

**LA ARITHMETICA PRACTICA DEL PADRE PADILLA Y LOS INICIOS DE
LA MATEMÁTICA EN CENTRO AMÉRICA EN EL PERÍODO COLONIAL**

Luis Radford

Laurentian University – Ontario - Canada

(aceito para publicação em abril de 2006)

Resumen

En este artículo se presenta un estudio de los métodos “avanzados” de resolución de problemas del segundo libro de matemáticas escrito en Centro América en el período colonial: la *Aritmetica practica* del Padre Padilla, publicada en 1732 en la ciudad de Antigua Guatemala. El estudio –hecho a partir de la único ejemplar sobreviviente– ofrece, en las primeras secciones, algunos datos biográficos de este matemático centro-americano y describe el contexto social y económico del que emerge la obra. En las siguientes secciones se hace un análisis de los problemas y métodos de resolución que aparecen en la misma. El estudio concluye con algunas conjeturas sobre los libros que –de alguna manera– pudieron haber servido de inspiración al padre Padilla en la elaboración de la *Arithmetica practica*.

Palabras-clave: Matemáticas en Centro América; período colonial; Reino de Guatemala; matemáticas, comercio y sociedad.

Abstract

This article details an investigation of some advanced methods of problem solving expounded in the second mathematics book written in Central America in the colonial period (16th to 19th centuries)–Father Padilla’s *Arithmetica practica* [Practical Arithmetic], published in 1732 in Antigua Guatemala. The investigation–based upon the only extant copy–offers, in the first sections, some biographical data about the Central American mathematician and describes the social and economical contexts from which the book emerged. An analysis of the problems and the mathematical solving methods is carried out in the subsequent sections. The investigation concludes with some conjectures about the books which–to some extent–could have inspired Father Padilla.

Keywords: Mathematics in Central America; Colonial Period; Kingdom of Guatemala; Mathematics, Commerce and Society.

1. Introducción

El libro “Noticia Breve de Todas las reglas mas principales de la Arithmetica practica con \bar{q} fe puede defatar, no folo las demãdas ordinarias, fino tâbien muchas difficultofas, que de otra fuerte folo por la Algebra fe respondieran”, escrito por el bachiller, clérigo presbítero, Juan José de Padilla, en 1732, constituye el segundo libro de matemáticas escrito en Guatemala, en el período colonial, habiendo sido el primero el de Fr. Juan Jacinto Garrido, en el siglo XVII, según lo reporta el historiador Fuentes y Guzmán (1932), libro que suponemos perdido para siempre.

La *Aritmética práctica*, impresa en la imprenta de Ignacio Jacobo de Beteta, en la ciudad de Santiago de Guatemala, es solamente una parte de una obra científica más amplia, desaparecida hoy en día, excepción hecha de la propia *Arithmetica practica*, de la cual sobrevive tan sólo un ejemplar¹. Sabemos que la obra científica del Padre Padilla comprendía también tratados de Astronomía y de Mecánica, entre ellos su “Teoría y Práctica de la Astronomía”.

Pocos son, sin embargo, los datos con que contamos de nuestro autor. El bachiller, presbítero Domingo Juarros, en una obra escrita a principios del siglo XIX (Juarros, 1808), en un capítulo dedicado a los escritores guatemaltecos, nos refiere que el Padre Padilla nació en Guatemala y desempeñó el cargo de Maestro de Ceremonias de la Iglesia de Catedral, y fue instruído en Teología y Santos Padres. A decir de Juarros, el padre Padilla hizo grandes progresos en matemáticas “sin maestro y con pocos libros” y murió el 17 de Julio de 1749, cuando contaba con más de 65 años de edad, lo que sitúa su nacimiento no después de 1685. Juarros nos indica también que el Padre Padilla era un excelente relojero. Sabemos que el reloj de una de las torres del Colegio de Cristo –reloj que daba las horas por sonido– había sido construido por él (Gavarrete, 1980; p. 268). La *Gaceta de Goathemala* correspondiente al mes de febrero de 1730, luego de resaltar los méritos de nuestro autor, lo califica, en efecto, de “insigne en el arte de fabricar relojes de todos tamaños”².

No sabemos cuáles son las fuentes matemáticas del Padre Padilla; la obra que de él poseemos es parca en datos, pero probablemente uno de esos “pocos libros” a los que hace referencia Juarros es la *Trigonometría de los Logarítmicos*, del Padre Joseph Zaragoza, que es mencionado en la página 32 de la *Arithmetica practica*. En el capítulo V –*De la Cuenta Decimal*–, pág. 64, nuestro autor menciona *La Disme* de Simon Stevin, dejándonos suponer que conoció la obra en cuestión. Enseguida menciona al jesuita Andrés Tacquet, como continuador de la obra de Stevin, sin mencionar sin embargo el título de la obra. Como veremos más adelante, es razonable suponer la influencia (directa o indirecta) de aritméticas como la J. B. Corachan, de 1699 o de Pérez de Moya, de 1573.

Los relativamente pocos datos biográficos del Padre Padilla nos dejan entrever, no obstante, un intelectual curioso, volcado a la astronomía, a las matemáticas y a sus aplicaciones. Para

¹ Museo del Libro Antiguo. Antigua, Guatemala.

² La *Gaceta de Goathemala* se inició en noviembre de 1729; fué el primer periódico editado en el Reino de Guatemala y segundo en el continente americano, precedida por la *Gaceta de México* en 1722 (González Orellana, 1970, p. 165). Dicho periódico desempeñó un papel importante en la divulgación de las nuevas ideas científicas (cf. Tate, 1978, p. 261 ff.)

tratar de comprender el lugar de su *Arithmetica practica* en el período colonial, en la siguiente sección intentaremos situar, brevemente, el papel que desempeñaron las matemáticas en la educación, durante la colonia (siglos XVI-XIX) en el *Reino de Guatemala*, reino que comprendía lo que hoy llamamos Centro América. En la sección 3 pondremos en evidencia algunos elementos propios a la actividad económica de dicha región. El marco educativo-económico anterior nos permitirá ubicar, en la sección 4, la *Arithmetica practica* del Padre Padilla en su contexto histórico-social. En las subsiguientes secciones analizaremos algunos métodos aritméticos para resolver problemas comerciales que se encuentran desarrollados en el capítulo 9 de la obra en cuestión. Hemos decidido limitarnos al capítulo 9 de ese libro (de hecho nos limitaremos a una parte del capítulo 9) pues es allí donde el título de la obra adquiere un sentido pleno: en él se exponen, en efecto, una serie de reglas o métodos para resolver problemas prácticos –problemas mercantiles– sin recurrir al álgebra.

