

1. Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação

Luis Radford

Introdução

OS ÚLTIMOS anos do século XX testemunharam um debate cada vez mais intenso na pesquisa da educação matemática que culminou no que Sfard (1999) chamou sugestivamente de “as guerras de paradigmas”. Em sua essência havia uma crítica crescente à pouca atenção que a teoria construtivista prestava à cultura e à história na aprendizagem dos estudantes. Muitas das críticas vieram do campo Vygotskiano. Em meados da primeira década do novo século, a teoria da objetivação (TO) surgiu lentamente com a intenção de oferecer uma abordagem histórico-cultural não individualista do ensino e da aprendizagem (RADFORD, 2007). Embora o foco inicial fosse a educação matemática, ela foi recentemente tem se estendido a outros campos (ver, por exemplo, Gobara e Radford, 2020). A TO se inspira na filosofia dialética neohegeliana (ILYENKOV, 1977), na escola de pensamento de Vygotsky e no conceito de educação de Freire (2016).

O objetivo deste artigo é apresentar alguns dos princípios teóricos básicos da TO e dar uma ideia dos fenômenos educacionais com os quais ela lida. Como veremos, estes fenômenos educacionais estão integrados em uma visão ampla sobre a natureza do mundo, a compreensão do que é ser humano e a concepção de educação.

A concepção da educação na TO

Em grande medida, as concepções contemporâneas de educação matemática estão inscritas em projetos educacionais centrados tanto na busca de mecanismos eficientes que garantam a transmissão de um conteúdo disciplinar, quanto na compreensão dos modos idiossincráticos através dos quais os estudantes constroem seu próprio saber¹. O projeto educacional na TO não vai nessa direção; ele se afasta da ideia que reduz o ensino e a aprendizagem à transferência e aquisição de técnicas e conceitos matemáticos. Também se afasta da ideia de que a educação consiste na autorrealização do sujeito que aprende e no desenvolvimento de seu próprio potencial cognitivo. A TO se posiciona em um projeto educacional diferente: aquele que considera a educação como um evento ético e estético inevitavelmente imerso em um espaço político.

A estética da educação refere-se ao fato de que a educação é uma transformação contínua dos indivíduos através de uma experiência que é ao mesmo tempo social e individual; uma experiência que, enraizada nas condições históricas e culturais, sempre abre possibilidades para o novo, o desconhecido.

A ética da educação refere-se ao fato de que a transformação histórico-cultural do indivíduo é sempre baseada em nossa *relação* com o Outro e na ideia de que esta relação não é um mero ato contingente de conveniência, mas faz parte de nosso substrato como seres humanos. O espaço político refere-se ao que Freire (2016, p. 38) chamou de *politicidade* da educação; isto é, “a qualidade que a educação nunca foi e nunca será [politicamente] neutra” (tradução livre). É neste contexto que a TO coloca o objetivo da educação matemática como um esforço político, social, histórico e cultural voltado para a criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionem criticamente em práticas matemáticas histórica e culturalmente constituídas, e que ponderem novas possibilidades de ação e pensamento.

¹Para uma pesquisa interessante sobre a evolução da pesquisa em educação matemática, ver Coray et. al (2003).

Com este posicionamento teórico, fica claro que a sala de aula da escola adquire um lugar preponderante na gama de fenômenos educativos centrais investigados na TO. Entretanto, a sala de aula e as aprendizagens que ali ocorrem são colocados em correspondência com os movimentos sociais, econômicos e políticos que dão forma e conteúdo à escola (RADFORD, 2018a). A partir de um estudo crítico deste contexto cultural e histórico, a TO levanta a questão da escola como um local de transformação social.

Um corolário importante que resulta desta postura político-educativa é que, no estudo da aprendizagem, a atenção não se limita apenas ao saber matemático, mas engloba um processo de reimaginação do saber, bem como se volta com novo olhar para o estudante e o professor, os quais já não são mais entendidos como entidades psicológicas ou epistemológicas, mas como sujeitos culturais, concretos, em um perpétuo processo de *devenir*. Esta perspectiva torna possível oferecer uma nova teoria de aprendizagem que faz com que a TO diferente de outras teorias da educação matemática: a aprendizagem é teorizada como um processo que tem a ver tanto com os *saberes culturais* quanto com o *devenir* dos indivíduos.

A fim de entender melhor este último ponto, na seção seguinte eu me concentro na concepção antropológica que sustenta a TO. Como veremos, esta concepção do humano leva a um conceito específico da *atividade* humana que é a chave para entender o conceito de aprendizagem que a TO oferece.

