SCIENTIA PAEDAGOGICA EXPERIMENTALIS

XLII 2

Off-Print / Tiré à part
Scientia Paedagogica Experimentalis XLII, 2, 2005

Scientia Paedagogica Experimentalis, XLII, 2, 2005, 255-272

CORPS, SYMBOLE ET ARTEFACT : TROIS DIMENSIONS DEL' OBJECTIVATION DU SAVOIR

Caroline Bardini, Cristina Sabena & Luis Radford

1 Introduction

Depuis le siècle dernier, les études de psychologie ont bien reconnu l'importance du rôle de l'activité kinesthésique dans l'émergence des savoirs. Dans le cas des mathématiques, certains concepts *élémentaires* ont été perçus comme lui étant intimement liés. Ceci est certainement une conséquence de l'influence de l'épistémologie de Piaget, qui insista sur le rôle de l'activité sensorimoteur chez le jeune enfant. Toutefois, les actions corporelles (par exemple, les gestes), l'usage d'artefacts (objets, outils technologiques, *etc.*) et l'activité linguistique n'ont été que trop rarement considérés comme *source directe* de la formation de concepts mathématiques *avancés*. Ce n'est que récemment que certaines recherches ont commencé à mettre en évidence le rôle primordial et décisif des actions corporelles, des gestes, du langage et de l'usage d'outils technologiques dans la construction des savoirs élémentaires et abstraits chez les élèves (Arzarello & Robutti, 2001; Nemirovsky, 2003; Nemirovsky & Borba, 2004; Radford, 2005). Ces recherches ouvrent ainsi le champ à de nombreuses questions qui demeurent encore inexplorées. Tel est le cas de la question relative à l'étude de la relation entre, d'une part, le mouvement corporel et les activités médiatisées par les artefacts et, d'autre part, les activités linguistiques et symboliques.

Une investigation approfondie concernant les liens qui unissent les deux sources de construction de savoirs, c.-à-d. actions kinesthésiques et activité sémiotique, se révèle, de fait, indispensable pour mieux cerner à la fois les processus cognitifs généraux ainsi que ceux intervenant dans le raisonnement mathématique. En ce qui concerne, par exemple, le raisonnement algébrique, ceci nous emmène à nous interroger sur le(s) rôle(s) de l'activité corporelle et de la manipulation d'artefacts dans le processus de symbolisation et dans la construction du sens des symboles chez les élèves.

Cette dernière question est de fait à l'origine d'une recherche en didactique des mathématiques en cours, menée au Laboratoire de recherche en sémiotique culturelle et pensée mathématique à l'Université Laurentienne de

Sudbury, Canada. Dans cette étude, dont nous présenterons ici quelques éléments, nous nous proposons d'approfondir les résultats révélés par les investigations précédentes, où il était question d'examiner le processus dialectique entre les actions des élèves (concrètes ou imaginées), les symboles et les interprétations apportées à ces symboles. Plus précisément, il s'agit d'investiguer l'articulation des dimensions kinesthésique et sémiotique dans la production du sens mathématique chez les élèves.

En nous appuyant sur des exemples précis de situations en salle de classe observées chez des élèves de 10^e année, nous illustrerons dans ce qui suit les différents outils théoriques qui sous-tendent l'analyse des liens entre le mouvement corporel, l'usage d'artefacts (objets, outils technologiques, etc.), le recours au langage et l'activité mathématique, dans le cadre de notre recherche.

2 Méthodologie

L'activité des élèves que nous examinerons ci-après fait partie d'une recherche étalée sur 6 ans, où chercheurs et enseignants travaillent conjointement, tout au long de l'année scolaire, dans la conception de diverses tâches mathématiques. Les activités conçues privilégient le travail en groupe et la mise en oeuvre de celles-ci; elles réservent un espace important aux discussions et débats susceptibles d'être menés entre les élèves et entre l'enseignant et les élèves (Radford & Demers, 2004).

Le recours à différents outils technologiques dans les activités proposées aux élèves est également envisagé (calculatrices symboliques, Calculator Based Ranger® ou CBR, *etc.*). En effet, de tels outils non seulement se sont montrés particulièrement bien adaptés pour aborder des volets spécifiques de notre questionnement (tel est notamment le cas du CBR, utilisé pour exploiter les problèmes ayant trait aux conceptions de distance, temps et vitesse; voir figure 1) mais s'avèrent des sources indéniables de motivation pour les élèves.

Le Calculator Based Ranger® (à gauche) est un outil conçu pour étudier les objets en mouvement : à travers l'émission d'ondes, il enregistre les données de sa distance à l'objet vers lequel il est orienté. En reliant le CBR à une calculatrice graphique (par exemple, TI-83+®, montrée à droite), il est alors possible d'obtenir des graphiques espace-temps, vitesse-temps, accélération - temps tracés à partir des mesures recueillies.