2. Las Matemáticas en la Educación Colonial

Para empezar, conviene recordar aquí que, en la estructura social de las colonias españolas, se identifican fácilmente tres estratos importantes, correspondientes a los *criollos*, los *mestizos* y los *indios*, distribuidos dichos estratos en forma piramidal. En el caso del Reino de Guatemala, las primeras acciones educativas se emprendieron hacia 1534, apenas unos 10 años después de fundada la Ciudad de Santiago –el centro administrativo y militar del Reino.

La iniciativa educativa, conducida bajo la iniciativa de las órdenes religiosas, se ocupó en primer lugar en atender las necesidades de la cúspide de la pirámide aludida, es decir los criollos (esto es, los hijos de los españoles nacidos en la colonia); dicha acción se extendió más tarde (a mediados del siglo XVII) a los mestizos, que eran en general producto de las uniones ilícitas de españoles con mujeres indígenas y por último a los indígenas mismos.

A inicios del siglo XVIII (siglo en el que aparece la *Arithmetica practica* del Padre Padilla) la educación en el Reino de Guatemala se había consolidado y ofrecía ya tres niveles: el primario, el secundario y el universitario³. En las escuelas primarias se enseñaba a leer, escribir, calcular y la doctrina cristiana. Calcular no significaba conocer solamente las "operaciones fundamentales" de la aritmética, sino que significaba, además, la resolución de problemas a través de la Regla de Tres y la Regla de Compañía, aplicándose estas reglas, entre otras cosas, a los problemas de repartición de ganancias entre los socios de una sociedad mercantil (regresaremos a este punto más adelante).

La educación secundaria, centrada en la enseñanza de la Gramática, Cánones y Teología, no ofrecía un espacio para la enseñanza de las matemáticas. Se concebía, entonces, que con la enseñanza dada en la escuela primaria, los alumnos podrían continuar en su casa el estudio de las aplicaciones comerciales más avanzadas, como los problemas de aligación o mezcla, las extracciones de raíces, etc. (cf. González Orellana (1970), pp. 95-96).

Este "programa de profundización" (programa no oficial) estaba destinado, como se ve, a los hijos de comerciantes, y encajaba perfectamente con un elemento que contribuyó a

³ La educación secundaria se inició en 1620 (ver González Orellana, 1970, p. 124), mientras que la Universidad de San Carlos fue fundada en 1676, por Real Cédula, iniciando sus cursos en 1681 (Mata, 1976).

moldear fuertemente la estructura social de la colonia, a saber, la preparación de los descendientes para la continuación del oficio del padre.

Ahora bien, una característica fundamental de este siglo, desde el punto de vista educativo, es un giro, a finales del mismo, hacia el estudio de las ciencias experimentales. En esa época, la educación científica tuvo un empuje gracias al auge que gozaron en Europa la biología, la física y las propias matemáticas. Así, el interés por la botánica –impulsado por la Corona de España– trajo a suelo guatemalteco una expedición con el propósito de estudiar la fauna y la flora, lo que abrió la brecha para fundar, en 1796, un jardín botánico y el Museo de Historia Natural. La física, que se estudiaba como parte del curso de filosofía, pasó a interesarse en los problemas "modernos", entre ellos el de la gravitación newtoniana. Impulsadas por la recién creada *Sociedad Económica*, las matemáticas contaron con una Escuela –de vida efímera, sin embargo– fundada a fines de 1700, pero no pudieron contar con una Cátedra en la Universidad, no siendo sino hasta en 1810 que el contra-maestre de la misma, Dr. Antonio García Redondo, impartió gratuitamente un curso que contemplaba aritmética, álgebra en ecuaciones de segundo grado, geometría, trigonometría plana y esférica y cálculo diferencial e integral (cf. Tate, 1978, pp. 258-259).

Para intentar situar el papel que desempeñaron las matemáticas en la educación de la vida colonial, es necesario, pues, tener presente, a la luz de la estructura piramidal evocada anteriormente, que el acceso real a los niveles de educación media y superior (que eran los únicos niveles que podían beneficiarse de los cambios inducidos por las ciencias experimentales) correspondía al estrato de los criollos. De esa cuenta, podemos concluir que las Matemáticas formaron parte, en la época colonial, de la educación general (a través del aprendizaje de la aritmética y sus primeras aplicaciones), siendo su orientación de tipo mercantil, satisfaciendo así las necesidades del grupo social involucrado en el comercio. El auge de las ciencias experimentales abrió el espacio suficiente para que las matemáticas encontraran una forma de desarrollo (aunque modesto) en el campo universitario, pero dado que el acceso universitario era difícil al estrato mestizo e imposible (excepción hecha de algunos cuantos casos no representativos) para el estrato indígena, el beneficio que pudo extraerse fue –en términos sociales– relativamente poco significativo.

3. Actividad Comercial durante la Colonia

La actividad comercial en la época que nos interesa estuvo moldeada por un factor muy importante: la prohibición por la Corona Española del comercio internacional a las colonias, lo que permitió a la primera reservarse el derecho de único proveedor y abastecedor de las segundas. Así, las transacciones comerciales de la Guatemala colonial se hicieron principalmente con la Nueva España y la Metrópli e incluía la exportación de artículos diversos, entre los que podemos mencionar, en el ramo de la agricultura, que representaba el renglón más fuerte, productos provenientes del cultivo del maíz, cacao, añil (que fue el sostén de la economía durante mucho tiempo), caña de azúcar, algodón tabaco y trigo. La industria de la artesanía ocupó también un lugar importante, con la exportación de imaginería, platería, pintura, cerámica y textil –hilería, telares, etc. Hubo también una fuerte actividad del lado de la ganadería, que fue introducida por los propios españoles, y que permitió la exportación de productos derivados, como cueros. De España llegaba vino, hierro, ropa, tinta, aceite de oliva, dulces, armas, objetos religiosos (Polo, 1988).

Toda esta actividad comercial encontró un centro de organización en la Ciudad de Santiago, sede de la Capitanía General de Centro América. En efecto, dicha ciudad se había constituido, para entonces, en el centro principal del comercio interior de la región. Allí concurrían los comerciantes de todos los poblados y desde allí eran encaminados grandes cargamentos hacia los puertos con destino a España y México⁴.

