lados, se debe igualar por potestades, y extraccion de sus raizes; pero si se le assigna algun lado, y solo se pide otro diverso, se igualará la capacidad por la regla de tres eversa. Para vno, y otro caso pondré varios exemplos.

1 Tiene vn esquadron quadrado 20 hombres por frente, y 20 por costado, y se quiere formar otro con la misma gente, pero de frente quadruplicada respecto del costado. Aqui no se assigna lado de la otra figura, si no proporcion de lados. Multipliquense 20 por 20, y producen 400 hombres, que es toda la capacidad del quadrado. Partanse 400 por la proporcion quadrupla, y salen 100, cuya raiz quadra son 10, y essos tendra por costado, y 40 por frente. O Multipliquense 400 por la proporcion quadrupla, y producen 1600, cuya raiz quadra sõ 40 de frẽte, y 10 seran de costado.

2 tiene vna cavalleria de tierra 1136 varas, y $\frac{1}{2}$ de largo, y de ancho la mitad, que son 568 varas, y $\frac{1}{4}$. Esta es figura rectangula prolongada, y quisiera otra tanta tierra en quadro de iguales lados. Multipliquese el largo de la cavalleria por su ancho, y producen 645816 varas, y $\frac{1}{8}$ de toda su capacidad: saquese de esta, la raiz quadra, que son 803 varas, y $\frac{5}{8}$, y estas seran las varas, que ha de tener la tierra quadrada por cada lado.

3 Tiene vn esquadron quadrado 400 hombres, quisiera

otro

otro de qualquiera figura, como no fuesse quadrada equilatera. Saquense dos lados diversos de 400 por la regla del cap. 6. iendole quitando â la raiz 20, vna vnidad, hasta q̃ se haga la particion sin quebrado: y saldran 16 por costado, y 25 por frente. Y si se quiere mas prolongado, saquense otros 2 lados, como 10 y 40: û 8, y 50. Y si se quiere vn Esquadron en triangulo equilatero, se hace por progression natural arithmetica, 1, 2, 3, &c, hasta ajustar la suma.

4 Si de vna qualquiera figura quadrada se quiere hacer vn triangulo orthogonio de vn angulo recto, saquese primero la capacidad de la figura quadrada, multiplicando vn lado por otro, y el producto doblese, y su raiz quadra será la base del triangulo, y otro tanto tendrá la perpendicular.

5 Para hacer vn quadrado igual â vn circulo en capacidad, saquese primero la capacidad del circulo, y de ella la raiz quadra será el lado del quadrado. Es verdad, que esta raiz siempre sale sorda, y assi nunca se hallará perfectamente la quadratura del circulo.

6 Para hacer vn circulo igual â vn quadrado en capâcidad, saquese primero la capacidad del quadrado, y esta será la del circulo: luego digase: si 11 de superficie dan 14 de diametro: tanta superficie, que darâ? La raiz quadra del quarto numero serâ el diametro. O digase: si 7 de superficie dan 88 de circunferencia: tanta superficie, que darâ? La rais quadra del quociente serâ la circunferencia. q̃ se busca

7 Si de vn circulo se quiere hacer vn Paralelogramo, ô vn triangulo, saquese primero la capacidad del circulo, y por ella la otra figura del mismo modo, q̃ en el exẽplo 1, 3, y 4.

8 Si

8 Si de vn paralelogramo, ô triangulo se quiere hacer vn circulo, saquese primero la capacidad de la figura, y por ella el diametro, ô la circunferencia del circulo, que se quiere hacer, del mismo modo, que en el caso 6. Exemplo: tiene vno 20 varas de genero de $\frac{2}{3}$ de ancho, y de ellas quiere hacer vn manto circular. Multipliquense las 20 varas por su ancho, y producen 13 varas, y $\frac{1}{3}$ de capacidad: y esta será tambien la del circulo. Digase: si 11 dan 14: 13, y $\frac{1}{3}$ daran 17, cuya raiz quadra son 4, y vn noveno, que será el diametro del circulo.

9 Quando â la figura, que se ha de igualar â otra en capacidad, se le assigna algun lado, y solo se pide el otro, este se sacará solo por la regla eversa. Exemplo: Tengo 10 varas de genero de $\frac{5}{6}$ de ancho. de otro genero de $\frac{2}{3}$ de ancho quantas varas seran menester para que quede igual al otro en capacidad? Multipliquense 10 de largo por $\frac{5}{6}$ de ancho, y producen 300 sextas, que partidas por 4 del otro ancho, dan 75, que hacen 12 varas, y media.

10 Hai vna ventana de vara en quadro, y se quiere cerrar y hacer otra de $\frac{2}{3}$ de ancho, pero con la misma luz. Multipliquese 1 por 1, y produce 1 de capacidad, que partida por $\frac{2}{3}$ dará 1, y $\frac{1}{2}$ del largo de la ventana.

11 Tiene vno 4 varas de tafetan de $\frac{2}{3}$ de ancho, y quiere sacar de ellas vna tira de 8 varas de largo. Multipliquense las 4 varas por su ancho, y el producto partase por 8 y saldrá $\frac{1}{3}$ de ancho, que se le ha de dar â la tira.

12 De vn genero de $\frac{2}{3}$ de ancho se ha de hacer vn manto circular de 4 varas, y $\frac{2}{4}$ de diametro. Saquese por este diametro.

metro la circunferencia, y serán 14 varas, y $\frac{2}{3}$: saquese por vno, y otro la superficie, y serán 17 varas, y 2 novenos, que partidas por $\frac{2}{3}$ del ancho del genero, salen 25 varas, y $\frac{5}{6}$ del largò del genero.

13 Para igualar en lo mechanico algunas capacidades â otras, tengase sabido, que en vna vara en quadro de superficie entran 11 ladrillos quadrados, de los que tiene vna tercia, menos vn 32 abos de vara; y 12 y $\frac{1}{4}$ de los menores ordinarios: entran 17 texas, y $\frac{1}{2}$. 20 varillas, ajustadas al ancho con lo que les sobra de largo: 225 panes de oro, ô plata: 5 pliegos, y $\frac{2}{3}$ de papel: 11 ladrillos largos en suelo, ô tabique delgado. En vna vara cubada entran 100 ladrillos largos, si son de los grandes; ô 24 adobes ordinarios; mas si la vara no es cubada, si no de tres quartas de gruesso entran 16 adobes ordinarios: y en tabique del ancho del adobe entran 9: y en tabique del ancho del ladrillo, 26 ladrillos.

14 Para reducir la medida de vna superficie â otra medida, se verá primero si las medidas son de vn genero, ô de diverso. Si son de vn genero, solo se parte la mayor por la menor a que se quiere reducir; ô se multiplica la menor por la mayor, a que se quiere reducir. Exemplo: vna pared de 60 varas de superficie se ha de colgar con genero de $\frac{2}{3}$ de ancho. Partanse 60 por $\frac{2}{3}$, y salen 90 varas: Otro exemplo al contrario: tiene la colgadura 18 lienços de â $\frac{2}{3}$ de ancho, y se quieren poner otros de â vara de ancho, multipliquense 18 por $\frac{2}{3}$, y producen 12.

Si las medidas son de diverso genero, primero se quadra el denominador de la menor, luego se hace ô la particion, si se reduce â menor; ô la multiplicacion si se reduce â mayor. Exemplo: vna cavalleria de tierra tiene 258 cuerdas quadradas, y cerca de vn tercio de cuerda: quierese reducirla â varas. Vease la proporcion, que tiene la cuerda con la vara, que es de 50 con 1. Quadrese la proporcion, y seran 2500 abos: partidas las cuerdas por esta denominacion, saldran 645816 varas quadradas. Y si al contrario, se quisiessen reducir estas varas â cuerdas se multiplicaran por el denominador de la proporcion, y saldran 258 cuerdas.

Desigualar capacidades.

15 Pidese vna figura quadrada con capacidad duplicada, ô triplicada, ô en otra proporcion, respecto de otra figura qualquiera. Saquese la capacidad de esta otra tal figura, y doblese, ô tripliquese, &c. (segun lo q̄ se pide) y del producto la raiz quadra será el lado del quadrado, que se busca.

16 Pidese vn circulo de capacidad duplicada, ô triplicada, &c. respecto de otro circulo, û otra qualquiera figura. Saquese la capacidad de esta, y doblese, ô tresdoblese, &c. luego multipliquese por 14, y partase por 11, y la raiz quadra del quociente serâ el diametro del circulo, que se busca

17 Pidese vna figura semejante â otra, pero de doblada, ô triplicada capacidad. V. gr tiene vn rectangulo el largo con el ancho en sesquialtera como 3 con 2. y se pide otro en la misma proporcion, pero de capacidad quadruplicada. Quadrese cada lado diverso, y despues quadrupliquese cada quadrado, y la raiz quadra de cada vno seran los lados de la figura, que se quiere.