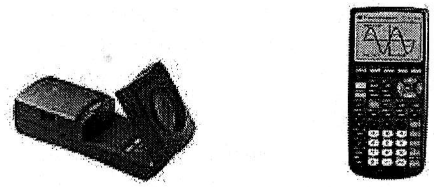


Figure 1: *Calculator Based Ranger® & Calculatrice Graphique*

Afin de prendre en compte la diversité sémiotique qui médiatise (au sens de Vygotski) l'activité mathématique des élèves, les séances sont ensuite filmées, enregistrées et les productions écrites de chaque élève sont recueillies. Ces divers supports servent alors de base à l'analyse didactique proprement dite. Celle-ci est menée à travers une fine étude qualitative à propos du rôle que jouent langage, son, gestes et symboles (graphiques, dessins, *etc.*) dans la construction du sens de la tâche par les élèves.

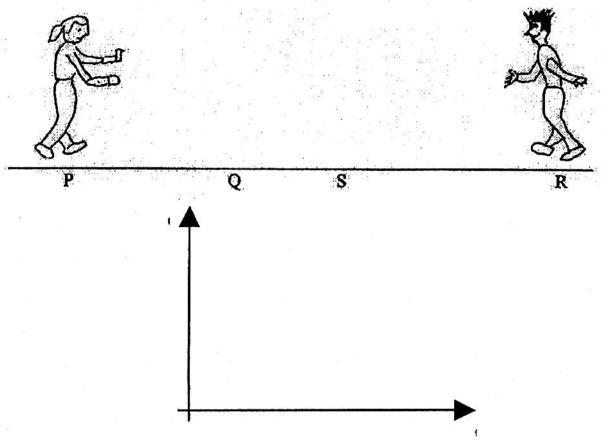
L'activité que nous nous proposons d'exploiter dans cet article a été proposée en classe de 10^e année dans un collège nord ontarien. Elle met en jeu les notions de vitesse, distance et temps, et fait appel à l'outil évoqué plus haut, le CBR, dont l'usage est familier pour les élèves concernés. Voici ci-après un extrait de l'activité (figure 2).

L'activité est volontairement complexe et ouverte : plusieurs réponses sont possibles. Selon que l'on privilégie certains facteurs pour décrire la situation, comme le temps ou la vitesse, plusieurs réponses correctes peuvent être en effet envisagées. Notre principal objectif n'est pas ici d'étudier les erreurs commises par les élèves, ni même les difficultés éprouvées jusqu'à obtenir la 'bonne réponse'. Il s'agit plutôt d'investiguer les démarches que les élèves ont entreprises pour donner du sens à la tâche proposée. Plus précisément, nous voulons examiner comment les élèves articulent-ils la situation 'concrète' du déplacement décrite dans l'activité et la représentation graphique de celle-ci. En d'autres mots, comment articulent-ils les différents moyens sémiotiques mis à leur disposition pour rendre compte des différentes notions en jeu (déplacement, distance, temps, *etc.*).

Avant d'amorcer l'analyse des données proprement dite, nous présenterons succinctement ci-après notre positionnement théorique général en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques.

Nicolas et Mireille marchent sur une ligne droite. Mireille se déplace du point P au point Q et porte un CBR orienté vers Nicolas. Nicolas part du point R et se dirige vers le point S.

Faites un graphique qui représente la relation entre les variables « t » et « d », où « t » désigne le temps écoulé et « d » la distance entre Mireille et Nicolas.



Question supplémentaire : *Sur le graphique précédent, représentez la relation entre les variables « t » et « d », si on sait que Nicolas s'est arrêté deux secondes au milieu de son parcours. (Distinguez clairement les deux graphiques).*

Figure 2 : Extrait de l'Activité Proposée aux Élèves de 10^e^ Année

3 Les objets mathématiques et le processus d'objectivation

Les objets mathématiques ne sont pas des objets comme les autres. Ils sont entre autres choses caractérisés par un haut niveau de généralité et d'abstraction. En particulier, ce ne sont pas des objets physiques, ils ne peuvent être touchés. Deux questions qui émergent sont alors les suivantes:

1. Quelle est la façon d'être des objets mathématiques?
2. Comment prend-on connaissance de tels objets?

Les deux questions précédentes sont bien sûr étroitement liées. La première question relève de l'ontologie des mathématiques. Le platonisme, le réalisme et le constructivisme, entre autres, ont proposé des réponses différentes à cette question. La deuxième question relève de l'épistémologie et est centrale pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. En nous situant dans une perspective sémiotique-culturelle (pour une présentation plus détaillée, voir Radford, 2003a), dans cet article, c'est de cette deuxième question que nous allons nous occuper (pour la première question, voir Radford, 2002a, 2004a).