El panorama comercial anterior nos recuerda ciertas sociedades europeas de fines de la Edad Media y principios del Renacimiento, como las de Venecia, Florencia, Lyon, etc. en donde la emergencia y desarrollo de las matemáticas comerciales tienen raíces, como se sabe, en las nuevas necesidades provenientes de un comercio en expansión (Benoit, 1989; Franci y Toti Rigatelli, 1982). Los nuevos problemas y las nuevas modalidades comerciales de ciudades europeas como las mencionadas propiciaron la creación de nuevos **contenidos** (el de las nuevas matemáticas, a saber, las *matemáticas comerciales*). Son esas mismas necesidades las que propician igualmente el surgimiento de nuevas formas de enseñanza (en virtud de que no es posible adaptar el molde deductivo de la geometría euclídea al nuevo contenido) así como la creación de **centros de enseñanza** hasta entonces inexistentes: las escuelas de abaco (Fillooy y Rojano, 1989; Goldthwaite, 1972-73; Grendler, 1989; Radford, 2003; Van Egmond, 1976). La historia nos muestra que el desarrollo de las matemáticas comerciales se ha dado, en particular, bajo dos signos inequívocos: el entorno de una actividad comercial que les da sentido y un entorno intelectual suficientemente amplio para dar cabida a las reflexiones matemático-comerciales⁵. La Ciudad de Santiago ofrecía, además de la actividad comercial propicia para el advenimiento de una obra de ese estilo, un ambiente intelectual importante: desde 1660 se contaba con una imprenta, la Universidad –como lo apuntamos anteriormente– había iniciado sus actividades académicas en 1681 y desde 1729 circulaba el primer periódico.

A la luz del contexto histórico que hemos descrito, en la próxima sección presentamos un esbozo del contenido de la *Arithmetica practica*.

4. La *Arithmetica practica* del Padre Padilla

La *Aritmética Práctica* del Padre Padilla contiene 237 páginas numeradas (ver Figura 1). Antes del Capítulo I, se encuentran tres hojas que contienen una dedicatoria a San Gertrudes, una Conmemoración del autor a Jesús, María y José y una definición de la aritmética. La página 237 del libro, que cierra el último capítulo de la aritmética, es seguida de un índice de seis hojas y dos hojas de erratas. Las hojas del libro son de un tamaño de 16x12 cm.

Se trata de una aritmética comercial de estructura similar a la de los libros de abaco que se escribieron en Europa a fines de la Edad Media y Renacimiento. Su contenido se puede dividir en dos grandes partes: una primera parte que contiene los conceptos elementales de la aritmética y una segunda parte que muestra una serie de *métodos* más avanzados para resolver los problemas comerciales:

⁴ Solorzano (1947) brinda una descripción interesante de la actividad comercial en la Ciudad de Santiago.

⁵ Es, bajo esos signos, que aparecen dos de las matemáticas comerciales más importantes: la Aritmética de Treviso (o Libro del Abbaco), en Italia (Swetz, 1989), y las Matemáticas Comerciales de Chuquet, en Lyon, Francia (Flagg, Hay y Moss, 1987), ambas escritas a fines de 1400.



Figura 1. Foto tomada de la página inicial del ejemplar de la *Arithmetica practica* conservado en el Museo del Libro Antiguo, en Antigua Guatemala.

La división formal del libro es la siguiente:

Definición de la aritmética.

Capítulo I. De las letras o caracteres de la aritmética y modo de numerar

Capítulo II. De las cuatro reglas de la aritmética

Capítulo III. De los números quebrados

Capítulo IV. De las cuatro reglas generales con quebrados

Capítulo V. De la cuenta decimal

Capítulo VI. De las potencias y sus raíces

Capítulo VII. De las proporciones

Capítulo VIII. De las progresiones

Capítulo IX. De la Regla de Tres

Capítulo X. De las reglas de sacar

capacidades de planos y sólidos

Capítulo XI. De las reglas de combinaciones y permutaciones

Capítulo XII. De algunas cuentas sueltas y otras cosas de la Aritmética

El panorama colonial esbozado en los párrafos anteriores, nos permite ubicar esta obra del Padre Padilla como una obra para uso de las escuelas primarias⁷, a la vez que permitía a los estudiantes criollos que se dedicarían al comercio a proseguir en el estudio de los métodos aritméticos. Probablemente dichos estudiantes tomaban cursos particulares sobre esos temas; es probable también que el mismo Padre Padilla haya enseñado de esa forma y que su libro sea consecuencia de esas lecciones.

Ahora bien ¿cuáles son los negocios a los cuales la *Aritmética Práctica* pretende dar apoyo? Es fácil, a la luz del escenario mercantil pintado arriba, imaginar por lo menos cuatro tipos de problemas comerciales que debieron presentarse y que encuentran solución con los métodos aritméticos desarrollados en la *Arithmetica práctica* del Padre Padilla:

⁷ Todavía a inicios del siguiente siglo, el Obispo de Guatemala, Cayetano Francos y Monroy, la recomendaba para uso de sus escuelas (cf. Saravia, 1972).

4.1 Problemas de sociedades

El primer tipo de problema es relativo a los problemas de sociedades: cierto número de personas invierten cantidades diferentes en un negocio y se trata de determinar la forma en que las utilidades deben ser repartidas. Este tipo de problema era resuelto utilizando la *Regla de Tres de Compañía*.

4.2 Problemas de mezclas o aligaciones

El segundo tipo de problemas comerciales concierne las mezclas o aligaciones, esto es, la forma de asignar un precio a un producto a partir de los productos que la componen. En el párrafo 12 del capítulo 9, párrafo titulado: “*De la regla de tres para atar y mefclar precios y otras cosas diferentes*”, leemos: “Efta regla enfeña lo primero â facar vn precio medio; ô valor de vna mefcla: como *fi fe mefclan varias porciones de tinta añil de â diverfos precios, faber de que precio fale la mefcla.*” (p. 146).

4.3 Problemas de cálculo de cantidades

El tercer tipo de problema se refiere a la *cantidad* de ingredientes (de precios conocidos) que deben mezclarse para obtener una mezcla a un precio dado. Este tipo de problema tiene aplicaciones muy diversas: por ejemplo, mezclar vinos de diferente calidad, de manera que el precio de la mezcla resultante sea atractivo para la venta; igualmente podemos mencionar la mezcla de metales preciosos en la industria de la artesanía o el acuñado de monedas.

4.4 Problemas de rateo

El cuarto tipo de problema corresponde a lo que el Padre Padilla llama el *rateo*: cómo asignar precios a los diferentes artículos de calidades diversas que componen un lote, partiendo del precio total del lote. Este tipo de problema tiene cabida en el tipo de comercio aludido arriba entre las colonias y la Metrópoli. En efecto, los comerciantes de las colonias seguramente estaban sujetos a comprar lotes de mercadería a las embarcaciones provenientes de España; esos *lotes* (por ejemplo una caja con cartones de listones de varios colores y calidades) debían ser vendidos en el mercado local más tarde, por lo que era necesario desglosar el lote inicial en *sub-lotes* (es decir, pequeños lotes) y asignar un valor a éstos (en nuestro ejemplo, que de hecho está inspirado en un ejemplo del Padre Padilla, los sub-lotes serían cartones de listones).