18 Si se pide (al contrario de los casos antecedentes) vna figura, que tenga menor la capacidad que otra, en tal proporcion, V. gr. vn tercio menos, saquese la capacidad de esta otra figura, y quitesele el tercio, y de lo que queda saquese la raiz quadra, como en el N. 15, ô el diametro, si es circulo, como en el N. 16, &c.

19 Si se pide vna figura solida de menor, ô mayor capacidad, que otra, se sacará por raiz cubica, y en lo demas del mismo modo, que en los Numeros antecedentes. Y tambien se pueden sacar todas estas figuras por regla de tres eversa, y por regla de tres con numeros planos, y solidos, veanse alli.

20 Dos figuras diversas, aunque tengan vna misma circũferẽcia, tendrã diversa capacidad: y aquella tendra menor capacidad, que mas se apartare del circulo, ô de el quadrado equilatero. Exemplo. Pongamos vn circulo de 88 varas de circunferencia, y tendra de capacidad 616 varas. Pongamos vn quadrado de 88 varas de circunferencia â 22 por cada lado, tendra de capacidad 484 varas. Vease quãto menos, que el circulo: la proporcion es de 14 con 11. V. gr. Si en la superficie circular de vna columna entran 14 ladrillos: en la quadrada entran 11. Pongamos vn rectangulo prolongado con las mismas 88 varas de circunferencia â 30 por largos, y 14 por anchos, tendrá de capacidad 420 varas. Y quanto mas se fuere prolongando, tanto menor capacidad dará, por lo mucho, que se vá apartando de las figuras prefectas.

21 Dos qualesquiera figuras planas de vna especie, que esten

eſten en alguna proporcion, tienen la ſuperficie en aquella proporcion duplicada. Como ſi dos circulos tienen el diametro en dupla, tendra la ſuperficie en quadrupla, que ſon dos duplas, como 1, 2, 4. Si dos quadrados tienen el lado en ſeſquialtera, tendran la ſuperficie en dupla ſeſquiquarta, que ſon dos ſeſquialteras, como 4, 6, 9.

22 Dos qualeſquiera figuras ſolidas de vna eſpecie tienen la ſolidez en la proporcion de ſus lados quadruplicada. Como ſi dos eſpheras tienen el diametro en dupla tendran la ſolidez en octupla, que ſon quatro duplas, como de 1, â 8. Si dos cubos tienen el lado en tripla, tendran la ſolidez en duodecupla, como de 1 â 12

23 Para ſacar vn medio proporcional arithmetico entre dos lados, ô diametros, ô ſuperficies, ô ſolidezes, ſe toma la mitad dela ſuma de los dos extremos, como ſe dixo ē el cap 7. Y para el medio geometrico ſe toma la raiz quadra del producto de los dos extremos. Exemplo: vna Data de agua de vn real, tiene cinco granos de diametro, que ocupan como vn 36 abos de la vara: otra Data del diametro doblado como de 10 granos tendra la capacidad quadrupli cada (como ſe dixo en el N. 21) y ſerá de 4 reales de agua. Si ſe quiere ſacar entre eſtas dos Datas vn medio arithmetico tomenſe 7 granos, y $\frac{1}{2}$ que es la mitad de la ſuma de los dos diametros, y eſte ſerá el diametro del medio arithmetico; mas ſi ſe quiere vna data de 2 reales de agua, q̄ es medio geometrico, entre 1, y 4, multipliquenſe 10 granos por 5, y producen 50, cuya raiz quadra ſon 7 granos, y vn quinceno, y eſte ſerá el diametro de la data de 2 reales

Regla

Regla curiosa de igualar, y desigualar capacidades de metales, y liquores.

TABLA

De las diferencias de peso en los metales, y liquores de vna misma capacidad.

Parte I. De la diferencia de vnos â otros.

Azeite	como 1 entero, ô	660
Cera	como 1, y 1 ochavo	743
Vino	como 1, y 1 quarto	825
Agua	como 1, y 1 tercio	880
Miel	como 1, y 3 quartos	1055
Estaño	como 8, y 1 once abos	5340
Hierro	como 8, y 8 once abos	5760
Cobre	como 9, y 9 once abos	6480
Plata	como 11, y 3 once abos	7440
Plomo	como 12, y 6 once abos	8280
Azogue	como 14, y 4 quintos	9768
ORO	como 20, y 8 once abos	13680

Parte II. De la diferencia de vn mismo metal al aire, y al agua

Estaño	como 1178,	y 1047	De 9 â 8
Hierro	como 1178,	y 1050	De 589 â 525
Cobre	como 1178,	y 1056	De 589 â 528
Plata	como 1178,	y 1064	De 31 â 28
Plomo	como 1189,	y 1071	*Inabreviable*
Azogue	como 1168,	y 1081	*Inabreviable*
ORO	como 1178,	y 11.6	De 19 â 18

Pone

Poneſe vna Tabla neceſſaria para poder igualar, ô deſigualar las capacidades de metales, y liquores. En la primera parte eſtá la diferencia de peſo (que ya ſe tiene averiguada) que tienen los metales, y liquores entre ſi, cõſiderandolos â todos de vn tamaño, como vaciados en vn miſmo molde. Sirve eſta tabla para poder igualar, ô deſigualar por regla de tres las capacidades de dichos metales, y liquores, como ſe explicará por los caſos ſiguientes. Y antes de ponerlos advierto, que para que ſe hagan las reglas con facilidad, ſe reduſga la porcion que ſe fuere de metal â la eſpecie menor de peſo, que fuere mas conveniente, como onças, ô quartas, û ochavas, ô granos â 256 por onça.

Exemplo 1. Tiene vno vna alhaja de 20 onças de plata, y quiere mandarla vaciar de oro, para ſaber quanto oro ſerá meneſter, diga, ſegun las proporciones de la tabla: ſi â 7440 de plata correſponden 13680 de oro: â 5120 granos (de 20 onças de plata) correſpõderan 9414 granos, que ſon 36 onças $\frac{3}{4}$ y 6 granos de oro

Exemplo 2. Quiere vno llenar vn Vaſo de plomo, y para ſaber con quanto ſe llenara, llenelo primero de agua, y luego peſe el agua, que ſupongamos peſa 2 libras. Diga: Si â 880 de agua correſponden 8280 de plomo: â 32 onças (que ſon 2 libras de agua) correſponderan 301 onças, que ſon 18 libras, y 13 onças de plomo.

Exemplo 3. Quiere vno (al contrario del caſo antecedente) buſcar vn Vaſo, ô molde, en que quepan cavalmente 50 onças de plata. Vea primero quanto le correſponde de agua, ô de cera (que es mejor para coſas pequeñas) dicien-

diciendo: si 7440 de plata dan 743 de cera: 50 onças daran 5 de cera. Derretida esta cera en el molde, podra ver si lo llena, ô no; ô si es menester otro mayor, ô menor: y hallado lo llenará cavalmente la plata. Y esto basta para la inteligencia de la 1 parte de la tabla.

La segunda parte contiene la diferencia de peso (que se tiene averiguada) de vn mismo metal pesado al aire, y pesado dentro el agua. Sirve esta diferencia para averiguar por regla de tres la pureza, ô mescla de vn metal, y lo que mas es, la cantidad de mescla, como se verá por los casos siguientes.

Caso 1. Tiene vno vna alhaja de oro, y quiere saber si es puro, y de quantos quilates. Cuelgue la alhaja de la balanza (se cuelga por que despues no entre la balanza dentro del agua) y pesela al aire, y pongamos, que pesó 19 onças. Meta la alhaja dentro el agua (que sea bastante, y agua dulce) y pesela, y supongamos, que pesa 17 onças dos menos, que al aire. Ahora supongamos, que si las 19 onças fuessen de oro puro, havian de pesar al agua (segun la proporcion de la tabla) 18 onças: luego haviendo pesado 17 es señal de que tiene mescla de otro metal menos pesado, por ser menos puro, y mas poroso. Diga pues por regla de tres: si 18 en el agua (respecto de 19 al aire) dan 24 quilates: 17, que pesó al agua, daran 22 quilates, y $\frac{2}{3}$.