Comme nous l'avons précédemment mentionné, cette perspective se trouve sous-tendue par l'étude de l'articulation entre activités kinesthésiques et sémiotiques dans le processus de ce que nous appelons *objectivation*[i]. Littéralement, *objectiver* signifie rendre quelque chose apparent : un certain aspect d'un objet concret (par exemple sa couleur, sa taille), ou abstrait (par exemple propriété mathématique). Dans le contexte scolaire, apprendre un certain contenu mathématique, c'est transformer des objets conceptuels inscrits dans la culture (par exemple, l'objet 'nombre' , 'équation', 'fonction') en objets de conscience. Apprendre, c'est prendre conscience de ces objets par un acte intellectuel et sensuel qui exige un engagement profond de l'élève au cours duquel celui-ci interprète, imagine, comprend des relations, des propriétés, *etc.*, propriétés d'objets qui, par leur généralité conceptuelle, ne peuvent ni être montrées directement ni être épuisées à partir de quelques exemples. Bien sûr, la conscience n'est pas un réservoir dans lequel on verse un contenu. L'apprentissage est en fait un processus socioculturel de constitution de la conscience, un processus où l'on *note* ce qu'il y a à noter. Ce processus est médiatisé par une activité pluri-sémiotique dans laquelle l'objet visé émerge progressivement chez l'élève. Il s'agit de ce que nous avons appelé un *processus d'objectivation* (Radford, 2002b).

Dans le contexte de l'enseignement, la question qui se pose est alors la suivante : Comment les élèves *objectivent-ils*? Quels moyens mettent-ils en œuvre pour le faire?
Nous tenterons d'apporter quelques réponses à ce questionnement dans le paragraphe suivant.

4 Les moyens sémiotiques d'objectivation chez les élèves

En prenant en compte le cadre théorique que nous venons d'esquisser et à partir de l'activité mathématique décrite précédemment, nous nous proposons ici d'illustrer les différents moyens d'objectivation susceptibles d'être mis en œuvre par des élèves dans leur interaction en salle de classe.

L'exemple que nous exploiterons dans ce qui suit repose sur des productions écrites d'un groupe de trois élèves, ainsi que quelques extraits de transcriptions et d'images prises lors de leurs discussions. L'extrait ci-dessous est relatif au moment où les élèves abordent la question supplémentaire de l'activité ("Sur le graphique précédent, représentez la relation entre les variables *t* et *d*, si on sait que Nicolas s'est arrêté deux secondes au milieu de son parcours. Distinguez clairement les deux graphiques").

1. R: *Donc [...] elle continue à bouger, lui, non ; on peut faire autre chose, on peut utiliser Z* (il inscrit la lettre Z sur le dessin. Voir figure 7 plus loin).
2. K: *Yeah.*
3. R : *Ok, il rapproche, arrête là pour deux* secondes (son majeur droit parcourt l'espace entre R et Z dessiné sur la feuille, figure 3a), *elle continue là* (il déplace l'autre main, de P à Q figure 3b), *il commence à bouger encore* (avec sa main droite, de Z à S, figure 3b).

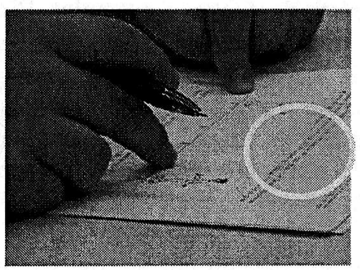


Figure 3a

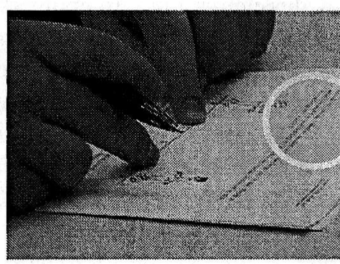


Figure 3b

4. K : *Mais...*
5. R : *Je dirais...*
6. K : *Elle approche encore.*
7. R : *Elle commence, elle juste dtt, dtt, dtt, dtt, dtt, d*tt (main gauche de P à Q) *dtt, dtt, dtt, dtt, dtt* (main droite de R à S, figure 4).

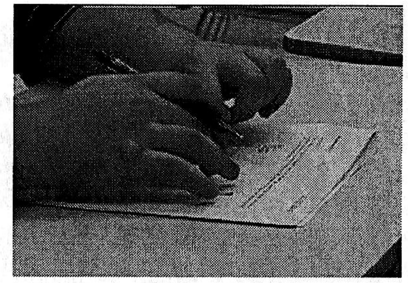


Figure 4

8. K : Ok, so...
9. R *: Elle peut avoir comme, parce que...*
10. K *: Y peut y avoir, ok minute...*
11. R *: Je dirais par ce temps là.*
12. K *: Un, deux, pis là y commence* (avance les deux mains). *Ok.*
13. F : *Ça... ça serait pas un S ici? Comme elle, elle arrête...*
14. K : (interrompt) *Il arrête.* [...]
15. F : *But, y arrête, so y aurait pas juste un comme stall dedans la ligne* (elle fait un mouvement horizontal avec sa main, lentement, figure 5), *juste un...*

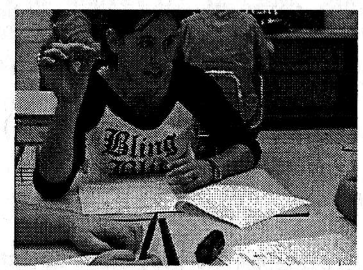


Figure 5 : Afin de Dégager l'Allure du Graphique, l'Élève, ici Nommée F, Fait un Geste qui Simule une Ligne Horizontale

16. R *: Non, parce qu'elle rapproche encore.*
17. F : *Oui, mais après elle, ...*
18. R: (interrompt) *C'est ...*
19. F: (continue) *Elle l'attend.*
20. R : (continue) *C'est pretty much... Non, elle attend pas, elle*

continue.