A concepção antropológica do humano

Em sua *Ética*, o filósofo holandês do século XVII, Benedito de Spinoza (2010), argumentou que os indivíduos não são uma parte separada da natureza; não são um império dentro de um império. Os indivíduos são parte da natureza: eles são *seres naturais*. Marx (1988) retomou a ideia de Spinoza e a levou adiante, observando que, como outros seres vivos naturais, os seres humanos são *seres de necessidade*. Além disso, a satisfação de suas necessidades básicas (fome, vestuário etc.) é encontrada em objetos *externos* a eles. A satisfação das necessidades é possível porque os seres humanos,

como outros seres vivos naturais, são dotados de impulsos vitais. Como a planta que se dirige vitalmente para o sol para alcançar sua luz, os seres humanos são dotados “de forças naturais de *vida* [...] Estas forças existem em [eles] como tendências e capacidades, como *impulsos*” (MARX, 1988, p. 154; ênfase no original). A sensibilidade natural das necessidades e os “poderes (powers) naturais da vida” ou “impulsos” para satisfazer as necessidades não são simplesmente parte da composição pragmática das espécies vivas.

Nesta perspectiva antropológica, as necessidades e os “impulsos” para satisfazê-las assumem um significado ontológico. Ou seja, eles fazem parte do que é um ser natural vivo. Isto é tão verdadeiro para os humanos quanto para os coelhos e crocodilos, por exemplo. No entanto, no caso da espécie humana, estes impulsos que levam os seres humanos a perseverar na existência dão origem a uma gama de paixões e emoções que lhes são próprias: estas paixões e emoções são afirmações ontológicas de nossa natureza humana.

Agora, a fim de satisfazer suas necessidades, os seres humanos se envolvem ativamente no mundo; eles *produzem*. O que eles produzem para satisfazer suas necessidades – de sobrevivência, e necessidades artísticas, espirituais e outras criadas pela/na sociedade – ocorre em um processo social. Este processo de satisfação de necessidades é, ao mesmo tempo, a inscrição de indivíduos no mundo social e a produção de sua própria existência. Este processo tem um nome específico no materialismo dialético: *atividade* sensível, material, social, cultural, histórica.

Uma consequência importante desta postura antropológica é que o indivíduo não pode ser concebido como uma entidade substancial, produzida a partir de dentro, tal como articulam as tendências humanistas e empiristas do Iluminismo, que têm inspirado o construtivismo e outras teorias educacionais contemporâneas. O indivíduo é uma entidade *material* e *relacional* de ponta a ponta e está profundamente ligado a um conjunto de *relações* com outras partes da natureza, incluindo as sociais e materiais, baseadas em condições de vida cultural e historicamente constituídas. Nesta perspectiva, o estudante e o professor não são entidades

dadas, que seguem seu ritmo interno de desenvolvimento; pelo contrário, são entidades relacionais – profundamente emocionais e que se afetam mutuamente – em constante transformação.

O saber na TO

Vimos na seção anterior que, para satisfazer suas necessidades, os seres humanos se ativam, realizam ações; mas também refletem e refinam suas ações. Eles não fazem isso sozinhos: aprendem uns com os outros. Em outras palavras, os indivíduos *produzem saberes coletivamente*.

Nesta linha de pensamento, o saber na TO é definido como um sistema histórica e culturalmente constituído de processos de ação e reflexão encarnados², sensíveis e materiais. Em Radford (2013) dei um exemplo elementar: um saber produzido em uma comunidade de chimpanzés nas selvas do Monte Nimba, na República da Guiné, sobre como quebrar nozes. Neste exemplo, o saber envolve:

- (a) A *escolha da noz* a ser rachada ou quebrada;
- (b) A *escolha* adequada da pedra bigorna e da pedra-martelo (incluindo considerações sobre o tamanho e a dureza das pedras);
- (c) O uso espacial e temporal *coordenado* da noz, da pedra bigorna e da pedra-martelo (por exemplo, os chimpanzés jovens frequentemente usam apenas uma das pedras, não conseguindo assim rachar a noz), e
- (d) As ações com as pedras (incluindo a utilização de pressão apropriada sobre a noz para quebrá-la sem esmagá-la).

²O termo original do espanhol “encarnado” pode ser traduzido para o português por “encarnado” ou “incorporado”. Optamos pelo termo “encarnado” por entendermos que o termo incorporado poderia, no contexto da Teoria da Objetivação, ser equivocadamente compreendido como o que é acrescentado a um todo já estabelecido.