Antes de entrar en el detalle de los métodos de solución, tal y como se encuentran en la *Arithmetica practica*, notemos que es a raíz del contexto socio-educativo que hemos indicado en la sección 2 que el Padre Padilla evita abordar esos problemas a través del álgebra, disciplina que, además de implicar la adquisición de conocimientos reputados más difíciles que los aritméticos (es el factor *pedagógico* de la decisión de evitar el álgebra), no tiene cabida en la formación escolar de los comerciantes (es el factor *social* de la decisión). Naturalmente, nuestro autor reconoce la superioridad del álgebra respecto a la aritmética: así, discutiendo las condiciones para que uno de los métodos aritméticos contenidos en su libro sea aplicable, dice que de no satisfacerse las condiciones mencionadas “es feñal, de que no *fe* puede *refponder* â la demanda, *fi* no por otra via, principalmente por la *Algebra*,

que es una regla univervaliffima, â cuya fuerça no fe refifte ningun genero de queftion." (p. 183; las cursivas son del original).

El capítulo IX, que es el capítulo en donde se encuentran las aplicaciones comerciales más interesantes, contiene, también, dos métodos que tradicionalmente aparecen explicados en los libros de ábaco: el método de falsa posición y de la doble falsa posición. Dichos métodos son aplicados a problemas de carácter menos comercial. Su análisis nos desviaría del corazón de las aplicaciones comerciales de la Matemática, por lo que lo llevaremos a cabo en otra oportunidad. Regresemos, entonces, a los métodos aritméticos para resolver los cuatro problemas comerciales que señalamos arriba.

5. Los Métodos Aritméticos en los Problemas Mercantiles

La Regla de Tres constituyó la piedra angular de los métodos de solución de las aritméticas comerciales de la Edad Media y del Renacimiento. En la *Aritmética de Treviso*, ésta es considerada como de la mayor importancia en el arte del cálculo (Swetz, 1989, p. 101).

Las primeras aplicaciones de esta regla en las matemáticas comerciales conciernen, como se sabe, el cálculo del precio de cierta cantidad de un artículo, sabiendo el precio unitario o el precio de cierta fracción del mismo. La regla de tres permite igualmente resolver problemas de cambio de monedas⁹.

El capítulo IX de la *Aritmética Práctica* desarrolla al inicio dicha regla. La definición que encontramos es la siguiente:

LA REGLA DE TRES SE COMPONE DE tres numeros conofcidos, por lo quales *fe faca* otro quarto, que *fe ignora*, y por *effo fe llama Regla de tres*, y por *fu* mucha vtalidad la llaman *Regla aurea*: es la Algebra menor, pues por ella *fe defatan* todas las dificultades, que no *fon refervadas â* la Algebra mayor. (p. 126, las cursivas son del original)

La regla de tres aparece, pues, como era usanza, en un contexto de resolución de problema, siendo el tipo de problema abordable por dicha regla aclarado a través de varios ejemplos:

[D]effeo *faber* quãto valdran 20 varas de paño: para *efto* pregunto primero, quanto vale vna vara de dicho paño, y me *refponden*, que 4 pefos, y medio, ya con *efto* podré componer la regla de tres, y pondré por primer termino la 1 vara, que es la demanda, por *fegundo* los 4 pefos, y medio, que es la *refpuefta* conofcida, y por tercero las 20 varas de la otra demanda, y diré: *fi* 1 vara de paño vale 4 pefos, y quatro reales: 20 varas, quanto valdrán? La *refpuefta* faldrá en el quarto termino. (p. 127)

La forma de calcular el cuarto término aparece en un marco descontextualizado, puramente numérico:

El modo de *facar* el quarto termino de la *refpuefta*, que *fe deffea*, es multiplicar vno de los tres terminos de la regla por vno de los otros, y el producto partirlo por el que queda, y el quociente *ferá* el quarto numero. (p. 128)

⁹ Es, precisamente, en el contexto de cambio de moneda que aparece primero la regla de Tres en la *Arithmétique Commerciale* de Chuquet (Flagg, Hay y Moss, 1987).

No vamos a entrar en el detalle del desarrollo de la Regla de Tres que hace el Padre Padilla, dado que estamos más bien interesados en el uso que hace de la misma para resolver problemas comerciales. Sin embargo, con el fin de dar una idea de la presentación de dicha regla en la obra, señalemos que el autor distingue, dependiendo de los términos que se multipliquen y dividan, una Regla de Tres Proporcional (o directa), una Regla de Tres Eversa (o Inversa) o una regla de tres con "términos desordenados."

Ejemplo de regla de tres proporcional:

Si 125 *paffos* geometricos comunes dan 1 quadra: 2000 *paffos*, que anduvo San Dyonifio con *fu* cabeça en las manos, quantas quadras daran? Multiplicafe 1 por 2000, y producen 2000, \bar{q} partidos por 125 dan 16 quadras, y quedaran los quatro términos de esta manera. (p. 130)

El desarrollo didáctico escogido para la regla de tres, permite al Padre Padilla colocar la Regla de Tres Eversa (o Inversa) como un problema de misma estructura numérica que la Regla de Tres Proporcional (i.e. multiplicación de dos números y división por el tercero). Evidentemente que con dicha distinción, el alumno no dispone de un criterio que le permita distinguir, a esas alturas, si la resolución de un problema puede ser llevado a través de una regla de tres o de una regla de tres inversa. Un esfuerzo didáctico que hace el Padre Padilla por aclarar esta situación es el siguiente:

Ejemplo de regla de tres eversa:

Siempre que las demandas de la regla de tres miran a alguna otra cosa única, y diversa de los tres terminos de la regla: como alguna accion, o alguna capacidad de plano, o folido, u otra cosa, que esté fuera de los terminos: es regla de tres eversa, y se defata por el segundo modo, multiplicando el primero por el segundo numero, y el producto se parte por el tercero [...] (p. 130)

El ejemplo que se presenta en el libro es el siguiente:

Si en un cuadrado de cierto numero de foldados, 20 por costado dan 40 por frente, echandole 25 por costado, quantos se le daran por frente. Ya se vé como aquí la demanda mira a una capacidad plana de cierto numero de foldados, que está fuera de los tres terminos de la regla: por lo qual, multiplique el primer termino 20 por el segundo 40, y el producto 800 (\bar{q} es el numero de foldados) se parte por 25, y salen al quarto numero 32 por frente, y quedaran los quatro terminos de esta manera. Si 20 dan 40: 25 daran 32. (p. 131)

Para terminar con la Regla de Tres, indiquemos que el desarrollo de los primeros 10 párrafos del capítulo 9, es de resolver problemas comerciales, diferenciándose los párrafos por el tipo de números que intervienen en el problema (decimales, quebrados, compuestos, etc.).