21. F : *Non, parce qu'[il] faut qu'elle arrête ici* (indique Q). *Elle peut pas continuer...*
22. R : (interrompt) *Bien, on n'a pas le temps exactement. Geez*!
23. F : (continue) *Jusqu'au moment où lui se rend là.*
24. R : *Ça se peut qu'y ait, que c'est juste commencé (lentement décrit une courbe décroissante devant lui), comme ça peut aller « ng, nnng »* (coordonne ce son avec une gestuelle qu'il fait avec sa main droite, qui décrit une ligne décroissante puis horizontale, toujours devant lui, figure 6). *Je comprends.*

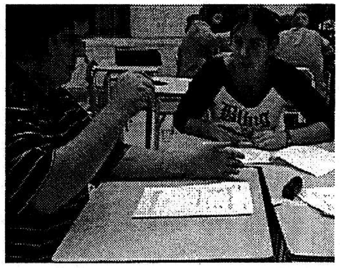


Figure 6 : Geste Fait par l'Élève R

25. K : *Je sais pas. Mais là, ça revient à la première, si c'est vraiment comme ça. Si lui y arrête pas... Wow, ok.*
26. R : *Ça se peut que c'est comme elle a dit, ça fait comme... et là c'est un S, un petit peu, c'est comme, « da, da, da, da, da, voo-oot ».* (il trace la courbe sur le plan cartésien)

4.1 Symboles et images

La première grande catégorie de moyens d'objectivation qui nous vient sans doute le plus naturellement à l'esprit est celle constituée par les 'objets' écrits : ce sont les figures, les dessins, c'est-à-dire tout symbole ou image en général.

L'activité mathématique que les élèves se proposent de résoudre est constituée d'un texte (énoncé du problème), un dessin (figure 2) et un symbole particulier (le plan cartésien), ces trois éléments étant bien entendu en étroit rapport les uns avec les autres. De plus, si nous observons de plus près le dessin

représenté, nous notons la présence d'autres symboles : les lettres, utilisées ici pour indiquer les positions des personnages à certaines étapes de leur déplacement.

Dans l'activité de groupe, les élèves interagissent avec ces éléments écrits et les enrichissent avec d'autres. Par exemple, dans le groupe observé, l'élève nommé R dans la transcription introduit une nouvelle lettre (Z) sur le dessin fourni pour indiquer la position où Nicolas s'arrête pour deux secondes (ligne 1 de la transcription et figure 7 ci-après). La lettre Z désigne ainsi symboliquement sur le dessin un évènement précis et crucial de la situation spatio-temporelle imaginée et décrite dans le problème mathématique. En le *notant,* les élèves objectivent un élément important de la résolution du problème.

Dans la discussion concernant la forme du graphique obtenu par le CBR, les élèves procèdent à plusieurs tentatives, dont certaines ont été regroupées dans la figure 7. Lors de la conception de l'activité, nous avons envisagé que les élèves utilisent le plan cartésien déjà fourni à cet effet (voir figure 2), mais les productions écrites des élèves indiquent qu'ils ne se sont pas limités à cet espace, en profitant également du dessin fourni dans le problème. Ce qui pour nous s'avère deux niveaux clairement distincts de représentation susceptibles de décrire la situation/mouvement -le dessin d'une part, et la représentation graphique, de l'autre- sont apparus, lors du processus d'objectivation des élèves, comme étant étroitement liés, voire amalgamés.