Agora, dizer que o saber é um *sistema* de processos encarnados, sensíveis e materiais de ação e reflexão significa que o saber é, na terminologia conceitual de Hegel (1991), uma entidade *geral*: não pode ser reduzido a esta ou aquela sequência particular de ações coordenadas com *esta ou aquela* pedra, com *esta ou aquela* noz. Podemos conceber o saber como uma forma *ideal* de ações, em oposição às próprias ações (ILYENKOV, 1977); desta forma, o saber está *relacionado* a cada uma de suas instâncias ou realizações concretas e, ao mesmo tempo, é *diferente* de cada uma delas. A forma como seu banco calcula sua hipoteca é outro exemplo de saber (financeiro). Consiste em uma forma ideal de ações baseadas em modelos matemáticos, e realizadas por um funcionário bancário treinado.

O saber, tal como definido aqui, muda de cultura para cultura e ao longo do tempo. Entretanto, ele não pode ser reduzido a uma espécie de *tecnologia* para fazer algo. O saber é altamente político e simbólico; sua dimensão simbólica, por exemplo, aparece muito claramente na comunidade Maya Tseltal (MICALCO, 2012), onde o saber sobre o plantio de sementes de milho está ligado a uma superestrutura cultural simbólica ou visão cosmológica de mundo, na qual os dias e os números assumem um significado específico que informa a ação humana. O mesmo pode ser dito do cálculo de sua hipoteca: o cálculo aparentemente inocente que o agente de empréstimo realiza para determinar seus pagamentos mensais ao banco está embutido em uma rede política de governança (na qual, por exemplo, os bancos emprestam dinheiro com juros a clientes que cumprem os requisitos) e em uma forma de produção econômica que, em um nível simbólico, naturaliza a transformação do trabalho humano em dinheiro e supõe que o mundo social pode ser tratado mediante fórmulas matemáticas de forma galileana.

Conhecimento

Na seção anterior mencionei que o saber se *relaciona* a cada uma de suas instâncias ou atualizações concretas e, ao mesmo tempo, é *diferente* de cada uma delas. Em sua materialização, cada

uma destas atualizações mantém de forma sublimada a generalidade da forma ideal que a engendra, mas *não* coincide com a forma ideal. Na TO, a materialização, atualização ou incorporação do saber tem um nome específico: *conhecimento*. Trata-se do *conteúdo conceitual concreto* através do qual o saber se incorpora e se materializa ou atualiza.

Embora o saber e o conhecimento pertençam a duas esferas ontológicas diferentes – a primeira é *geral*, a segunda é *singular* – se relacionam de forma *dialética* e formam um *sistema dinâmico* (sobre isto, ver capítulo 3 em RADFORD, 2021a). O conhecimento como *atualização* do saber evoca efetivamente esta dimensão temporal de um sistema em movimento contínuo. O que produz este movimento? É a *atividade*: o saber e o conhecimento se relacionam através da atividade. De fato, o saber só pode aparecer através da atividade. Esta atividade atualiza o saber, dá-lhe vida, o traz à vida, assim como a atividade de tocar um violino dá vida às notas musicais. A mesma coisa acontece na escola; imaginemos uma discussão em sala de aula entre professor e estudante sobre como resolver uma equação algébrica. Esta discussão ocorre dentro de uma atividade de ensino e aprendizagem que dá vida ao saber algébrico, o torna evidente, o manifesta.

Podemos agora estabelecer mais precisamente a relação entre saber e conhecimento: o conhecimento é uma forma sensível desenvolvida do saber, como o exemplo do botão dado por Hegel em sua *Fenomenologia do Espírito*: a flor tem origem no botão, é a materialização ou a atualização do botão, mas não coincide com ele. A flor é uma forma sensivelmente desenvolvida do botão: embora sejam diferentes, “sua natureza fluida faz que [o botão e a flor] sejam momentos de uma unidade orgânica [...] nos quais cada um é tão necessário quanto o outro; e somente essa necessidade mútua constitui a vida do todo” (HEGEL, 1977 p. 2). O *momento dialético* é precisamente aquele no qual um se converte ou se transforma no outro, no qual o conhecimento algébrico como *geral* se transforma em algo sensível, *singular*, ou seja, em um objeto da consciência. “É da maior importância”, aponta Hegel, “interpretar adequadamente o [momento] dialético e [re]conhecê-

lo". É em geral o princípio de todo movimento, de toda vida (HEGEL, 1991, p. 128)³.

Até este ponto, nos concentramos em conceitos que têm a ver com a posição teórica geral da TO. Na próxima seção, entraremos no campo educacional e discutiremos o conceito de aprendizagem.

Aprender

Nas pedagogias centradas no estudante, considera-se que este *constrói* seu *próprio* saber. Ninguém pode construí-lo por ele. Esta concepção de saber assume uma espécie de identidade entre o sujeito que constrói o saber, S, e o saber, K (usamos K para designar o saber, que em inglês corresponde a *Knowledge*). A equação é: $S = K$. *Construir* um conceito equivale a *aprender* esse conceito. Como mencionei antes, a intenção da TO é superar esta postura individualista.