Caso 2. Vna porcion de plata pesó al aire 8 marcos, que hacen 16384 granos. Supongamos, que si los 8 marcos fuessen de solo plata, han de pesar al agua, segun la propocio de la tabla, 14798 granos, y $\frac{1}{2}$: diciendo por regla de tres: si si 1178 al aire, dã 1064 al agua: 13684 granos daran 14798 $\frac{1}{2}$. Mas haviendo pesado la porcion al agua, se halló, que pesaba 7 marcos 1 onça, y $\frac{1}{2}$ que hacen 14718 granos (80 menos, de lo que debia) luego tiene mescla de otro metal? De plomo, azogue, û oro no puede ser, porque entonces pesara al agua mas de lo que debia: luego la mescla es ó de estaño, ó de hierro, ô de cobre, que son los metales, que pesan al agua menos, que la plata, como se vé por la tabla. Dexaremos al hierro por ser poco occurrente su mescla.

Pongamos, que si todos las 8 marcos fuessen de solo estaño, pesáran al agua (segun su proporcion) 14562 granos (236 menos, que la plata) Y si todos los 8 marcos fuessen de solo cobre pesáran al agua (segun la tabla) 14687 granos $\frac{1}{5}$, que son 111 menos. que la plata. Con estas diferencias formese la regla de tres, y digase: si 236 (diferencia de plata â estaño) vienen de 16384 (todos los 8 marcos de solo estaño) 80, que pesó la plata menos de lo que debia, vendran de 5554 granos de estaño, que son 21 onças, y 5 ochavas, y $\frac{1}{2}$ que tendrá de mescla la plata. O si por alguna otra circunstancia se presume, que la mescla es de cobre, digase: si 111 (diferencia de plata â cobre) vienen de 16384 (todos los 8 marcos de solo cobre) 80 que pesó la plata menos de lo que debia, vendran de 11808 granos de cobre. que son 46 onças, y 1 ochava que tendrá de mescla de cobre.

Quando se conosce, que metal es el mesclado, y solo se duda de la cantidad, es mas facil la cuenta, como en este Caso 3 Diste al platero, oro puro para que te hiciesse vna alhaja: y despues de hecha, quieres ver si viene mesclado

con

con plata, ô laton (que son iguales en peso) y en quanta cantidad. Pesa primero la alhaja al aire, y pongamos que pesa 12 onças, que hacen 600 tomines. Pon que si estas 12 onças fuessen de solo oro, han de pesar al agua (segun la proporcion de 19 â 18) 568 tomines $\frac{1}{2}$. Mas haviendolas pesado al agua se hallaron 11 onças, y 10 tomines (8 tomines y $\frac{1}{2}$ menos de lo que debia) luego tiene mescla. Pues pon, que las 12 onças fuessen de solo plata, ô laton, pesaran al agua (segun su proporcion de 31 â 28) 542 tomines (26 $\frac{1}{2}$ menos; que el oro) Ahora dì: si 26 $\frac{1}{2}$ (diferencia de oro â plata en el agua) vienen de 600 (las 12 onças de solo plata) 8 $\frac{1}{2}$ que peso menos de lo que debia el oro, vendran de 192 $\frac{1}{2}$ que son 3 onças, y 42 tomines $\frac{1}{2}$ de plata, q̄ hai de mescla.

En la regla de mesclar precios suelen traher los Arithmeticos la averiguacion de mescla, que hizo Archimedes en la corona de Hiero Rey de Siracusa; pero para ella suponen otra porcion de oro puro de igual peso â la corona, y assimismo otra porcion de plata pura. Lo qual es de gran molestia, y aun â las veces dificultoso; lo que no tiene la regla antecedente, que fuera de ser mas especial, y mas curiosa, no ha menester mas que agua.

La mescla de los liquores, V. gr. si el vino tiene agua, se averigua por la 1 parte de la tabla: como si vn quartillo de vino pesa mas, que otro quartillo, es cierto que tiene agua, e miel; por que estos pesan mas, que el vino.

DE LAS REGLAS DE COMBINACIONES, Y permutaciones.

PERMVTACIÓN ES QVANDO DOS, ô mas cosas se commutan entre si, quedando el mismo numero de cosas de diverso modo. Como estas tres letras *ASE*, permutadas entre si, quedarán de esta manera: *ASE*, *AES*, *SAE*, *SEA*, *ESA*, *EAS*. Combinacion es quando de vn cierto numero de cosas se van tomando de dos en dos, y esta es propriamente combinacion; aunque latamente se llama tambien combinacion quando las cosas se toman de tres en tres, ô de 4 en 4, &c. Y las cosas tomadas de 2 en 2 se dicen *Binarios*: si se toman de 3 en 3 se dicen *Ternarios*: de 4 en 4 *Quaternarios*: y assi prosiguen *Quinarios*, *Senarios*, &c. Lo que la Arithmetica enseña á cerca de esta materia, es â sacar por reglas todas las combinaciones de vn cierto numero de cosas, aunque vengan estas con varios accidentes, como se irá viendo por las reglas siguientes.

Regla 1. *Para sacar todas las combinaciones de vn cierto numero de cosas.* Escribanse las cosas en orden con sus exponentes, ô numeros encima: multipliquese el numero de todas por el mas cercano menor, y saldran los Binarios: multipliquese el numero de los binarios por el menor siguiente de las cosas, y saldran los Ternarios: multipliquense estos por el numero menor siguiente, y saldran los Quaternarios:

narios: y assi se iran sacando las demas combinaciones hasta llegar â la vnidad de las cosas. Despues la suma de todos los productos dará el numero de todas las cõbinaciones.

1 2 3 4

Exemplo R O M A

Quierense sacar todas las combinaciones de estas 4 letras: multipliquense 4 por 3, y producen 12 binarios *Ro, rm, ra, Ma, mo, mr, Om, oa, or, Ar, oa am*. Multipliquense los 12 binarios por el 2 siguiente, y producen 24 ternarios *Rom, roa, rma, rmo, rao ram. Oma, omr, oar, oam, ora, orm. Mar, mao, mro, mra, mor, moa. Aro, arm aom, aor, amo, amr*. Multipliquense los 24 ternarios por el 1 siguiente, y producen 24 Quaternarios, que son *Roma, roam ramo, raom, rmao, rmoa. Oamr, omar, omra, orma, oram, oarm. Maro, maor, moro, moar, mrao. mroa. Arõ, armo, aorm. aomr, amor, amro*. Y por que se llegó con la multiplicacion âla vnidad, no havrá Quinarios &c. Y sumados 12 binarios, con 24 ternarios, y 24 quaternarios son 60 combinaciones.

Regla 2 *Para sacar las combinaciones de las cosas que por razon de lugar, no varian*. Como en la baraja, lo mismo es para el juego *Rey y Sota*, que *Sota, y Rey*: en estos 4 liquores *agua, vino, azeite, y leche*, lo mismo es combinar *agua, y vino*, que *vino, y agua*. Multipliquese (como en la regla antecedente) el numero de las cosas por el menor siguiente, y salen los binarios, los quales se partiran por su denominacion: esto es, por 2. Multipliquen se los

bina-

binarios por el numero ſiguiente menor, y los ternarios, q ſalieren partanſe por 3. Y aſsi ſe vá proſiguiendo, partiendo los quaternarios por 4, los quinarios por 5, &c.

Exemplo. En las combinaciones de los 7 Planetas, lo miſmo es conjuncion de Sol, y Luna, que de Luna, y Sol, por lo qual, ſegun la regla dicha, ſerán los binarios 21, los ternarios 35, los quaternarios 35, los quinarios 21, los ſenarios 7, y los ſeptenarios, ô conjuncion de todos 1, que ſuman 120 combinaciones. Y quando (ſin ſacar binarios &c) ſe quiere ſacar el numero de todas las combinaciones pongan ſe los numeros de las coſas en proporcion dupla, como 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, y de la ſuma (127) ſaquéſe el numero de las coſas, y quedan 120. Veaſe otro exemplo en el tratado de progreſsiones, pag. 112.

Regla 3. *Para ſacar las combinaciones de las coſas, quando entre ellas hai dos, ô mas, que no pueden concurrir immediatas.* Como ſi en las combinaciones de eſtas cinco letras *Pabos*, ſe quiere que no queden immediatas las tres conſonantes *P b s* por la dificultad de pronunciarlas. En eſte caſo numerenſe todas las coſas (como ſe dixo en la regla 1.) y aparte las que no han de concurrir immediatas.

1	2	3	4	5		1	2	3
P	A	B	O	S		P	B	S

Luego ſaquenſe los binarios de vnas, y otras, y reſtenſe los vnos de los otros. V. gr. los binarios de las cinco letras del exemplo ſon 20, y los de las no concurrentes ſon 6 reſtados 6 de 20, quedan 14 binarios. Multiplicanſe 14 por el numero ſiguiente 3, y ſon 42, de los quales ſe havian de reſtar

los

los ternarios de las no concurrentes; pero por ſer ya eſtos los miſmos, que los binarios, ſe van doblando, y reſtando: como 12 de 42, y quedan 30 ternarios. Multiplicanſe 30 por el 2 ſiguiente, y ſon 60, de los quales ſe reſtan 24, y quedan 36 quaternarios. Multiplicanſe 36 por 1, y ſon 36, los quales ſe reſtaran de 48, y quedan 12 Quinarios.