5.1 Los problemas de sociedad: la regla de tres de compañía

Los problemas de sociedades se resolvían, como lo apuntamos en la sección 2, a través de la regla de tres de compañía, la cual se refiere a un método de resolución en el que dos o más reglas de tres se utilizan en un mismo problema para resolverlo, siendo los términos de las reglas "dependientes", como en el siguiente ejemplo:

Si tres mercaderes juntaron *fuf* caudales para vn empleo, y ganaron 900 pefos: vno que pufo 200 quanto ganaria? Otro que pufo 300, que ganaria? Y quanto el otro que pufo 500? Aqui hai tres reglas, que cada vna *fe* puede *feparar*, por que en el tercer termino hai tres numeros, que cada qual es termino principal, y no como circunftancia: y folo *fe* llaman las tres reglas, de compañía por que el primero, y fegundo termino es comun â todas tres: y *affi* dirá la primera regla: *fi* 1000 pefos de empleo dan 900 de ganancia: 200, que pufo el primero, que daran. La 2 dirá: Si 1000 pefos dan 900: 300, que pufo el fegundo, que daran? Y la 3 dirá: si 1000 pefos dan 300: 500, \bar{q} pufo el tercero, que daran? (p. 143-144)

Este tipo de problema fue, de hecho, muy popular en las aritméticas comerciales (ver, por ejemplo, Arrighi, 1964; Flagg, Hay y Moss, 1987; Franci y Toti Rigatelli, 1989; Swetz, 1989). El siguiente ejemplo, que es una variante del anterior, incorpora un nuevo elemento: además de considerarse el monto de la inversión personal, se considera también el tiempo que se invierte:

Exemplo 2. Con numeros compueftos â demas de la compañía. Tres mercaderes juntaron *fu* caudal, y lo dieron â *vfura*: el primero dio 1500 pefos por 6 *mefes*: el segūdo 2000 por 10 *mefes*: y el tercero 2500 por 16 *mefes* y el logro de todo fueron 1035 pefos. Preguntafe quanto le cabe â cada vno de logro? Multipliquenfe primero las cantidades cada vna por *fu* tiempo, por *fer* cosas diverfas en *efpecie*, y la *fuma* de los productos *ferá* el primer termino: el logro *ferá* el fegundo: y cada producto de por *fi* *ferá* tercero termino, y *fe* dirá: Si 69000 dan 1035: 9000 del primero: 20000 del fegundo: y 40000 del tercero, que daran? Hecha la cuenta (ô partiendo primero, y defpués multiplicar; ô al contrario) *falen* 135 del primero: 300 del fegundo: y 600 del tercero. (pp. 145-146)

5.2 Los problemas de mezclas

Al referirnos al segundo tipo de problemas en el párrafo 4, dijimos que los comerciantes estaban confrontados con ciertos tipos de problemas de mezclas. La regla que da el Padre Padilla para resolver esos problemas es la siguiente:

Efta regla *enfeña* lo primero â *facar* vn precio medio; ô valor de una *mefcla*: como *fi* *fe* *mefclan* varias porciones de tinta añil de â diverfos precios, *faber* de que precio *fale* la *mefcla*. Lo fegundo *enfeña* (al contrario) â *faber* que porciones de â diverfo precio, ô valor *fe* han de *mefclar* para \bar{q} la *mefcla* *falga* al precio, que *fe* quiere: como *fi* hai dos calidades de tinta vna de â tres reales libra, y otra de â 6, para *facar* vna *mefcla* â 5, *faber* que tanto *fe* ha de *mefclar* de cada vna. (p. 146)

La resolución de estos tipos de problemas es expresada así:

Para lo primero, *folo fe* multiplica cada porcion que *fe mefcló* por su precio, y la *fuma* de los productos *fe parte* por la *fuma* de las porciones *folas*, y el quociente *ferá* el precio, ó valor de toda la *mefcla*. (p. 147)

Sigue un ejemplo:

Mefclaronse 20 onças de oro de â 22 quilates con 26 onças de 20 quilates, y 34 de â 16 quilates. *Preguntafe* de â quantos quilates *faldrá* la *mefcla*? Multiplique*fe* cada porcion de oro por *fus* quilates, y la *fuma* de los productos 1504 *partafe* por 80 *fuma* de las onças y *fale* la *mefcla* de 18 quilates, y 4/5 abos. (p. 147)

El Padre Padilla ofrece enseguida otro ejemplo:

Compraronfe vnos libros, 5 tomos â 4 *pefos* y 4 reales: 6 tomos â 5 *pefos*: 8 tomos â 6 *pefos*, 4 â 3 y otros 5 â 20 reales. *Preguntafe* â que precio *faldran* vnos con otros. Multipliquen*fe* los tomos de cada juego por *fu* precio, y la *fuma* de los productos 125 *partafe* por 25 *fuma* de los libros, y *fale* cada vno â 5 *pefos*. (p. 147)

El lector moderno reconoce en ese procedimiento el cálculo de una *media ponderada*.

La regla para resolver el segundo tipo de problemas es más difícil de enunciar:

Quando *fe ignora* la *fuma* de la *mefcla*, *fe facará* por *fus* precios conofcidos; como *fi ignoro* quantos *fon* los libros; pero *fe*, que si los vendia â tanto perdia tanto: y que *fi* los vendia â tanto mas, ganaba tanto: ô ni perdia, ni ganaba: entonces *partafe* la *fuma* de los *exceffos* (como de la ganancia, y perdida) por la diferencia de los dos precios, y *faldrá* al quociente la *fuma* de lo que *fe mefcló*. Y *facada* la *fuma* *fe facará* facilmente *fu* precio medio. Multiplique*fe* la *fuma* por vno de los dos precios, y al producto añada*fe* el *exceffo* de aquel precio *fi* fue de menos; ô quite*fe*, *fi* fue de mas, y quedará el precio de toda la *mefcla*: y partido *efte* por la *fuma*, *faldrá* el precio medio. (p. 147)

Sigue un ejemplo:

Si vendo la vara de encaje â real, y medio, pierdo 6 reales; y *fi* la vendo â 3 reales gano 12. *Preguntafe* quantas varas *ferán eftas*, y â \bar{q} precio vnas con otras? Partan*fe* 18 (*fuma* de perdida, y ganancia) por 1 ½ (diferencia de precios) y *falen* 12 varas. Multipliquen*fe* 12; ô por el primer precio de 1 ½ y añadan*fe* 6 de perdida; ô por el *fegundo* precio de 3, y quiten*fe* 12 de ganancia, y de qualquiera manera *falen* 24 de todo el precio: y partidos 24 por 12 *fale* la vara â 2 reales. (p. 148).

Este problema raramente correspondería a una situación de la vida real; se trata, sin duda, de una situación más compleja que la anterior, y su interés sería más bien de tipo intelectual, a la vez que permitiría mostrar a los alumnos la fineza de los métodos aritméticos.