Para teorizar a aprendizagem, as teorias socioculturais têm recorrido a uma série de conceitos, tais como "inculturação" (formulado principalmente na pesquisa antropológica) e "internalização" (extraída do trabalho de Vygotsky). Argumentei em outro lugar (RADFORD, 2018b; 2021a) que ambos os conceitos são insuficientes para chegar a uma definição operacional da aprendizagem a partir de uma perspectiva educacional. Em poucas palavras, o conceito de inculturação adota a ideia de prática social como princípio explicativo, mas não a analisa de forma crítica. Nos enfoques de inculturação, uma prática social é muitas vezes equiparada ao que as pessoas *fazem*. A prática social é apenas descrita, ou seja, formulada *abstratamente*, o que não é suficiente. Além disso, no enfoque da inculturação, a dimensão agêntica dos indi-

³A concepção de saber como algo *geral* não dever levar o leitor a interpretá-lo como uma forma platônica. As formas para Platão são anteriores à atividade humana. Esta postura é exatamente o oposto do que estou afirmando aqui. O saber na TO não se refere a algo transcendental, mas a algo produzido pelo ser humano no curso da atividade concreta, algo cujo modo de ser é culturalmente imanente e que se manifesta através de sua atualização em uma *res singularis*, que tenho denominado de *conhecimento*.

víduos geralmente permanece na periferia⁴. Na abordagem de Rogoff (1990), os indivíduos são certamente considerados como participantes ativos. Mas a aprendizagem é conceitualizado como *apprenticeship*; isto é, algo que ocorre através da “orientação e desafio dos outros” (ROGOFF, 1990, p. 19). Afinal de contas, nessa abordagem, a aprendizagem é um processo cujo objetivo é *se adaptar* às práticas sociais existentes. A educação é reduzida à reprodução. Há pouco espaço para investigar a educação como uma transformação das pessoas e do mundo. Da mesma forma, há pouco espaço para investigar indivíduos como entidades *agênticas*, por exemplo, as formas pelas quais os indivíduos vêm se posicionar e são posicionados em práticas sociais. Há pouco espaço para investigar as tensões que surgem entre a dimensão normativa das culturas (que Bakhtin (1981) chamou de força centrípeta) e os movimentos que se originam nos indivíduos (força centrífuga na terminologia de Bakhtin). Uma crítica semelhante pode ser feita ao conceito de internalização de Vygotsky; isto é, a “*transição de uma função [psicológica] de fora para dentro*” (1998, p. 170; ênfase no original). Deve-se notar, além disso, que o conteúdo do conceito de internalização de Vygotsky (Вращивание – vraschivanie) não é aprendizagem, mas funções psicológicas superiores (como a memória e a percepção). O problema que tenta explicar a internalização não é como a criança aprende, mas como as funções psicológicas superiores surgem a partir das relações sociais, e como elas evoluem.

Como então a aprendizagem é teorizada na TO? No resto deste artigo esboço a resposta a esta pergunta que retoma uma ideia fundamental no trabalho de Vygotsky: a ideia da consciência.

⁴A dimensão agêntica é a dimensão da *afirmação* do indivíduo, de seu espaço de manobra. O termo “*agência*” (*agency*, em inglês) tem suas raízes no latim *agens*, “fazer/somente”, e do latim *agentia*, o que significa *efetividade*, de modo que uma dimensão agêntica é a dimensão do que em sujeito pode efetivamente fazer (em estudante em uma classe, por exemplo).

Processos de objetivação

Como sugerido anteriormente, a TO considera o saber como um sistema de pensamento e ação, cultural e historicamente constituído. Quando cada um de nós nasce, estes sistemas (sempre em movimento, sempre mudando) já existiam em nossa cultura nas formas de saber plantar a semente de milho, saber calcular hipotecas, etc. Em outras palavras, ao nascer, para cada um de nós, o saber apareceu como uma *capacidade* geradora histórico-cultural. Ou seja, uma capacidade latente de fazer coisas e pensar de determinadas maneiras, uma capacidade latente com a qual podemos (ou não) nos *encontrar* no decorrer de nossa vida, dependendo das redes culturais-históricas-políticas de acesso ao saber que operam de forma onipresente em nossa sociedade. Nosso *encontro* com sistemas de pensamento cultural e historicamente constituídos (por exemplo, matemáticos, científicos, estéticos, jurídicos etc.) é chamado de *objetivação* na TO.