Y quando no ſolo las vnas coſas no han de cõcurrir immediatas, como las conſonantes del exemplo; ſi no tambien ſe quiere que no concurran immediatas las otras. V. gr. las dos vocales del exemplo, entonces ſacadas las combinaciones de todas las coſas, como los 20 binarios, ſe reſtan de ellos los 6 de las conſonantes, y los 2 de las vocales, y para los ternarios, &c. ſe iran doblando eſtos 8, y reſtando, como ya ſe ha dicho, lo menor de lo mayor.

Regla 4. *Para ſacar las combinaciones de las coſas, quando entre ellas hai dos, ô mas coſas, que ni immediatas, ni mediatas han de concurrir.* Como ſi en las combinaciones de los 4 elementos, ſe quiere, que no concurran fuego, y agua juntos, ni aun mediatos. En eſte genero, aunque ſean muchas las coſas, ſolo hai tantas combinaciones, como las que ſalieren de los numeros de las concurrentes. Como ſi ſon 2, ſolo hai binarios; ſi ſon 3 hai tambien ternarios, &c. Saquenſe los binarios de todas, y de ellos ſe reſtan los binarios de las no concurrentes. V. gr. los binarios de los 4 elementos ſon 12, de ellos ſe reſtan 2, ſi no han de concurrir fuego, y agua: y ſi no han de concurrir tambien tierra, y ayre, ſe reſtan otros 2, y quedan ſolo 8 binarios. Multiplicanſe eſtos por el numero menor ſiguien-

te

res; y del producto se restan los binarios noconcurrentes, multiplicados por el duplo de las concurrentes. Multiplicanse los ternarios por el numero menor siguiente, y del producto se restan los binarios no concurrentes multiplicados por el triplo de las concurrentes, y salen los quaternarios. Para los quinarios es la multiplicacion por el quadruplo, y para los senarios por el quintuplo &c. de las concurrētes.

Regla 5. *Para sacar las combinaciones de las cosas, quando entre ellas hai dos, ô mas cosas semejantes, que no hacen entre si commutacion.* Como en estas 5 letras *Maria* las dos *Aa*: en estos quatro numeros 1733 los dos 33, &c. Para sacar estas combinaciones ponganse en orden las cosas, y numerense todas, y aparte las diversas, y aparte cada especie de semejantes, como en estas 8 voces musicales.

1	2	3	4	5	6	7	8	|	1	2	3	|	1	2
Vt,	vt,	re,	mi,	fa,	sol,	re,	vt.	|	Vt,	vt,	vt.	|	Re,	re
1		2	3	4	5	Divers.								

Si solo se quiere sacar la vltima combinacion de todas, saquese el numero de la combinacion de todas por la regla 1. V. gr. 40320 Octavarios, y partase por las combinaciones de las especies semejantes, multiplicadas vnas por otras; como 6 por 2 son 12, y quedaràn 3360 Octavarios. Y siempre en esta regla la combinacion penultima, V. gr. los septenarios, es otro tanto como la vltima. Mas si se quieren sacar tambien Binarios, ternarios, &c. será sumando todo lo que se sacare del modo siguiente.

Para los Binarios; al numero de los binarios de las 5 diverversas, que son 20, añadase el numero de las especies de semejantes, que son 2 en el exemplo, y seran 22 binarios.

Para los ternarios: al numero de los ternarios delas diversas, como 60, añadase el numero de las especies que huviere de 3 semejantes, como 1: añadase tambien el numero de las especies semejantes multiplicado por 3 (denominador de ternarios) y el producto por las diversas, menos vna, y serán 24, y todos los ternarios 85.

Para los quaternarios: al numero de quaternarios de diversas 120, añadase el numero de las especies de 4, ô mas semejantes: el de 3, ô mas semejantes multiplicado por 4: (denominador de quaternarios) y el producto por las diversas, menos vna, son 16. Añadase el de las de 2, ô mas semejantes multiplicado por 6, y el producto por los binarios de las diversas menos vna, son 144, y tambien los binarios del numero de especies diversas, multiplicados por 3, son 6, y suman todos los quaternarios 286. Y por que en los quinarios, senarios, &c. se vá añadiendo mucho mas, lo dexaré, y solo digo, que en el exemplo serán los quinarios 820: los senarios 1520: Los septenarios 2360, y otros tantos los octavarios: y todas las combinaciones 9853.

Regla 6. *Para sacar las combinaciones de las cosas, quando entre ellas ha de haver algunas, que en ninguna combinacion deban faltar.* Como si se quieren permutar estos 4 numeros 1234, pero de modo que en ningun binario, ni ternario, &c. dexe de hallarse el 4. En este caso se multiplica el numero de las cosas, que no han de faltar por el de las cosas que se han de variar, y al producto se añadirá

otro

otro tanto, y ſalen los binarios. Serán 6 en el exemplo. Multiplicanſe los binarios por el miſmo numero de las coſas, que ſe han de variar, y al producto ſe añade ſu mitad, y ſalen los ternarios, ſeran 27. Multiplicanſe los ternarios por el miſmo numero de las coſas, que ſe han de variar, y al producto ſe añade ſu tercio, y ſalen los quaternarios, ſeran 108. Y aſſi ſe vá proſiguiendo, ſiempre multiplicando la combinacion antecedente por el miſmo multiplicador, y añadiendo al producto ſu quarto, ſi ſe multiplicaron quaternarios: ſu quinto, ſi quinarios; ſu ſexto, ſi ſenarios, &c.

Por eſta regla ſe pueden ſacar las ſylabas de vna, dos, y mas letras, en las quales nunca ha de faltar vocal, ô diphtongo. Pongo por exemplo. Las conſonantes ſon 21 B, c d f g h j k l, m, n, ñ p, q, r, s, t, x z, i conſonante, y v cõſonante. Las vocales ſon 5 A e i o u, y los diphtongos 25 Aa, ae, ai, ao, au, &c. ſeran 30 las coſas, que nos ha de faltar, y 21 las que ſe han de variar, y eſte ſerá ſiempre el multiplicador. Multipliquenſe 30 por 21, y al producto añadaſe otro tanto, y ſalen 1260 binarios, ô ſylabas de dos letras. Multipliquenſe eſtos por 21, y al producto añadaſe ſu mitad, y ſalen 39690 ternarios. Multiplicanſe eſtos por 21, y al producto ſe añade ſu tercio, y ſalen 1111320 quaternarios, y aſſi ſe và proſiguiendo haſta ſacar novenarios, que es lo mas, a que puede llegar vna ſylaba, como *Strheinch*, *Sphraenth*, y otras.

Regla 7. *Para ſacar combinaciones de combinaciones.* Como ſi de todas las letras del Alphabeto ſe han ſacado ya los binarios, ternarios, &c. que ſon las ſylabas de dos letras

de 3

de 3, &c. y despues se hacen permutaciones de todos ellos para formar vocablos de dos sylabas, de 3, de 4, &c. Para esto no es menester mas, que ajustar el numero de todas las combinaciones simples, V. gr. el de todas las sylabas: y luego por la regla 1, multiplicarlo por el numero menor siguiente, y saldran los binarios compuestos. Luego estos se multiplicarâ por el numero menor siguiente, y saldran los ternarios compuestos, y assi se proseguirâ hasta la combinacion, que se quiere. Y por esta regla se podrâ ajustar el numero de todos los vocablos, significativos, y no significativos de todas las lenguas del Mundo. assi de 2, como de 3, 4, y mas sylabas, y bastarâ sacar hasta los denarios, pues â esso llega este vocablo *Superabundantissimamente*, siendo el mayor, que yo he visto, y lo trahe repetidamente la V. M. Agreda. Y el Padre Scoth Jesuita tenia por el mayor este de *Constantinopolitanos.*

A la verdad, que causa admiracion lo que se averigua por las reglas de combinaciones. Diez hombres se pueden sentar al rededor de vna mesa 3628800 veces, sin repetir el mismo orden, si no siempre interpolados, ô permutados de diverso modo. Puedense dar las 40 cartas de la baraja de 2 en 2, 1560 veces, sin repetir vna misma combinacion: De 3 en 3, 57280 veces: de 4 en 4 passan de 2 millones: pues que serâ con los quinarios, y senarios, &c. Puedense cantar estas 6 voces musicales, *Ut, re, mi, fa, sol, la*, 720 veces siempre con diverso orden.