En términos modernos, llamemos q a la cantidad de encaje y p el precio de compra. La primera condición se traduce por:

$$(1 \frac{1}{2})q = qp - 6$$

La segunda condición se expresa por:

$$3q = qp + 12$$

Restando las dos ecuaciones, se obtiene:

$$(3 - 1 \frac{1}{2})q = 12 + 6$$

Es decir:

$$(1 \frac{1}{2})q = 18$$

Por tanto, como en el texto:

$$q = 18 / (1 \frac{1}{2})$$

Es decir, $q = 12$.

Siguiendo el texto, en la primera ecuación obtenemos:

$$(1 \frac{1}{2})12 + 6 = qp$$

es decir $24 = qp$

o bien, de la segunda ecuación obtenemos:

$$3(12) - 12 = qp$$

es decir $24 = qp$

Como $q = 12$, entonces, "partidos 24 por 12", $p = 2$.

5.3 La cantidad de ingredientes para obtener una mezcla dada

Veamos ahora cómo el Padre Padilla aborda el tercer tipo de problema mencionado en el párrafo 4, es decir el problema de saber que porciones de diversos precios se han de mezclar para que la mezcla salga al precio que se quiere.

El Padre Padilla observa primero que el precio final de la mezcla debe escogerse entre el precio mayor y el menor de los precios de los ingredientes de la mezcla. El razonamiento está basado en un tipo de razonamiento proporcional, el cual se efectúa sobre las diferencias entre el precio de la mezcla final y el de sus ingredientes. Los números son colocados alrededor de una cruz, lo que permite una organización cómoda y fácil de los datos, con vistas a aplicar varias reglas de tres.

Elegido el precio medio entre el menor, y mayor de todos los diversos, que se han de mezclar, se hará la diferencia, que ha del medio elegido a cada uno de los otros: y estas diferencias en derecho de los precios; pero cada una en derecho del precio opuesto: esto es que las diferencias, que se hacen del precio medio a los inferiores, se pongan con los superiores; y las que se hacen del medio a los superiores, se pongan con los inferiores. Y quando los superiores son mas, que los inferiores, se repite el mas inferior; y si al contrario los inferiores son mas, que los superiores, se repite el mas superior. (pp. 148-149)

El Padre Padilla presenta los siguientes ejemplos:

Como si se han de mezclar dos porciones una del precio de 2, y otra de 7, y se quiere que la mezcla salga a 5: se hace la diferencia de 5 a 2, y pongase en derecho del precio 7: y la diferencia de 5 a 7 pongase con el precio 2. (p. 149)

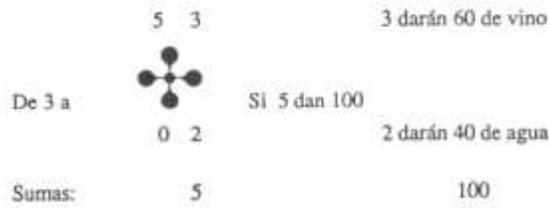
Los datos son organizados en torno a la cruz mostrada en la Figura 2:



Figura 2. A la izquierda, la distribución en cruz de los números del problema. A la derecha, edición moderna en la que los números han sido reeditados.

En seguida, otros ejemplos con un tres y cuatro ingredientes a mezclar son presentados. Una vez la organización de los datos explicada, organización que tiene también como fin evitar calcular con números negativos, el Padre Padilla indica que se forma una regla de tres de compañía, en donde el primer término es la suma de las diferencias que se sacaron, el segundo término es la cantidad que se quiere de mezcla y tercer término cada diferencia. El cuarto número es la cantidad que se ha de mezclar de cada precio. Luego, pasa a mostrar cómo se resuelven esos problemas, empezando con el siguiente ejemplo:

Compró vno vna porcion de vino tan caro, que le falio el quartillo â 5 relaes: y para poder vender â 3 reales, 100 quartillos, lo quiere mefclar con agua. Preguntafe quantos quartillos ha de echar de vino, y quantos de agua, para que el precio medio falga á 3 reales. Saquefe la diferencia de 3 á 5, y de 3 á 0, y pongafe cada vno con el precio contrario, y fumadas fon 5, que ferá el primer termino de la regla: el fegundo 100, el tercero 3, y 2 de por fi. Y para facar cada quarto numero ferá mejor partir primero 100 por 5, y de fpués multiplicar 20 por 3, y 20 por 2, y falen 60 quartillos de vino; y 40 de agua. (p. 150)



He aquí otro ejemplo del método anterior:

Tiene vno tres calidades de tinta añil. vna de â 2 reales, otra de á 4, y otra de a 7: y quiere mefclar 10 quintales de modo, que le falga la mefcla de a 5 reales la libra. Saquenfe primero las diferencias con el orden que fe ha dicho, y la fuma 8 ferá el primer termino: el fegundo 1000 lib. de diez quintales: y el tercero 2, 2, y 4 (por 1, y 3 de á 7) Y para facar cada quarto numero con mas brevedad, partanfe primero 1000 por 8, y el quociente 125 multipliquefe por cada tercer termino. Y diremos, que fe han de mefclar 250 libras de á 2 reales: 250 de a 4: y 500 de a 7, y quedarán 1000 libras de a 5. (pp. 150-151)

La solución es acompañada de un diagrama come el siguiente:

	2	2	2 darán 250
	4	2	2 darán 250
De 5 a			Si 8 dan 1000
	7	1	4 darán 500
	7	3	
Sumas:	8		1000

Veamos el problema anterior en términos más generales. Sean p_1 , p_2 y p_3 los precios de las diferentes tintas de añil y sea Q la cantidad final de mezcla que se quiere obtener. Sean q_1 , q_2 , y q_3 las cantidades a mezclar, de modo que $Q = q_1 + q_2 + q_3$.

Sea p el precio que se desea obtener. Vamos a suponer, como en el texto, que:

$$p_1 < p_2 < p < p_3.$$

Tendremos:

	p_1	$p_3 - p$	$p_3 - p$ darán ...
	p_2	$p_3 - p$	$p_3 - p$ darán ...
De p a			Si S dan Q
	p_3	$p - p_2$	$(p - p_1) + (p - p_2)$ darán ...
	p_3	$p - p_1$	
Sumas:	$S = 2p_3 - (p_1 + p_2)$		

Como se quiere una mezcla final de precio p , entonces:

$$(p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3) / (q_1 + q_2 + q_3) = p$$

Por otro lado, tenemos:

$$Q = q_1 + q_2 + q_3$$

Se trata, pues, de un sistema indeterminado de dos ecuaciones con tres incógnitas.