Para compreender o significado deste encontro, consideremos que o substantivo *objetivação* significa que, antes de nosso encontro com o saber, ele se apresenta a nós como algo *diferente* de nós: algo que, em sua *alteridade*, sua própria presença nos objeta; isto é, resiste ou se opõe a nós. A equação é: $S \neq K$. Nosso encontro com o saber é o signo de uma *diferença*. A *objetivação* é a tentativa de compreender K. Mas como o saber é uma forma ideal (geral) em constante mudança (constantemente recriada, refinada e ampliada), o encontro não é algo que possa desvendar K em sua totalidade. Há sempre um resíduo, um excedente que permanece além de nossos encontros sempre locais, situados e concretos com o saber. Consequentemente, a objetivação é sempre um esforço parcial de tomar consciência ou dar-se conta dele. É por isso que, na TO, ao referirmo-nos à aprendizagem, ao invés de dizer que os estudantes objetivaram o conhecimento, preferimos dizer que os estudantes estão envolvidos em *processos de objetivação*.⁵

⁵Já deveria estar claro que o significado de objetivação na TO é diferente de outros uso em pesquisa de educação matemática. Não tem nada a ver com

Mais especificamente, os processos de objetivação são aqueles processos sociais e coletivos de tomada de consciência progressiva de um sistema de pensamento e ação, cultural e historicamente constituído, do qual tomamos consciência gradual e parcialmente e ao qual dotamos de significado. Os processos de objetivação são aqueles processos que tentam apreender algo culturalmente significativo, algo que se revela à consciência não passivamente, mas através da atividade corporal, sensível, afetiva, emocional, artefactual, semiótica e criativa dos indivíduos.

Neste contexto, a aprendizagem é definida como o resultado de processos de objetivação, e dado que os sistemas de pensamento (matemáticos etc.) são sempre parcialmente revelados, estes processos são sempre infinitos e, portanto, também o é a aprendizagem.

Processos de subjetivação

A aprendizagem inclui emoções e afetos, não como meros fenômenos concomitantes, mas como partes *constituintes* da aprendizagem. A implicação educacional é que, ao invés de ser um esforço puramente mental, a aprendizagem da matemática envolve emoções e afetos de maneira que nos tocam, nos afetam e nos moldam profundamente. Assim, as salas de aula produzem não apenas conhecimentos, mas também *subjetividades* (ou seja, seres humanos únicos).

Na TO, a investigação da produção de subjetividades na sala de aula é realizada através do conceito de *processos de subjetivação*: ou seja, aqueles em que professores e estudantes *se produzem mutuamente* ao posicionar-se na atividade através de redes de relações sociais que se materializam através da ação, do corpo, do discurso e da materialidade da cultura. Nos processos de subjetivação, professores e estudantes tornam-se uma *presença no mundo*.

a fabricação de objetos a partir de ações (para detalhes, ver Radford, 2018b). Objetivação na TO vem do verbo “objetar”, não do substantivo “objeto”.

Tornar-se presença refere-se à ideia do estudante que, através da atividade em sala de aula, vem *ocupar um espaço* no mundo social e *assumir uma perspectiva* nele. Ser presença é um movimento *dialético* entre a cultura e o indivíduo. A natureza dialética deste movimento nos leva a conceber os indivíduos como entidades em fluxo, que se coproduzem continuamente e encontram em sua cultura a matéria prima de sua própria existência. Tanto o indivíduo quanto a cultura são entidades consubstanciais em perpétua mudança, uma se tornando continuamente na outra e vice-versa. Neste movimento dialético, tanto estudantes quanto professores são considerados como subjetividades em formação, abertos ao mundo. Professores e estudantes são conceituados como projetos de vida inacabados em contínua mudança, em busca de si mesmos, comprometidos juntos no mesmo esforço em que sofrem, lutam e encontram juntos o prazer e a plenitude de uma vida coletiva.

Labor conjunto

Na TO, a *atividade* humana torna possível a aprendizagem. Os processos de objetivação e subjetivação estão imersos na atividade. Entretanto, a atividade na qual a aprendizagem se produz pode ser alienante. Isto é o que acontece na atividade de sala de aula tanto do ensino tradicional e sua pedagogia de transmissão de saberes, quanto na pedagogia construtivista centrada no estudante (RADFORD, 2014). No primeiro caso, os estudantes não têm espaço para *se expressar*. Como resultado, a atividade os aliena e os afasta de seu próprio produto: o conhecimento que se produziu em sala de aula. No segundo caso, o estudante realiza sua própria atividade (no melhor dos casos, interagindo com os outros), e se expressa nas ideias que produz. No entanto, esta expressão está confinada à esfera subjetiva do eu. Como o saber é entendido como aquele que é produzido pela ação do estudante, o estudante não está em conversa com o mundo. Há um mero monólogo do sujeito consigo mesmo. O estudante é alienado do mundo histórico-cultural e está confinado a viver em um universo que

não é genuinamente compartilhado, mas meramente “assumido como compartilhado” (RADFORD, 2020).