Averiguãse tambien y cõ gran diversion, todos los Anagrammas possibles que pueden salir de vn Programma de

vno

vno, ô mas vocablos: como de *Rosa*, pueden salir *Arros*, ô *aros*. *Sorra*, *Sarro*, *oras*, &c. Y aqui advierto, que para sacar vn Anagramma de muchos vocablos, se escribirá primero el programma con las letras apartadas vnas de otras luego se cortan con tixeras y se van juntando las Aa, las Bb, &c, y quedando como en vna Imprenta, se irá componiendo lo que se quiere decir en el Anagramma, hasta que se acaben las letras.

CAPITVLO XIJ, Y VLTIMO.

DE ALGUNAS CUENTAS SUELTAS, Y OTRAS cosas de Arithmetica.

§. I.

De los numeros barbaros, ô Romanos.

LOS NVMEROS ROMANOS, O BARbaros antiguos, de que tenemos grande vso; se reducen â solo siete letras, que se hallan (aunque inverso el orden) en esta cantidad de 1666. MDCLXVI. La I vale 1: la V 5: la X 10: la L 50: la C 100: la D 500, y la M 1000. Y en lugar de M suelen poner CIↃ. y assi IↃ. 500.

Con solas estas 7 letras se numera qualquiera cantidad por que se repite vna letra, hasta que hai otra mayor, como I, II, III. Y nunca llega esta repeticion mas que, â tres veces, por que siempre que â la letra se le pone vna de menor valor antes, se le quitaâ la siguiente todo lo que vale la

 me-

menor. como IV es 4: IX es 9: XL es 40: XC es 90: CD 400, y CM 900. Pero para los millares no se repite la M, si no que se numeran con las mismas letras, poniendoles dos puntos, ô vna raya encima: como ii es 2000: La V con su raya encima será 5000: y la M será vn millon. Y con la otra figura CIↃ se repiten las CC por cada lado de la I: como CCIↃↃ es 2000. &c.

§. 2

Modo curioso, y facil para tener prompta, y con certeza la tabla de multiplicar.

CONsiderense en los dedos de vna, y otra mano estos numeros. 6 en los pulgares: 7 en los indices: 8 en los medios: 9 en los anulares: y 10 en los minimos. Tomase el numero de la multiplicacion en la vna mano V. gr. 8, y el del multiplicador en la otra mano V. gr. 7: Juntense los dedos, donde estan el 8, y el 7, y estando assi, tenganse por diezes todos los dedos de arriba desde los dos juntos inclusive, que en el exemplo seran 5 diezes, que valen 50. Y los dedos, que quedan abaxo, tenganse por vnidades, de las quales las de vna mano se multiplican por las de la otra. V. gr. 3 por 2 hacen 6. los quales juntos con 50, suman 56, que es el producto, que se busca, como se vé aqui mas claramente.

	Izquierda	Derecha		
		6		
	6	7		
7 vez 8	7 ——	8	Son 5 diezes	50
	8	9	y 2 vez 3 son	6
	9	10		
	10		Suman	56

Y aunque la consideracion q̄ se ha hecho es, para los numeros mayores de la tabla, en que hai mas dificultad, para tenerlos de memoria; no obstante por curiosidad pondre otra regla para numeros menores. Considerense en los dedos de la vna mano los mismos numeros 6, 7, 8, 9, 10. y en los de la otra mano, 1, 2, 3, 4, 5: y despues de juntos los dos dedos del multiplicador, y multiplicacion (V. gr en 4 vez 9, los dos anulares) tengarse por cincos, los quese tenian por diezes: y del producto (V. gr. 41) restense tantos cincos como vnidades van del multiplicador â 5. V.gr. en el exemplo, de 4 â 5 vá 1, y assi se restará vn 5 de 41, y quedan 36.

Siempre, que solo en la vna mano quedan abaxo vnidades, V. gr. 3 dedos sueltos, y en la otra ninguna, se dirá, 3 vez cero, es cero: y no havrá, que añadir â los dedos de arriba. Practicada esta regla, tres, ô quatro veces, despues â vna vista se saca el producto, que se busca.

§ 3.

Regla de medir Sitio de ganado mayor, y menor.

Los Sitios de ganado mayor (que llaman Estancias) y los de ganado menor (que llaman Labores) siempre se miden por cuerdas, y cavallerias. Vna cuerda tiene 50 varas, y multiplicada por otras 50 varas, produce cuerda quadrada de 2500 varas. Vna cavalleria tiene 22 cuerdas, y 36 varas, y media de largo, y la mitad de ancho, que son 11 cuerdas, 18 varas, y quarta: es figura rectangula prolongada. Multiplicado el largo por el ancho, produce cavalleria quadrada de 645812. varas, $\frac{1}{2}$. Y partidas estas varas de la

cava-

cavalleria quadrada por 2500 de la cuerda quadrada, salen 258, $\frac{1}{3}$ de cuerdas quadradas, que tiene vna cavalleria quadrada.

Vn Sitio de ganado mayor tiene (segun las ordenãzas de este reyno) 3000 varas de largo, y 1500 de ancho q̄ hacē 4500000 varas quadradas, las quales partidas por 2500 varas de la cuerda quadrada daràn 1800 cuerdas quadradas q̄ tiene el Sitio mayor, que hacen cerca de 7 cavallerias. El Sitio de ganado menor tiene la mitad del largo del mayor que son 1500 varas, y la mitad del ancho, que son 750 varas: y assi tendra de capacidad la quarta parte del sitio mayor: esto es, tendra 1125000 varas quadradas, ô 450 cuerdas quadradas, que no llegan â 2 cavallerias.

Esto supuesto. Las tierras siempre se deben medir de oriente â poniente por ambos lados (guiandose cō vna aguja de marear) y de norte â sur tambien por ambos lados. Y si se halla que està en angulos rectos: esto es, que los dos largos son iguales, y los dos anchos son tambien iguales: se multiplicaran las cuerdas que se hallaron de largo en vn lado, por las cuerdas que se hallaron de ancho en vn lado, y el producto seran todas las cuerdas quadradas, que tiene el sitio. Las quales partidas por 258 $\frac{1}{3}$ daran el numero de cavallerias, que tiene todo el sitio: y la sobra, si la hai, será de cuerdas quadradas de mas de las cavallerias.

Si las cuerdas de sobra son 129 es media cavalleria: si 64 $\frac{1}{2}$ es vn quarto de cavalleria: si 193 $\frac{1}{2}$ son tres quartos: si 86 es vn tercio: 172 son dos tercios &c.

Si se hallan los quatro lados de todo el sitio, desiguales como

como haya ſi quiera vn angulo recto: tomeſe la mitad dela ſuma de los dos largos, y multipliqueſe por la mitad de la ſuma delos dos anchos, y el producto dará las cuerdas quadradas de todo el ſitio, y de ellas ſe ſacaran las cavallerias, como ya ſe ha dicho.

Y quando las tierras no ſon quadradas, y no ſolo ſon deſiguales (como de ordinario lo ſon todas las de las Indias occidentales) ſi no tambien tan fragoſas, que no ſe puede medir mucha diſtancia via recta por largo, y ancho, lo que ſe debe hacer es, irlas midiendo por partes ſegun los rumbos de la aguja: ê ir apartando los quadrados, los triangulos, las porciones de circulo, y otras figuras, ê irlas aſſentando en vn papel, con lo que ſe ha medido por todos ſus lados. Y para eſto ſerâ de gran conveniencia hacer vn Pitipie, q̄ no es otra coſa, que vna linea dividida en partes iguales, q̄ repreſenten Cuerdas, ô varas, todas numeradas: y de ellas ſe iran tomando las que ſe han medido, para ir haciendo ũ mapa de todas las figuras, que ſe han hallado, â las quales ſe les numerarán todos ſus lados, y por ellos ſe iran ſacando ſus capacidades (por el cap. 10) y eſcribiendo los productos en el centro de cada figura. Deſpues ſe ſumaran todos los productos, y la ſuma ſe partirá por 258 $\frac{1}{5}$ Cuerdas de la cavalleria quadrada, y ſaldran todas las cavallerias, que tiene el ſitio.

Veanſe las reglas de ſacar capacidades de quadrados, paralelogramos, triangulos, porciones de circulo, y de otras figuras, en el cap. 10. Me ha parecido vtil poner eſta regla, por que algunos han cometido grandes deſatinos en las medidas de tierra, por los quales cada dia se originan litigios.

§.4.

Regla para sacar reglas de Arithmetica, ô acordarse de ellas.