La primera ecuación se transforma en:

$$(p - p_1)q_1 + (p - p_2)q_2 = (p_3 - p)q_3$$

Al ubicar dos veces p_3 abajo de la cruz, el Padre Padilla está escogiendo $q_1 = q_2$. Por lo tanto, obtenemos la siguiente ecuación, que llamaremos [A]:

$$[(p - p_1) + (p - p_2)]q_1 = (p_3 - p)q_3 \quad [A]$$

Es decir:

$$[2p - (p_1 + p_2)]q_1 = (p_3 - p)q_3$$

que también puede escribirse como:

$$[2p_3 - (p_1 + p_2) + 2(p - p_3)]q_1 = (p_3 - p)q_3$$

que es lo mismo que:

$$[2p_3 - (p_1 + p_2)]q_1 + [2(p - p_3)]q_1 = (p_3 - p)q_3$$

Padre Padilla en su libro a través de un ejemplo con números:

En la organización de los datos, se colocan, pues, en la parte superior de la cruz, los precios de los ingredientes que son mayores al precio que se quiere que resulte la mezcla: estos precios son los que el Padre Padilla llama *superiores*, siendo los *inferiores* los que van en la parte inferior de la cruz, y afirma en seguida: “[Q]uando los *fuperiores fon mas*, que los inferiores, *fe repite el mas inferior*; y *fi* al contrario los inferiores *fon mas*, que los *fuperiores*, *fe repite el mas superior*.” (p. 149).

La generalización del método es indicada explícitamente: “Y con *efte modo fe pondran 5, 6, ô mas diferencias que huviere del precio medio â los otros*” (pp. 149-150), refiriéndose a la segunda columna numérica de la cruz.

El método indicado permite, como se ve, encontrar una solución a problemas que conllevan a lo que hoy llamamos sistemas lineales indeterminados (excepto en el caso de dos ingredientes a mezclar, en donde se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas). Es interesante observar que este método difiere rotundamente del método de *apposition and remotion* de Chuquet (Flagg, Hay y Moss, 1987), el cual permite encontrar una solución de sistemas lineales de coeficientes enteros con dos ecuaciones y tres incógnitas, a partir de la división euclideana de números.

5.4

El rateo

Hasta aquí, además de los problemas de sociedad o de división de ganancias, dos son los tipos de problemas a los cuales el autor ha dado respuesta: cómo determinar el precio de una mezcla, a partir de los precios de los ingredientes –procedimiento que consiste en calcular lo que hoy llamamos la *media ponderada*– y la determinación de las cantidades de ciertos productos con precios conocidos que deben mezclarse para obtener una mezcla a un precio dado. Ahora el Padre Padilla se ocupa del problema inverso (o “contrario”, como él lo llama) de este último: cómo asignar precios a los ingredientes de una mezcla “separable”, partiendo del precio medio que tenía la mezcla:

Como *fi vno hubieffe comprado 60 libros mefclados grandes, y pequeños a 8 reales vnos con otros, y quifiera defpues venderlos â diverso precio facando el mifmo cofto, ô efte con alguna ganancia.* (p. 151).

En realidad, este tipo de problema –al igual que el último visto arriba– es un problema que admite más de una solución. La forma en que el Padre Padilla determina *una* solución es la siguiente:

[C]ompró vno 8 varas de paño rozado, y 4 de negro por 60 pefos: *fale* el precio medio a 5 cada vara: *rateefe*, lo que puede valer *fobre efte* precio la vara del rozado, y *fupongamos á 6*: multipliquenfe 6 por 8, y *fon* 48, que valen las 8 varas del rozado, y 12 que faltan para 60 valdran las 4 del negro, y *faldrá* la vara a 3 pefos. (p. 152).

El siguiente ejemplo considera más de dos objetos en la “mezcla” y ofrece una solución asignando precios en progresión aritmética:

Compró vno 18 cartones de encaxes, y le *falio* la vara a 4 reales, vnos con otros. Para *affignarle* precio conveniente á cada porcion, *dividanfe* los 18 cartones en 3, 5 ó mas porciones, y *fupongamos* en 9. *Veafe* en la porcion de enmedio, que ganancia puede tener, y *fupongamos*, que a reales: *añadafe* al precio medio *efta* ganancia y *fera* 6 reales. luego *rateefe* el precio de la primera porcion, *fupongamos* á vn real: *reftefe* 1 de 6, y quedan 5: *doblenfe* 5, y *partanfe* 10 por 8 (numero de las porciones menos vna) y *fale* 1 ½, y *efte fera* el *exceffo*, que *fe* ha de ir añadiendo de precio *fobre* 1 de la primera porcion, y quedaran los precios de todas en *efta* *progreffion* arikmetica:

1. 2 ¼ . 3 ½ . 4 ¾ . 6. 7 ¼ . 8 ½ . 9 ¾ . 11. (pp. 152-153).

Para comprender el procedimiento en toda su generalidad, observemos que cada término de una sucesión aritmética se obtiene añadiendo una cantidad constante, llamada *diferencia* al anterior. Así, si suponemos, como en el texto, un número impar de términos, tendremos:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots, a_{2n-1}$$

El término de enmedio es el término a_n , que es igual a: $a_1 + (n-1)d$.

En el método que el Padre Padilla nos ofrece, la ganancia que se desea obtener de *toda* la venta se añade al precio de costo promedio, dando por resultado el precio de venta del artículo a_n . Sea p ese precio. Tenemos, pues, $p = a_1 + (n-1)d$.

Cuando el Padre Padilla hace la sustracción entre el precio de venta p y el precio de venta a_1 del primer artículo, lo que está calculando es: $a_1 + (n-1)d - a_1$, es decir, $(n-1)d$.

Luego, esta cantidad es multiplicada por 2, con lo que obtiene: $2(n-1)d$. Ahora bien, como el número de artículos es $2n-1$, cuando restamos una unidad a esa cantidad, obtenemos: $2n-2$, que es lo mismo que $2(n-1)$. Así, al dividir la cantidad anterior, es decir $2(n-1)d$, por esta última, nuestro autor obtiene d , es decir la *diferencia* de la sucesión aritmética. A partir de allí, los diferentes precios se obtienen añadiendo esa cantidad d al anterior: el primero es a_1 , entonces el segundo es a_1+d , el tercero es $a_1+d + d$, es decir a_1+2d , etc.

6. "SIN MAESTRO Y CON POCOS LIBROS"

En la introducción decíamos que el historiador Juarros hace referencia al Padre Padilla como un autodidácta que se habría formado "con pocos libros". En la p. 233, nuestro autor hace una breve mención de Moya. Se trata probablemente del matemático español Juan Pérez de Moya, quien en su *Tratado de Mathematica en que se contienen cosas de Arithmetica, Cosmografia, y Philosophia natural*, publicado en 1573, aborda problemas de mezcla utilizando una distribución espacial de los números similar a la que encontramos en la *Arithmetica Practica*. En la *Arithmetica demonstrada theorico-practica*, de J. B. Corachan, publicada en 1699, en Valencia, aparece una cruz similar a la que usa el Padre Padilla. Corachan dice apoyarse en la obra de Zaragoza⁶, con lo que parece razonable suponer que el Padre Padilla tuvo acceso al *Tratado de Mathematica* de Pérez de Moya y quizás también a la obra de Joseph de Zaragoza, *Arithmetica universal que comprehende el arte menor y maior, algebra vulgar, y especiosa*, publicada en 1669.