A TO recorre a um conceito diferente e não alienante da atividade de aprendizagem. Em primeiro lugar, o professor não aparece como um possuidor de conhecimento que entrega ou transmite conhecimentos aos estudantes ou como alguém que simplesmente lhes serve como um guia. Os estudantes também não aparecem como sujeitos passivos que recebem conhecimentos e nem como autores de seus próprios saberes. Em segundo lugar, não se considera ensino e aprendizagem como duas atividades separadas, uma realizada pelo professor (a atividade do professor) e outra realizada pelo estudante (a atividade do estudante). Na TO, ensinar e aprender são conceituados como uma e *mesma* atividade: a mesma atividade de professores e estudantes⁶. Esta concepção não reduz a atividade a uma série de ações que os indivíduos realizam, talvez coordenadamente, na realização de seus respectivos objetivos. Esta linha de pensamento reduz a atividade a uma concepção *funcional e técnica*. Na TO, a atividade é concebida a partir de quatro dimensões: a) constitutiva, b) ontológica, c) epistemológica, e d) relacional.

A dimensão constitutiva refere-se à *tessitura*, ou à produção do *tecido*, da atividade; visto deste ângulo, a atividade aparece como um tipo de *energia* formada pelos indivíduos em sua busca de algo comum, uma energia que é sensível e sensorial, material e ideal, discursiva e gestual. Em sua dimensão ontológica, a atividade aparece como uma *forma de vida* dentro da qual os indivíduos se realizam como seres vivos. Em sua dimensão epistemológica, a atividade aparece como um *órgão cinestésico* através do qual os indivíduos produzem e reproduzem os objetos do saber⁷.

⁶É claro que existe uma divisão de trabalho que torna o compromisso do professor diferente do compromisso dos estudantes. Não entanto ambos trabalham *juntos*.

⁷Ilyenkov (1977, p. 69) nos dá o seguinte exemplo ilustrando dimensão epistemológica da atividade: “Quando descrevo um círculo com minha mão sobre um papel (no espaço real), meu corpo [...] entrar num estado totalmente idêntico à forma do círculo fora do meu corpo, em um estado de *ação* real em forma de círculo. Meu corpo (minha mão), descreve realmente um círculo, e a

Em sua dimensão relacional, a atividade aparece organizada em torno do que temos chamado de *ética comunitária*, ou seja, uma ética que destaca a importância da responsabilidade, do compromisso com o trabalho coletivo e do cuidado com o outro (RADFORD, 2021b). Para evitar confusões com outros significados, na teoria da objetivação, a atividade no último sentido é chamada de *labor conjunto*; é a principal categoria ontológica da TO e sua unidade de análise. O labor conjunto sensível e material é considerado o último campo da experiência estética, da subjetividade e da cognição. Afirma o papel ontológico e epistemológico fundamental da matéria, do corpo, do movimento, da ação, do ritmo, da paixão e da sensação no ser humano.

Um encontro com o saber algébrico

Gostaria de me referir a um exemplo que vem de uma turma do 4o ano (estudantes de 9 a 10 anos) na qual os estudantes se depararam com um problema de generalização de sequências com base na seguinte história:

Para seu aniversário, Marc recebe um cofrinho com um dólar dentro. A cada semana ele economiza dois dólares. No final da primeira semana ele tem três dólares, no final da segunda semana ele tem cinco dólares, e assim por diante.

A professora forneceu aos estudantes fichas de bingo de duas cores (azul e vermelho) e copos plásticos numerados destinados a representar a semana 1, 2, etc., e convidou os estudantes a trabalharem em pequenos grupos para modelar o processo de economia até a semana 5. Em seguida, com base no modelo, ela convidou os estudantes a descobrirem a quantidade de dinheiro economizado

consciência deste estado (ou seja, da forma de minha própria ação em forma da coisa) também é a ideia [de círculo]”. O exemplo de Ilyenkov deveria, entretanto, ser pensado não em termos de uma pessoa, mas de um coletivo de pessoas que esboçam juntos a ideia em questão com seus corpos, suas ações, seu discurso, e assim por diante. Ao esboçar corporalmente, gestualmente, discursivamente, a ideia do círculo, por exemplo, a *atividade* coletiva reproduz o objeto e permite a tomada de consciência.