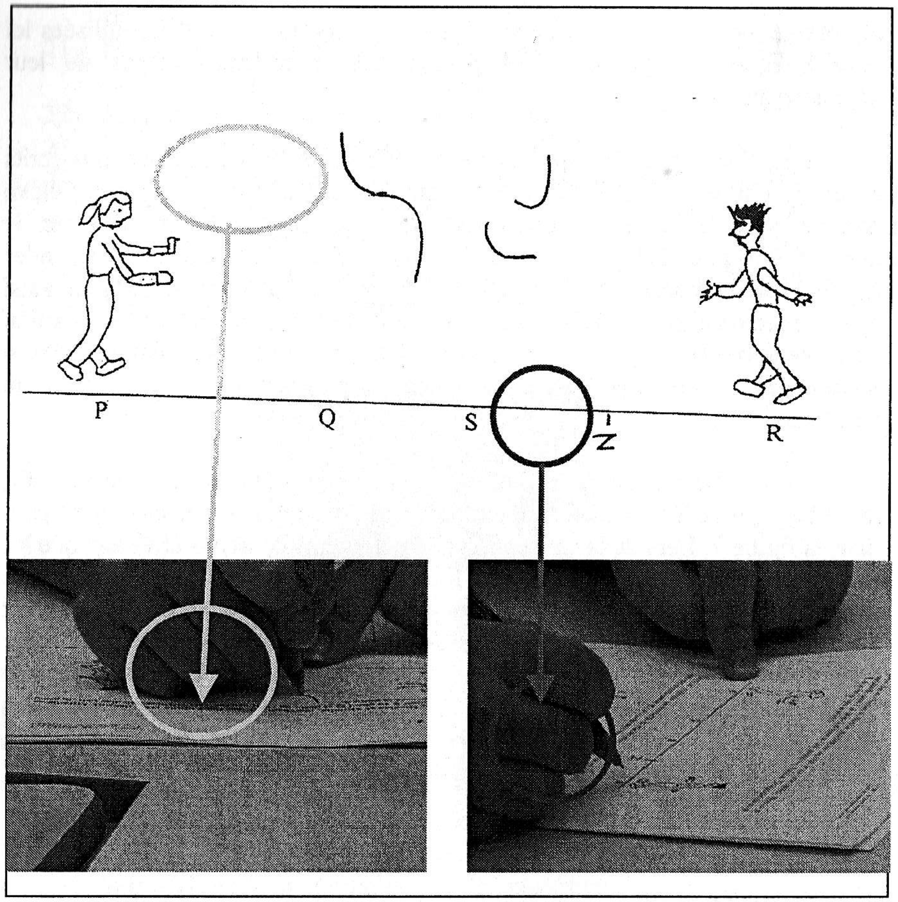


Figure 7: Une Première Catégorie de Moyens d'Objectivation : Graphiques et Symboles

4.2 Langage oral

L'activité langagière est une autre composante essentielle de l'activité des élèves travaillant en groupe. Ces engagements linguistiques peuvent être de nature et de niveaux différents : constatations, observations, formulation d'hypothèses, argumentation, acceptation ou réfutation d'arguments, etc.

Dans l'extrait ici retenu, l'activité discursive est très intense et diverse : les élèves s'interrompent souvent (lignes 14, 18, 22), parlent en même temps (ligne 5), laissent des phrases incomplètes (lignes 9, 11, 15, 17).

Mais si le discours s'avère un moyen d'objectivation indubitablement essentiel, il ne peut être entièrement compris si on ne tient pas compte d'autres dimensions du processus communicatif qui le composent. Ce sont, entre autres, les composantes gestuelle, sonore et rythmique, dont l'examen nous détaillera ci-après.

4.3 Gestes

Dans les vidéos analysées dans le cadre de notre recherche, la grande quantité de gestes que les élèves produisent est tout à fait frappante.
En ce qui concerne cette activité en particulier, les gestes sont essentiellement utilisés pour décrire le phénomène physique du mouvement ou encore la représentation mathématique de celui-ci (c.-à-d., le graphique). La Figure 8 montre quelques exemples représentatifs:

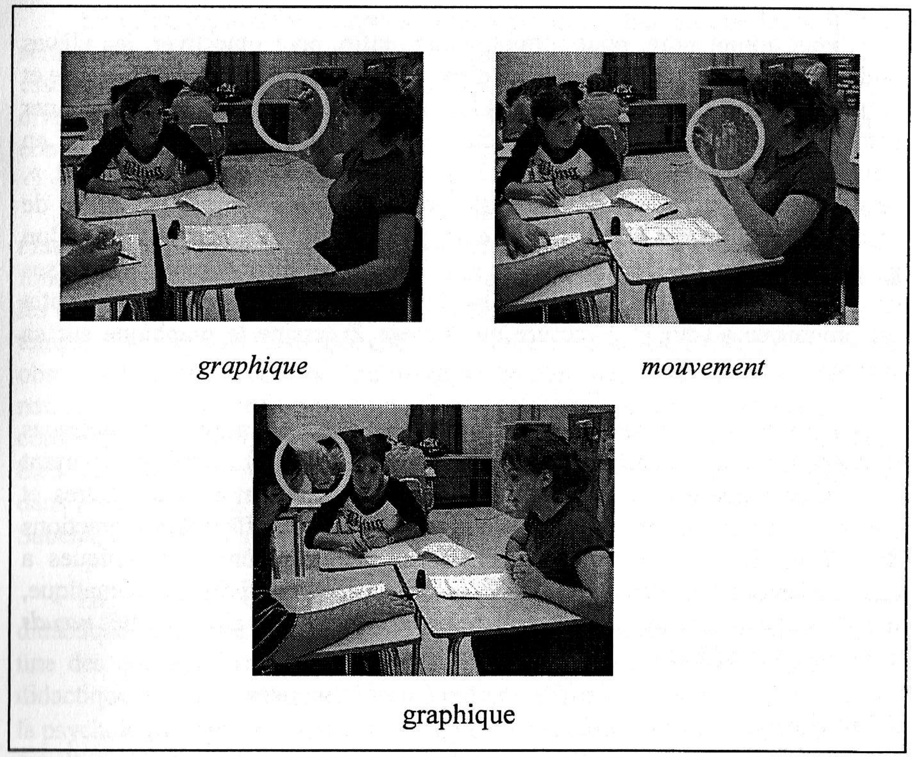


Figure 8 : Exemples de Gestes d'Élèves comme Moyens d'Objectivation pour Décrire la Situation