⁶ Dr. Bernardo Gómez, Universidad de Valencia; comunicación personal, 5 de Marzo de 1998.

7. SÍNTESIS

La Matemática formó parte de la educación que se impartía en las escuelas de la colonia, en el Reino de Guatemala. Esta disciplina tuvo una presencia a través de la Aritmética, siendo su orientación de tipo comercial, de acuerdo a las necesidades de la clase en control de la naciente economía formal. La *Arithmetica practica* del Padre Padilla, que emerge en un ambiente intelectual y comercial con características muy propias, permite una lectura a dos niveles educativos muy diferentes: primero, a un nivel elemental, con un contenido que busca alcanzar la enseñanza de los primeros conceptos (conteo, operaciones, etc.) y, segundo, a un nivel "avanzado", que corresponde a un sistema no oficial de educación, destinado a los hijos de comerciantes.

La estructuración del contenido y la presentación de los métodos de resolución de problemas comerciales vistos en este trabajo –como los ejemplos buscados y la astuciosa disposición en cruz de los datos, lo que permite una aplicación fácil y rápida de los métodos, sin tener que recurrir al álgebra– dan muestra de un gran talento didáctico, y hacen destacar al Padre Padilla –junto con el Fr. Jacinto Garrido, cuya obra sin embargo permanece desconocida– como el primer matemático del mundo científico colonial centroamericano.

Es difícil determinar, en el estado actual de nuestras investigaciones, la influencia que tuvo esta obra en las obras publicadas posteriormente. Por su propia naturaleza, la obra no se proponía alcanzar el público universitario. Por otro lado, las reflexiones matemáticas en el seno de la Universidad se volcaron, como lo anotamos anteriormente, hacia el álgebra, la trigonometría, la geometría y el cálculo infinitesimal, materias que encontraban más audiencia en un público interesado en las discusiones de la mecánica newtoniana, de acuerdo a la corriente intelectual Ilustracionista de la época. A esto habría que añadir que la independencia del Reino de Guatemala con la Corona Española, en 1821, introdujo con el tiempo cambios en las formas de comercio. En el nivel educativo, nuevos modelos más acordes con la ideología independentista fueron implementados, y en ellos la aritmética fue perdiendo su anterior orientación comercial.

Reconocimientos

La consulta de la única obra existente de la Aritmética Práctica del Padre Padilla fue posible gracias a la colaboración del Instituto de Antropología e Historia de Guatemala, del Museo del Libro Antiguo y de la Facultad de Humanidades de la Universidad de San Carlos de Guatemala. Dicha colaboración debía llevar, a principios de los años 1990, a una impresión facsímil de dicha obra, pero dificultades administrativas y la escasez de recursos financieros hicieron finalmente el proyecto imposible. En el curso del estudio aquí presentado de la *Arithmetica practica* contraí una deuda muy especial con el Profesor Carlos Cardona, de la Universidad de San Carlos, quien tuvo a bien procurarme fuentes bibliográficas, que, a partir de 1991, la distancia me hizo inaccesibles. Este artículo es dedicado al pedagogo y humanista guatemalteco Carlos González Orellana, a quien tuve la suerte de conocer a fines de los años 1980.

Referencias Bibliograficas

- Arrighi, G. (Ed.). (1964). *Paolo Dell'Abaco: Trattato d'Aritmetica*. Pisa: Domus Galileana.
- Benoit, P. (1989). Calcul, algèbre et marchandise. En *Eléments d'histoire des sciences*, bajo la dirección de Michel Serres. Bordas, Cultures: France.
- Filloy, E., y Rojano, T. (1989). Solving Equations: the Transition from Arithmetic to Algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19-25.
- Flagg, G., Hay, C. y Moss, B. (Eds.) (1987). *Nicolas Chuquet, Renaissance Mathematician*. Dordrecht: D. Reidel.
- Franci, R., & Toti Rigatelli, L. (1982). *Introduzione all'aritmética mercantile del Medioevo e del Rinascimento*. Siena: Quattro Venti.
- Franci, R., & Toti Rigatelli, L. (1989). La matematica nella tradizione dell'abaco nel XIV e XV secolo. *Storia sociale e culturale d'Italia, vol. V da Storia delle Scienze*, 68-94.
- Fuentes y Guzman, F. (1932). *Recordación Florida, discurso historial y demostración natural, material, militar y política del Reyno de Guatemala*. Biblioteca Goathemala: Guatemala.
- Gavarrete, J. (1980). *Anales para la historia de Guatemala: 1497-1811*. Guatemala: Editorial José de Pineda Ibarra.
- Goldthwaite, R. A. (1972-73). Schools and teachers of commercial arithmetic in Renaissance Florence. *Journal of European Economic History*, 1, 418-433.
- González Orellana, C. (1970). *Historia de la Educación en Guatemala*. Guatemala: Editorial José de Pineda Ibarra. Reimpresión Imprenta Universitaria. Universidad de San Carlos (Cuarta edición revisada y aumentada, 1987).
- Grendler, P. F. (1989). *Schooling in Renaissance Italy*. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press.
- Juarros, D. (1808). *Compendio de la Historia del Reino de Guatemala*. Imprenta de Ignacio Jacobo de Beteta: Guatemala.
- Mata, J. (1976) *Fundación de la Universidad en Guatemala*. Editorial Universitaria. Universidad de San Carlos. Guatemala.
- Polo, F. (1988). *Historia de Guatemala*. Editorial Everest: Guatemala.
- Radford, L. (2003). On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice during the Renaissance. *Educational Studies in Mathematics*, 52(2), 123-150.
- Saravia, R. (1972). *La enseñanza Primaria en Guatemala durante la época colonial*. Facultad de Humanidades. Universidad de San Carlos de Guatemala (Tesis de grado).
- Solórzano, F. (1947). *Historia de la evolución económica en Guatemala*. México: Universidad Autónoma de México.
- Swetz, F. J. (1989). *Capitalism and Arithmetic*. La Salle, Illinois: Open Court.
- Van Egmond, W. (1976). *The Commercial Revolution and the Beginnings of Western Mathematics in Renaissance Florence, 1300-1500*. Unpublished Ph. D. Dissertation, Indiana University Press.
- Tate, J. (1978). *La ilustración en la Universidad de San Carlos*. Editorial Universitaria. Universidad de San Carlos. Guatemala.

Luis Radford
École des sciences de l'éducation
Université Laurentienne
Sudbury, Ontario
Canada, P3E 2C6

<http://www.laurentian.ca/educ/lradford/>