Toda cuenta de arithmetica se disuelve por regla contraria como si vna cuenta se sacó por suma, se disolverá por resto. Y todas las reglas de la arithmetica son opuestas vnas de otras, si se desatan con ellas cuentas opuestas: el restar es opuesto al sumar: el partir es opuesto al multiplicar: el quadrar, cubicar, &c es opuesto al sacar raizes: sacar medios proporcionales es opuesto al continuar las proporciones: las reglas de progressiones todas son contrarias vnas de otras: igualar, y desigualar capacidades se hace por reglas opuestas: con la regla de tres se hacen cuentas opuestas: y finalmente esta oposicion la hai casi en todas las reglas de la Arithmetica.

De aqui se sigue que si yo sé vna regla para hacer cierta cuenta, podré hallar regla para hacer la cuenta opuesta, cō solo disolver la primera cuenta: como si yo sé que para sacar la superficie de vn quadrado, se quadra vno de sus lados: luego los lados de vn quadrado los hallaré, sacando la raiz quadra de su superficie? Y quando vna cuenta se desata por varias reglas, para disolverla, y sacar la cuenta opuesta, se ha de observar el orden contrario: esto es, empezar por donde se concluyó la cuenta, y acabar por donde empezó y juntamente haciendo la regla opuesta: como si para cierta cuenta se sumaron 4 con 8, y la suma 12 se multiplicó có por 3; y el producto 36 se partio por 4, y salio el quociente 9, que se buscaba. Para disolverla y sacar otra regla opuesta, hagase lo contrario: este quociente 9 multipliquese por 4, y el producto 36 partase por 3, y del quociente 12, restense 8, y quedan los 4 primeros.

Pero aun mas facilmente se halla vna regla (ô ignorada, û olvidada) por cuenta sabida: y esto es lo que hace la regla de tres, y las reglas de posiciones, para responder â lo que se ignora: por que puesta vna demanda semejante â la que se pregunta, y su respuesta conoscida, despues se procura por varias vias, sacar tambien otra respuesta semejante. Pongo por caso, que ignore, ô se me halla olbidado, como se multiplica vn quebrado por otro, y digo: Ya yo sé, que si vna vara de liston vale medio, la media vara valdrá vn quartillo: luego multiplicando $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$ me ha de salir $\frac{1}{4}$. Con esto veo si multiplicando en cruz, ô derecho, ô de otra suerte, me sale el $\frac{1}{4}$. No pongo mas exemplos, por que todas las reglas de tres, y de falsas posiciones lo pueden ser para lo dicho, pues se valen de cuentas sabidas.

§. 5.

Sacar las Fiestas movibles por solo arithmetica, sin epactas ni letra Dominical.

El año, que llevaremos del siglo (quitados los 1700) partase por 19: y la sobra (aunque sea cero) restese de 34 y el resto multipliquese por 11, y el producto partase por 30, y la sobra (aunque sea cero) cuentese desde el dia 23 inclusive de Marzo, y donde acabare, será el dia de la Pascua de

Re-

Resurreccion; y si esse dia no es Domingo, lo será el domingo immediato antecedente.

Para saber si el dia, que se sacô es, ô no domingo, se hará esta regla. El año, que llevamos del siglo (quitados los 1700) partase por 28, y la sobra partase por 4, y el quociente junto con la misma sobra, que se partio, restese del dia 28 de Marzo, y el resto será dia domingo. Y sobre él se iran añadiendo sietes hasta llegar al domingo, que se busca.

Exemplo para el año de 1740. Partanse 40 por 19, y los 2 de sobra restense de 34 y quedan 32: multipliquense 32 por 11 y producen 352, que partidos por 30, sobran 22: los quales contados desde 28 inclusive de Marzo acaban el dia 18 de Abril, que será el dia de la Pascua, si fuere domingo; y si no lo fuere, será la Pascua el domingo proximo antecedente al dia 18

Partanse 40 por 28, y sobran 12: partanse 12 por 4, y caben â 3 y estos juntos con los mismos 12 son 15, que restados del dia 28 de Marzo, quedan 13, y este dia serâ domingo y lo serâ tambien â 20, â 27, â 3 de Abril, â 10, y â 17, q̃ es el domingo que se busca, el mas immediato al dia 18.

Sabido el dia de la Pascua, se sacaran facilmente las demas Fiestas movibles, por que todas dependen de la Pascua, y guardan siempre con ella vnos mismos intervalos. V. gr. siempre 46 dias antes es dia de Ceniza.

§. 6.

Sacar por arithmetica las Conjunciones, llenas, y quartos de Sol, y Luna.

Toma el numero de años, que huvieren passado enteros desde el de 1732 exclusive, hasta el proximo cumplido al que quieres, y partelo por 4, y guarda el quociente (sin hacer caso de la sobra, si la hai) Multiplica el dicho numero de años por 365, y quedaran reducidos â dias: â los quales añadirás el quociente, que guardaste, y tambien los dias de todos los meses enteros, que han passado desde Enero, hasta el proximo al en que estás: y acuerdate, si el mes de Febrero trahó 28, ô 29 dias. La suma de los dias multiplicala por 86400, y al producto añade 1312664: y la suma partela por 2551443, y la sobra (sin hacer caso del quociente) restala de vna de estas cantidades segun el aspecto, que quisieres sacar.

Si se quiere la conjuncion ---- 2551443. ------
Si se quiere el Q crescìente ----- 637861. ô 3189304
Si se quiere la Llena -------- 1275722. ô 3827165
Si se quiere el Q. menguante --- 1913582. ô 4465026

Ponense dos cantidades en cada aspecto para que si no se puede restar de la primera, se reste de la segunda. Y el resto se partirá por 60, y saldran Minutos en el quociente, y segundos en la sobra. Partanse los Min. por 60. y saldran Horas en el quociente, y min. en la sobra: Partanse las horas por 24, y saldran los dias del mes cumplidos â la media noche, y en la sobra las horas, que van de mas de aquel dia, en que será el aspecto, que se busca.

Y si quieres sacar los aspectos siguientes con facilidad, vé añadiendo al que sacaste, 7 dias, 9 horas, y 11 minutos, sacando de la suma, quando fuere necessario, los meses ente ros de 30, ô de 31 dias, segun fueren.

Exemp. Desseas saber âquantos dias de Febrero de 1742 será la cōjuncion. Toma los 9 años cūplidos, q̄ han passado desde el de 1732, y partelos por 4, y salen 2 de quociente. Multiplica los 9 años por 365, y son 3285, â los quales añade los 2 del quociente, y 31 de los dias de Enero, y son 3318. Multiplicalos por 86400, y producen 286675200, añadales los 1312664, y la suma partela por 2551443, y quedaran de sobra 2226248, que restados de 2551443 de conjuncion, quedan 325195, que reducidos â dias horas, y minutos, dan 3 dias de Febrero cumplidos î la media noche, y mas 18 horas, y 20 minutos. Desuerte que vendrá â ser la conjuncion el dia 4 de Febrero â las 6 de la tarde, y 20 min. Y añadiendo â esto 7 dias, 9 horas, y 11 min. será el quarto cresciente el dia 12 â las $3\frac{1}{2}$ de la mañana: la llena â 19 â las 12 horas, y 42 min. del dia: y assi se puede proseguir, hasta el fin del año; ô hasta donde se quisiere.

Quando los años, que huvieren passado, desde el de 732, fueren muchos, y causare molestia la multiplicacion, que con ellos se hace, se podran tomar los que huvieren passado desde el año de 1764 exclusive, añadiendo despues al producto esta partida 784366 en lugar de la de 1312664. O desde el año de 1800 exclusive añadase esta 1379351, en lugar de las antecedentes.

§ 7

Sacar por progression el descenso de lo grave â su centro.

Qualquiera cosa grave, que descienda â su centro, ô perpendicularmente, como quando ſe dexa caer vna piedra de lo alto, ô por plano inclinado, y continuado, como el agua por vna tauxia: va adquiriendo mayor velocidad en cada eſpacio local, en tanto exceſſo, que ſi baxara vna piedreſilla deſde el firmamento, hiciera notabiliſſimo daño donde callera, ô ſe enterrara haſta lo profundo de la tierra, por la velocidad, con que llegara: pues deſcendiendo en el primer minuto de tiempo (como luego veremos) 18 millas, en el vltimo minuto, ya para caer âla tierra, deſcendiera 250000 millas.