no final das semanas 10, 15 e 25. Em um dos grupos, após alguma discussão, os estudantes elaboraram uma estratégia aritmética: a “estratégia de duplicação”: encontraram o número de fichas na semana 5, dobraram essa quantia e removeram uma ficha. Em certo momento, a professora veio para olhar o trabalho dos estudantes e participou da conversa, atuando para que tomassem consciência de uma outra maneira de pensar sobre a solução do problema (o sublinhado indica uma ênfase no discurso da professora):

1. *Professora: (tenta fazer os estudantes perceberem a estrutura covariacional) O que podem ver na semana cinco (mostra o copo correspondente à semana cinco) e (aponta para as fichas vermelhas) o número de fichas? (Realiza as mesmas ações) Semana 4 e o número de fichas?*
2. *Albert: (hesitante e ao mesmo tempo interessado) São sempre duas vezes... (ou seja, o número da semana vezes dois).*
3. *Professora: (repete) É sempre vezes dois.*

Esta atividade de ensino-aprendizagem foi a primeira de uma sequência de atividades relacionadas à álgebra. Os saberes algébricos já existem na cultura dos estudantes. Faz parte do currículo escolar. Entretanto, até aquela manhã, o saber algébrico existia para os estudantes apenas como uma capacidade geradora de ações e pensamento. A aprendizagem requer tornar o saber algébrico algo *perceptível*, um *objeto de consciência*. A atividade em sala de aula foi organizada pela professora para que, por meio do trabalho colaborativo com os estudantes, o saber algébrico pudesse ser materializado ou instanciado e para que, progressivamente, ele se manifestasse através de uma de suas formas desenvolvidas, ou seja, como conhecimento. As três linhas do excerto anterior mostram esta transformação progressiva do saber em conhecimento. De fato, as variáveis matemáticas (que a professora enfatiza através de um efeito prosódico) começaram a ser percebidas, elas se tornaram objetos da consciência. No entanto, sua natureza algébrica covariacional permaneceu despercebida. O labor conjunto

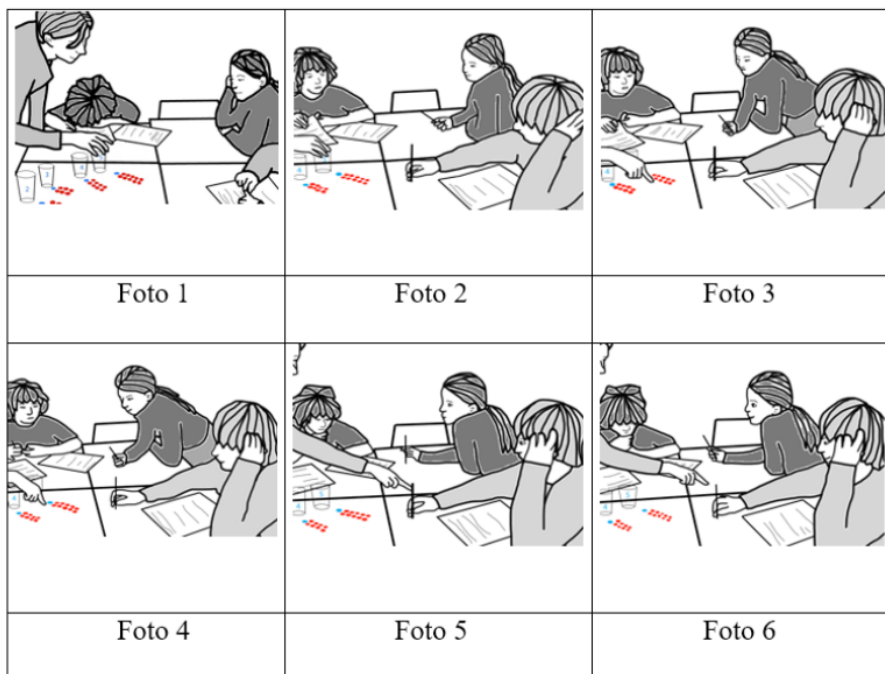
atinge aqui uma tensão que deriva das formas contraditórias em que os termos da sequência foram percebidos até agora (uma percepção aritmética, baseada na duplicação, e outra algébrica, baseada em uma abordagem covariacional do problema). Esta contradição não é um defeito de projeto didático: é o próprio motor que mantém a atividade em desenvolvimento. Para encontrar o pensamento algébrico como aparece no projeto didático da professora, esta e os estudantes têm que continuar trabalhando juntos para tentarem fazer com que o enfoque algébrico *apar* na sala de aula e se converta em um objeto da consciência dos estudantes. Seu surgimento é um pouco como o surgimento da 7ª sinfonia de Beethoven ou da Garota de Ipanema de Antônio Carlos Jobim: para que se torne um objeto da consciência tem que aparecer auditivamente através da atividade de uma orquestra ou de um conjunto musical. Como a matemática é simultaneamente visual, tátil, auditiva, material, gestual e cinestésica, só pode ganhar vida através do labor conjunto sensível e artefactual de professores e estudantes.