Dans la photo de gauche, l'élève K propose une première hypothèse de graphique, accompagnant son discours d'un geste : avec son crayon, elle dessine dans l'air, devant elle, une courbe qu'elle estime représenter la situation décrite dans le problème.
Dans la photo centrale, la même fille utilise ses mains, encore dans l'espace devant elle, pour représenter le phénomène : le mouvement d'un objet devant un mur. Le mur est lui aussi représenté par un geste, plus spécifiquement par la main gauche placée verticalement.
La dernière photo illustre la formulation d'une seconde hypothèse de graphique. Le garçon représente, d'une main très inclinée, l'importante inclinaison/pente que le graphique devrait, selon lui, présenter. Il accompagne ce geste du mot: steep.

4.4 Son et rythme

Pour comprendre, pour communiquer, enfin, pour objectiver, les élèves utilisent toutes les ressources dont ils disposent, tous les artefacts à leur portée et toute leur corporalité. Ainsi, le son et le rythme peuvent également fonctionner comme moyens sémiotiques d'objectivation. Dans l'extrait ci-dessus, on en trouve plusieurs exemples : à la ligne 7, notamment, la séquence « dtt, dtt, dtt, », prononcée en synchronie avec le geste, indique rythmiquement la marche de Mireille. À la ligne 24 les phonèmes « ng, nnng », eux aussi accompagnés d'un geste, font partie de la description du graphique que l'élève nommé *Z* fait à ses collègues. Finalement, à la ligne 26, la séquence « da, da, da, da, da, voo-oot » est prononcée au fur et à mesure que l'élève *Z* dessine le graphique sur sa feuille.

Pour des raisons de clarté de l'exposé, les différents moyens sémiotiques d'objectivation ont ici été présentés individuellement. Il est toutefois important de souligner que ceux-ci sont toujours intimement liés les uns aux autres et apparaissent très souvent de façon synchronisée dans les différentes interactions des élèves. De plus, cette coordination des divers systèmes sémiotiques a essentiellement lieu dans des étapes spécifiques de l'activité mathématique, notamment celles où la connaissance est objectivée. Ils sont alors appelés *nœuds sémiotiques* (Radford *et al.,* 2003).

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons voulu souligner, à travers quelques exemples, la façon dont les élèves mettent en œuvre les différents systèmes sémiotiques

dont ils disposent afin de donner du sens à certaines activités mathématiques. Cette analyse est sous-tendue par une démarche sémiotique-culturelle, selon laquelle le raisonnement mathématique des élèves ne peut être saisi par la seule prise en compte des productions écrites (par exemple les formules, les graphiques). Bien que l'écriture soit essentielle à l'apprentissage des mathématiques (et à l'apprentissage en général), elle n'épuise pas la démarche d'apprentissage de l'élève. Dans ce contexte, nous avons proposé les concepts théoriques d'objectivation et de *moyens sémiotiques d'objectivation.* Ces derniers tentent de cerner la richesse de l'activité qui sous-tend la cognition humaine. Ils se présentent comme véritables sources dans la formation de concepts mathématiques complexes et abstraits; nous avons suggéré qu'ils sont bien souvent des annonces/préludes à un symbolisme plus formel et sophistiqué dont les élèves s'approprieront par la suite.

En effet, les analyses menées jusqu'à présent indiquent que les systèmes sémiotiques auxquels ont recours les élèves offrent à ceux-ci des moyens essentiels à l'apprentissage. En particulier, la complexe coordination entre les divers moyens sémiotiques d'objectivation semble être cruciale dans plusieurs contextes.

On pourrait objecter que les mots, images, graphiques, symboles mathématiques, gestes, sons, rythmes et toutes autres activités corporelles fonctionnent comme des moyens sémiotiques d'objectivation seulement dans les cas d'activités liées au mouvement (déplacement de deux individus dans le temps), comme dans l'exemple choisi. Ceci n'est pas le cas. En fait, nous avons observé dans nos recherches qu'ils ne se limitent pas à des activités de telle nature. S'ils sont certes plus immédiatement repérables dans des tâches où la composante dynamique est intrinsèque au problème, ils ont été décelés dans bien d'autres domaines, comme celui des activités classiques de généralisation dans le contexte algébrique (Radford, Bardini, Sabena, 2004; Radford, 2004b; Sabena, Radford, Bardini, 2005).

La prise en compte de la dimension sémiotique dans les recherches didactiques demeure cependant encore marginale. La raison se trouve en ceci : une des conceptions de la cognition qui a prédominé dans la recherche en didactique des mathématiques jusqu'à présent, s'inspire du modèle classique de la psychologie cognitive –une psychologie d'orientation mentaliste. En stipulant que le cognitif a strictement lieu dans la tête et dans ses processus cérébraux, l'activité externe de l'individu a été minimisée et n'a pas été considérée comme partie importante des processus cognitifs. Nous rejoignons ici les propos de l'anthropologue Clifford Geertz (1973, 76)qui affirme que "...the human brain is thoroughly dependent upon cultural resources for its very operation; and those resources are, consequently, not adjuncts to, but constituents of, mental activity."