Muchos han hecho el calculo del tiempo, que gaſtára vna piedra en deſcender â ſu centro, deſde el firmamento, ô Cielo eſtrellado, por movimiento igual; ſiendo aſſi, q̃ qualquier grave deſciende con tal deſigualdad de velocidad, como la que dan los quadrados de los tiempos, en que deſciende. Deſuerte, que ſi en vn minuto de tiempo baxa vna coſa grave (ſea perpendicularmente, ô por plano inclinado) V. gr. vna legua: en 2 minutos baxa, no 2 leguas (como penſaron aquellos) ſi no 4 leguas, que es el quadrado de los 2 minutos: en 3 minutos baxa 9 leguas: en 4, 16. &c. Y van los tiempos, y los eſpacios locales en progreſſion arithmetica; pero los tiempos con 1 de exceſſo, y los eſpacios con 2, de eſte modo.

Tiempos	1	2	3	4	5	6	7	8	ſon	8
Eſpacios	1	3	5	7	9	11	13	15	ſon	64

Para hacer pues, el calcaculo del tiempo que gaſtára vna coſa grave en deſcender â ſu centro deſde la parte convexa del firmamento, es de ſuponer lo primero: que ya ſe

tiene

tiene averiguado en las Mathematicas, que mientras vn pendulo qualquiera hace vna vibracion senfilla. baxa vna cosa grave perpendicularmente ocho tantos del largo, que tuviere el pendulo. Como mientras vna lampara pendiente se mueve de oriente â poniente (que es la vibracion senfilla) baxara vna piedra 8 tantos, como el cordel de la lampara.

Lo 2 es de suponer, que tambien se tiene ya averiguado que si el largo del pendulo es de 3 pies geometricos, vn tercio de pie, y dos tercios de vn dedo, tarda en vna vibracion simple, cavalmente vn segundo de tiempo (sexagessima parte de vn minuto) Con que en vn segundo de tiempo baxara el grave 8 tantos del largo de dicho pendulo, que son 26 pies geometricos, y vn tercio, que hacen 9 varas, y mas de media.

Lo 3 es de suponer, que los Astronomos miden la distancia, que hai desde la parte convexa del firmamento al centro, por semidiametros de la tierra, y en assignar el numero de estos semidiametros y en el numero de leguas, que le dan al semidiametro de la tierra hai varias opiniones, como tambien las hai en la cantidad de la legua. Siguiendo yo pues, â los Autores, que median entre las opiniones tomaré el numero de semidiametros de tierra, que dà de distancia el Padre Ricciolo, que es de 100000: tomaré el numero de leguas, que â la V. M. Agreda se le fue revelado, tenia el semidiametro de la tierra, que es de 1251: y le daré â cada legua 3850 passos geometricos, que es vn medio entre la mayor, y menor. Tendra pues la distancia 125100000 leguas

leguas, que hacen 481635000000 paſſos, y quitados 3 ceros quedan las millas, de â 1000 paſſos cada vna: que de hai ſe dice Milla.

Eſto ſupueſto, diré: Si en vn ſegundo de tiempo baxa el grave (como ya ſe dixo) el eſpacio local de 26 pies, y $\frac{1}{3}$: en 60 ſegundos (que hacen vn minuto) deſcendera 3600 eſpacios de â 26 pies, y $\frac{1}{3}$ cada vno: por que el quadrado de 60 es 3600. Multiplicados eſtos por los 26 pies, y $\frac{1}{3}$, producen 94800 pies, que hacen 18960 paſſos de á 5 pies cada vno: y ſeran 18 millas, y 960 paſſos, las que deſciende en vn minuto.

Si en 1 minuto deſciende el grave el eſpacio local de 18 millas, y 960 paſſos: en 60 minutos (que hacen vna hora) deſcenderá el quadrado de 60 minutos, que ſon 3600 eſpacios de á 18 millas, y 960 paſſos: las quales multiplicadas por 3600, producen 68256 millas, q̄ deſciende en vna hora.

Si en 1 hora deſciende 68256 millas, en 84 horas deſcenderá ſu quadrado 7056 eſpacios de á 68256 millas: las quales multiplicadas por 7056 producen 481635000 millas, que es la diſtancia del firmamento a la tierra. Deſcenderá el grave dicha diſtancia en 3 dias, y medio. Poniendo la legua de á 5000 paſſos, ſalen 4 dias: y dandole tambien al firmamento la mayor diſtancia, que ponen algunos Mathematicos, ſalen cerca de 5 dias. Y eſto es lo mas que tardará el grave en deſcender.

Si ſe ajuſtara la cuenta con movimiento igual en el deſcenſo del grave, ſe havia de decir, por regla de tres: ſi 79 paſſos geometricos dan (ſegun el pendulo) 51 ſegundos de tiempo: los quatrocientos mil millones, &c. de passos (que dimos á la distancia) daran 4144968480 segundos, que importan 2897 años, 316 dias, 10 horas y 13 minutos, y $\frac{1}{2}$. Vease la gran diferencia, que hai á lo que debe ser.

El agua en su descenso guarda la misma desigualdad de velocidad, y con ella vá adquiriendo mas y mas fuerça para mover alguna cosa. Y esta desigualdad de velocidad, y fuerça es la misma descendiendo perpendicular, como la pluvial: que descendiendo por plano inclinado, como la q̃ corre, con tal que el plano sea continuado sin estorvo, que le quiebre la fuerça al agua. La razon de ser el mismo descenso es, por que toda la fuerça, y velocidad, que pudiera perder por la inclinacion del plano, la adquiere por la mayor distancia, que respecto de la linea perpendicular, tiene el plano quanto mas se fuere inclinando. En el agua, q̃ sale del Cubo para moler trigo, se halla la misma desigualdad de fuerça, y velocidad, segun los espacios locales del cubo. Desuerte, que si de vn Cubo lleno (sin entrarle nueva agua) sale la primera vara de agua V. gr. en 1 minuto de tiempo, la segunda tardadá en salir 4 minutos, la tercera 9, &c. y tanto mas de espacio, quanto menos fuere el agua del cubo. Mas si al Cubo le entra siempre nueva agua, se concerva la misma velocidad, y fuerça.

Añado por curiosidad: que siendo el semidiametro del firmamento de 12510000 leguas (como dixe arriba) tendrá de circunferencia 78634285 leguas. Conque en vna hora anda vna estrella 3276428$\frac{3}{4}$ leguas, y $\frac{3}{4}$. En vn minuto 546071 leguas: y en vn segundo (q̃ es tanto como decir IHS)

anda

anda 9101 leguas. Que velocidad ſerá eſta, pues mientras ſe dice IESVS, anda vna eſtrella mucho mas, que toda la circunferencia de la tierra?

§. 8.

La cuenta que trahe Moya, y otros, para ſacar con el numero 9 los 15 moros interpolados con otros 15 Chriſtianos, ſe puede hacer con otros numeros deſde 5 haſta 15, y los verſos ſiguientes. En todos empieza el repartimiento por Chriſtianos, menos en el numero 5. Por la A ſe pone 1, por la E 2, por la I 3, por la O 4, y por la V 5. Y la u de la palabra *cuenta*, y *agüa*, no entra por vocal.

5 Deme eſſas calabazas madre, q̃ mañana darê cinco mas
6 Amame, y mi penar mereſcate oi agradár.
7 Mariana, ſi me ſirvieras, te cozeara:
8 Las cuentas havrê de hacer, Lizarda, y de tres, dos, tres.
9 Populea virga pacem Regina ferebat.
10 Pelagius necem pro mala vita merebat.
11 Aqueſta cuenta te la harê, que por once pedis.
12 Mira que doze es cuenta religioſa.
13 Tu por trece has la cuenta, ſaldrá la que apeteſces.
14 Sacada de la Sacra Maria, de Joſeph, y de Anna.
15 Quince al agua y acá quince, la Chriſtiana ſea.
0 Agua derramada, ni toda es tomada, ni breve.

Con eſte vltimo ſe ſacan los moros por progreſſion arithmetica natural, 1, 2, 3, 4, &c.

§ 9.

Excelencias, del numero Siete

El numero *Siete* es el enigma de los Ingenios. San Geronimo le llama *numero Santo*: San Ambrosio, San Gregorio, y San Augustin le llaman *numero universal*: Macrovio, *numero de perfeccion*: los Arithmeticos *numero virgen*, por que ni multiplica numero digito, ni es multiplicado entre ellos, ni se dexa dividir, si no es por la vnidad. Ciceron le llama *Nudo de todas las cosas*: los antiguos *numero critito*: los Griegos *numero climaterico*. Cõtiene â la vnidad, al primer numero, que es 2, al primer numero impar, que es 3, y al primer numero par, que es 4. En la Sagrada Escriptura hai mas cosas del numero siete, q̄ de ninguno otro numero. El Rey D. Alonso el Sabio, Macrovio, y otros han dicho muchas cosas contenidas en el numero siete; pondré aqui algunas mas, sin tocar â las sagradas, que son muchissimas.