Or situer l'activité cognitive sous-jacente à l'apprentissage dans un cadre non mentaliste, nous amène à formuler le problème de la cognition humaine en des termes différents. Sans tomber dans l'hédonisme qui hante les théories contemporaines de la cognition corporelle (Eagleton, 1998, 157-162), il s'agit de réclamer le rôle constitutif de l'activité kinesthésique et du corps en général dans les concepts que nous nous formons du monde. En esquivant les tentations du rationalisme que nous avons héritées de la philosophie des lumières, il s'agit d'éviter l'excès des approches qui prônent un rôle prépondérant du technologique (le 'technocentrisme' propre à la modernité) et celui des approches qui réduisent la cognition au discours (ce qui est propre au post-modernisme). Il s'agit en fait de ne pas oublier que la cognition est imbriquée dans la praxis sociale des individus concrets et de trouver un juste équilibre susceptible d'ancrer de façon convenable l'étude de la pensée humaine et de ses produits matériels et conceptuels (Radford *et al.* , 2005).

Note

[1] Les limitations d'espace ne nous permettent pas d'entrer dans les détails. Nous nous contenterons de mentionner que le concept d'objectivation englobe une dimension phénoménologique inspirée des travaux de Husserl, une dimension relative à la philosophie du langage inspirée de Heidegger et une dimension cognitive inspirée de Vygotski (voir Radford, 2002b, 2003b).

Remerciement

Recherche subventionnée par le Conseil de Recherches en Sciences Humaines du Canada/Social Sciences and Humanities Research Council of Canada (CRSH/SSHRC).

Références

ARZARELLO, F. & O. ROBUTTI, 2001. From body motion to algebra through graphing. In: H. CHICK, K. STACEY, J. VINCENT & J. VINCENT (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference, Vol. 1.* (The University of Melbourne, Australia, December 9-14, 2001), 33-40;

ARZARELLO, F. & L. EDWARDS, 2005. Gesture and the construction of mathematical meaning, Research Forum. In: H. CHICK & J. VINCENT (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International group for the psychology of mathematics education* . University of Melbourne, Australia, Vol. 1, 123-127.

EAGLETON, T., 1998. *The Eagleton reader*. Edited by Stephen REGAN. Oxford: Blackwell.

GEERTZ, C. , 1973. *The interpretation of cultures*. New York: Basic Books.

NEMIROVSKY, R., 2003. Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. In: *Proceedings of the 27 Conference of the international group for the psychology of mathematics education* (PME27 -PMENA25), Vol. 1., 105-109.

NERMIROVSKY, R. & M. BORBA, M. (Eds.), 2004. Bodily activity and imagination in mathematics learning*Educational Studies in Mathematics, 57*, 3 , PME Special Issue.

RADFORD, L., 2002a. The object of representations: Between wisdom and certainty. In: F. HITT (Ed.), *Representations and mathematics visualization.* Mexico: Departamento de matemática educativa Cinvestav-IPN, 219-240.

RADFORD, L., 2002b. The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. In: *For the Learning of Mathematic,s 22*, 2, 14-23.

RADFORD, L. , 2003a. On culture and mind. A post-Vygotskian semiotic perspective, with an example from Greek mathematical thought. Ins: M. ANDERSON, A. SÁENZ-LUDLOW, S. ZELLWEGER & V. V. CIFARELLI (Eds.), *Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing.* Ottawa: Legas Publishing, 49-79.

RADFORD, L., 2003b. Gestures, speech and the sprouting of signs.In: *Mathematical Thinking and Learning, 5*, 1, 37-70.

RADFORD, L., 2004a. Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità [Sensible Things, Essences, Mathematical Objects and other ambiguities]. In: *La Matematica e la sua didattica, 1*, 4-23. (Version anglaise disponible au site: http://www.laurentian.ca/educ/lradford/).

RADFORD, L., 2004b. La généralisation mathématique comme processus sémiotique. In: G. ARRIGO (Ed.), *Atti del Convegno di didattica della matematica* . Locarno, Suisse: Alta Scuola Pedagogica., 11-27.

RADFORD, L. , 2005. Body, tool, and symbol: Semiotic reflections on cognition. In: E. SIMMT & B. DAVIS (Eds.), *Proceedings of the 2004*

Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, 111-117 (disponible au site: http://www.laurentian.ca/educ/lradford/).

RADFORD, L., S. DEMERS, J. GUZMAN & M. CERULLI, 2003. Calculators, graphs, gestures and the production of meaning. In: *Proceedings of the 27th Conference of the International group for the psychology of mathematics education.* Hawaii, Vol. 4,. 55-62.

RADFORD, L. & S. DEMERS, 2004. *Communication et apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques.* Ottawa: Centre franco-ontarien des ressources pédagogiques.

RADFORD, L., C.BARDINI C. et SABENA, C. (2004). Perceptual semiosis and the microgenesis of algebraic generalizations. Dans *Proceedings of the forth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (à paraître).*

RADFORD, L., BARDINI, C. SABENA, P. DIALLO & A. SIMBAGOYE, 2005. On embodiment, artifacts, and signs: A semiotic-cultural perspective on mathematical thinking. In: H. CHICK & J. VINCENT (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International group for the psychology of mathematics education.* University of Melbourne, Australia, Vol. 4, 113-120.

SABENA, C., L. RADFORD & C. BARDINI, 2005. Synchronizing gestures, words and actions in pattern generalizations. In: H. CHICK &J. VINCENT (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International group for the psychology of mathematics education* . University of Melbourne, Australia, Vol. 4, 129-136.

Résumé

Cet article porte sur le problème de la production du sens mathématique chez les élèves. Pour étudier ce problème, nous distinguons trois grandes sources de signification. D'abord la source symbolique qui intègre le langage, les formules, les graphiques, *etc*. Puis la source kinesthésique qui fait référence à la projection du corps sur le monde à travers l'action matérielle, les gestes et la dimension sensorielle en général. Enfin, la source technologique qui a trait au rôle de médiation que jouent les artefacts dans l'accomplissement d'une activité. Il est bien connu que ces sources n'opèrent pas indépendamment l'une de l'autre. Ainsi, plusieurs travaux en psychologie suggèrent l'existence d'une continuité qui va du kinesthésique au symbolique. Dans quelques-uns de nos travaux précédents, nous avons suggéré, au contraire, qu'il existe, entre ces sources, non pas une continuité mais une relation dialectique qui demeure

toutefois mal connue du point de vue de la recherche. À partir de l'analyse d'observations provenant d'une recherche longitudinale en salle de classe auprès d'élèves de 15 ans, nous essayons dans cet article d'approfondir l'examen de cette relation dialectique.

Abstract

This article deals with the problem of students' processes of meaning production in mathematics. In order to study this problem we have singled out three main sources of meaning: (1) The symbolic source, which includes language, formulas, graphics, and so on. (2) The kinesthetic source, which includes the projection of the body into the world through material actions, gestures and the sensorial dimension at large. (3) The technological source which is comprised of all artifacts which mediate actions to accomplish an activity. It is well known that these sources are not independent from each other. Thus, several works in psychology suggest that there is a continuity that goes from the kinesthetic to the symbolic. In some of our previous work we argued that, instead of continuity, there is a dialectic relationship between these sources –a dialectic relationship which nonetheless remains little known in the research field of the didactics of mathematics and psychology. Drawing from observations of a longitudinal classroom-based research program, in this article we further our investigation of the aforementioned dialectic relationship.

Samenvatting

In dit artikel komt de problematiek van de betekenisverlening in het wiskunde-onderwijs aan de orde. Drie hoofdbronnen voor betekenis komen in beeld: de symbolische, de kinesthetische en de technologische. De symbolische omvat taal, formules, grafieken enz.; de kinesthetische slaat op de projectie van het lichaam in de wereld door materiële handelingen, bewegingen en de zintuiglijke dimensie in het algemeen; de technologische bestaat uit alle artefacten die handelingen mediëren om een activiteit te realiseren. Het is bekend dat die bronnen niet onafhankelijk zijn van elkaar. Zo wijst de psychologische literatuur op de continuïteit van het kinesthetische naar het symbolische. In vorige studies hebben de auteurs erop gewezen dat het nier zozeer gaar om continuïteit; er zou eerder een dialectisch verband zijn tussen deze bronnen. Die dialectische relatie werd totnogtoe weinig onderzocht in de wiskundedidactiek. In deze bijdrage wordt, vertrekkend van observaties uit een longitudinaal onderzoeksprogramma in klassen, die relatie meer uitgespit.

C. Bardini est docteur en Didactique des Mathématiques (Université Paris7). Dans ses recherches actuelles, financées par l'Union Européenne (actions Marie-Curie), elle articule didactique, épistémologie et TICE dans l'étude du rapport des élèves au symbolisme algébrique.

C.Sabena, étudiante de doctorat à l'Université de Turin, Italie, s'intéresse au rôle que joue le mouvement corporel dans l'expérience mathématique de l'élève, en particulier au passage d'une expérience concrète qui se déroule dans l'espace et dans le temps à son inscription dans un langage symbolique.

L.Radford, professeur titulaire à l'Université Laurentienne, Ontario, Canada, est responsable du laboratoire de sémiotique culturelle et pensée mathématique de l'École des sciences de l'éducation. Il s'intéresse au rôle des symboles et des actions technologiquement médiatisées dans la pensée de l'élève. Professeur Radford est le lauréat, pour 2000-2004, du Prix d'excellence dans la recherche de l'Université Laurentienne.

Address (L.R.): École des sciences de l'education, Universite Laurentienne, Sudbury, Canada

E-mail address: lradford@nickel.laurentian.ca