Siete edades del Mundo. La 1 desde Adan hasta el Diluvio, de 2242 años. La 2 hasta el nacimiento de Abrahan, de 942 años. La 3 hasta la salida de Israel de Egipto, de 505 años. La 4 hasta David vngido Rey, de 478 años. La 5 hasta la transmigracion de Jerusalen de 443 años. La 6 hasta la Natividad de N. Redentor Jesu-Christo, de 589 años, en q̄ van desde Adan 5199. Y la 7 hasta el fin del mundo, de los años que Dios sabe.

Siete edades del Hombre. A las 7 horas de su concepcion se empieza la fabrica del cuerpo. A los 7 dias passa la simiente de leche â sangre: â otros 7 empieza â hacerse carne â otros 7 â formarse los principales miembros, â otros 7 empiezan los demas. A los 42 (6 sietes) se anima el varon;

y la

y la hembra â los 77, ô 84 dias, 5, ô 6 sietes despues, q̃ el varõ

A los 7 meses hace mutacion el infante, y suele nascer, si halla possibilidad: Si nasce al octavo mes, peligra, por razon que dan los Astrologos para ello. Y nascido ya se notan en el (como dice Macrovio) muchas cosas interiores, y exteriores con el numero 7. Siendo 5 los sentidos corporales, los perficiono Dios con el numero 7, doblando el de la vista, y oido: y tienen estos sentidos 7 ventanas, 2 de los ojos, 2 de los oidos, 2 del olfato, y vna del gusto.

A los 7 dias de nascido el infante, se le cae el ombligo: â los 7 meses comienza â dentar, y se enferma. A los 7 años muda los dientes, le comienza el vso de la razon, y sale dela *Infancia*, que es la primera edad, mas humeda, que calida, y entra en la *Puericia* sanguinea. A los 14 años (2 sietes) sale de la puericia, muda la voz, le comienza la aptitud generativa, y entra en la *Adolescencia* 3 edad, mas calida, que humeda. A los 21 años (3 sietes) entra en la *Juventud* calida, y seca. A los 35 (5 sietes) entra en la *Virilidad*, mas seca, que calida. A los 49 (7 siete) entra en la *Consistencia* fria, y seca, y en esta edad hace el hombre notable mutacion de complexion, y de costũbres. A los 63 años (9 sietes) entra enla *Senetud* mas fria, q̃ seca, y comienza â deteriorarse la naturaleza, y si en este año tuviere alguna enfermedad, con dificultad escapará de ella. Estas sõ las 7 edades, y el que llega â Decrepito llega ya muerto.

Siete maravillas. Parece que estas descansaron en el numero 7, pues en mas de 2000 años, que ha que se hizo la vltima, no se ha hecho otra. La 1 fueron los muros de Babylonia, que hizo Semiramis por los años de 3200. La 2, el Sagrado Templo de Salomon por los años de 4200. La 3, las Pyramides, que levantó el Rey de Egypto por los años de 4500. La 4, el Sepulcro, que hizo Artemiza, â ſu marido Mauſeolo por los años de 4720. La 5, el Templo de Diana, que quemó Heroſtrato el dia, que nacio Alexandro Magno, año de 4845. La 6, el Pharo, ô torre, que levanto Ptolomeo Rey de Egypto en la Iſla de Pharo por los años de 4900. Y por los miſmos tiempos la 7 del Coloſo, ô Eſtatua que levantó Demetrio en la Iſla de Rhodas.

Siete Planetas, 7 horas planetarias, que ſuccesivamente corren, y van dando denominacion â los 7 dias de la ſemana De 7 en 7 horas las creſcientes del mar, y las mayores de 7 en 7 dias. De 7 en 7 dias los criticos de las enfermedades. De 7 en 7 dias los Quartos de Luna. De 7 en 7 años los climatericos. Siete los Climas principales. Y 7 los Eclypſes, que puede haver en vn año. Deſpues de 7 Biſſextos, buelven â ſer las miſmas letras Dominicales. Y deſpues de 7 años emboliſmales, buelven â ſuceder los miſmos aſpectos de Luna.

Siete las *Artes liberales*, Gramatica, Dialectica, Rethorica, Arithmetica, Geometria, Muſica, y Aſtronomia: 7 sõ las *voces de la Muſica*, y en paſſando de 7, ya ſon repeticion de las otras, como la octava, que es repiticion del vniſono: 7 ſon las *conſonancias* ſimples. Vniſono, tercera menor, tercera mayor, quarta, quinta, ſexta menor, y ſexta mayor: y todas ſus proporciones ſe hallan dentro del numero 7: y 7 ſon tambien las *diſſonancias* ſimples, y cantables

bles, ſemitono, tono menor, tono mayor, tritono, ſemidiapente, ſeptima menor, y la mayor.

Siete ſon las *partes de la tierra* (como dice Joſeph Vicente del Olmo) Europa, Aſia, Africa, America Septentrional, America meridional, tierra borea incognita, y tierra auſtrual incognita. Siete ſon los *metales*, Oro, plata, azogue, plomo, eſtaño, cobre, y hierro. El azero es hierro limpio, y el laton, y bronce ſon artificiales. Y finalmente en la Geometria no ſe puede hacer vn circulo de circulos, ſin q̃ eſtos ſean 7: vno en medio, y ſeis al derredor.

Y demos fin invocando y alabando Siete Santiſſimos Nombres: el del PADRE, del HIJO, y del ESPIRITV SANTO: y los de MARIA, JOSEPH, JOACHIN, y ANNA.

FIN

INDICE
DE LO MAS NOTABLE DE ESTE LIBRO.

Com-

Gra-

Nu-

Re-

ERRA-

ERRATAS

PAgina 7 *Linea* 6. û ochavas. lee ô 2 ochavas. Lin. 16, y 22 Eſtados. lee Eſtadios.

Pag. 8. *Linea* 12, y 27. Tercios. lee Terceros. Lin. 23 Eſtados, lee eſtadios.

Pag. 15 *Lin.* 15. de abaxo. lee debaxo.

Pag. 18 *Lin.* 5. derecha lee derecho.

Pag. 27 *Lin.* 7 â 32. lee â 23. Lin. 27. quede. lee puede.

Pag. 28 *Lin.* 3. 29 lee â 29

Pag. 33 *Lin.* 26. eſſi, lee aſſi.

Pag. 41 *Lin.* 5. ſi vna, lee ſi en vna.

Pag. 45 *Lin.* 2. $\frac{4}{3}$ lee $\frac{2}{3}$.

Pag. 48 *Lin.* 25. diezſeis. lee diez, y ſeis.

Pag. 64 *Lin.* 1. reducir vn, lee reducir â vn.

Pag. 72 *Lin.* 16 100 lee y 100.

Pag. 74 *Lin.* 3. primeras: lee primeras eſpecies.

Pag. 76 *Lin.* 20. quadradado. lee quadrado. Lin. 24 Rhō-boido. lee Rhomboide.

Pag. 79 *Lin.* 1: quadro. lee quadrado. Lin. 22. como lee ô como.

Pag. *Lin.* 2. puen, lee pueden.

Pag. 81 *Lin.* 2. numerador, lee numero. Lin. 5. buadrado lee quadrado.

Pag. 83 *Lin* 11. haviando, lee haviendo

Pag. 92 *Lin.* 16 manta. lee monta

Pag. 94 *Lin.* 1. ſaviendo, lee ſabiendo. Lin. 13 multiplique lee multipliqueſe.

Pag.

Pag. 95. *Lin.* 16. lo que, lee lo que se

Pag. 104. *Lin.* 16. quattro numeros, lee quarto numero.

Pag. 125. *Lin.* vltima. de cada: vna, lee de cada vna.

Pag. 128. *Lin.* 10. por, lee pues.

Pag. 163. *Lin.* 8. de 60, lee de 6.

Pag. 164. *Lin.* 17. tripla, lee triplo.

Pag. 169. *Lin.* 2. dioductos, lee productos.

Pag. 187. *Lin.* 25. hagan 100, lee hagan 110.

Pag. 188. *Lin.* 1. y $7\frac{1}{2}$ lee y $17\frac{1}{2}$.

Pag. 191. *Lin.* 26. añadale, lee añadele.

Pag. 194 *Lin.* 27. por los, lee por las. Y lin. vltima añade. O dividase el Rhombo, y Rhomboide en 4 triangulos con dos diagonales cruzadas.

Pag. 217. *Lin.* 16. que nos ha, lee que no han.

Pag. 229 *Lin.* 26. calcaculo, lee calculo.

Pag. 231. *Lin.* 23. lagunos, lee algunos.