Após algumas discussões e tentativas fracassadas de tornar perceptíveis as variáveis matemáticas e a estrutura algébrica por trás da disposição visual das fichas (ver Figura 1, Foto 1), a professora voltou a analisar a Semana 5:

1. *Professora: (pega novamente o copo da semana 5. Veja a Foto 1) O que você fez aqui?*
2. *Albert: (respira fundo enquanto a professora segura o copo da Semana 5; ver Foto 2) OK.*
3. *Professora: (ainda com o copo na mão, fala suavemente) 5....*
4. *Albert: (em sintonia com o gesto da professora apontando ao lado das fichas vermelhas; ver Foto 3) Por 2....*
5. *Krysta: (que acompanhou a discussão) Por 2 igual...*
6. *Professora: (aponta para a ficha azul; ver Foto 4) Mais 1.*
7. *Albert: (quase ao mesmo tempo) Mais 1.*

8. Professora: (agora apontando para um espaço vazio onde seria a semana 10) 10?
9. Albert: (professora aponta silenciosamente para onde deveria estar as fichas vermelhas; ver Foto 5) Por 2.
10. Krysta: (ao mesmo tempo) Por 2.
11. Professora: (apontando silenciosamente para o local onde deveria estar a ficha azul; ver Foto 6)
12. Krysta: Mais 1.
13. Albert: (olha a professora) Menos 1? , vezes 2?, menos 1?, mais 1?

Figura 2 – Labor conjunto e surgimento de uma abordagem algébrica para resolver o problema



O exemplo ilustra três coisas. Em primeiro lugar, ilustra o que é o labor conjunto: um sistema espaço-temporal dinâmico que os estudantes e o professor criam. É composto pela *energia* que o professor e os alunos gastam na tentativa de resolver o problema *juntos* e cujo tecido inclui linguagem, gesto, percepção, posição corporal e artefatos. É um portador fluido de intenções e motivos *conceituais* e *éticos* que são afinados e refinados ao longo do caminho.

Em segundo lugar, o exemplo mostra alguns aspectos da complexidade da transformação do saber em conhecimento. O conhecimento é aquela forma específica na qual o saber algébrico se manifesta concretamente a partir de um problema concreto e mediante o labor conjunto (trabalho que leva a distinguir variáveis e sua natureza relacional-funcional que se expressa através da linguagem, dos gestos etc.).

Em terceiro lugar, o exemplo nos permite vislumbrar como ocorre a aprendizagem; envolvida nesta energia da qual o labor conjunto é composto, a professora move sua mão silenciosamente para indicar, com um gesto indexical, a posição imaginária da ficha azul (ver foto 6). A foto mostra a professora muito tensa, uma vez que o resultado do labor conjunto ainda é incerto. A professora espera a resposta de Albert com uma tensão que se reflete em seu corpo e na entonação de sua voz. Sua pergunta é um *convite* a Albert para se posicionar em uma prática matemática. A pergunta *já* é um posicionamento. Mas, mesmo assim, Albert tem que *responder* ao convite. Ele poderia ter declinado, mas não o faz. Albert, que também está muito tenso, aceita a pergunta/convite da professora e diz “Menos 1? vezes 2, menos 1? mais 1?”. A resposta atesta o fato de que Albert está se posicionando e sendo posicionado em uma prática social na qual as coisas são pensadas de uma certa maneira. Mas a resposta também atesta o fato de que a forma algébrica covariacional de ver as variáveis se torna progressivamente inteligível para Albert. De modo mais geral, no labor conjunto, vemos o desenrolar de um processo social que é ao mesmo tempo um processo de subjetivação e objetivação. Albert experimenta um encontro com aspectos chave do saber algébrico.

Há um esforço para apreender K na equação $S \neq K$. Como o conhecimento é *geral*, a apreensão/entendimento de K nunca será completa. Faz parte da natureza ontológica de K sempre se revelar parcialmente. Entretanto, ainda há espaço para Albert perceber melhor as nuances das variáveis algébricas e como elas se relacionam umas com as outras. Não demorou muito. Durante a discussão geral, que começou logo após o trecho anterior, a professora convidou Albert para explicar como calcular o número de fichas na semana 4. Ele disse: “4 vezes 2 [...] mais 1, 4 vezes 2 mais 1 é igual a.... 9.”

Na terminologia da TO, o saber passa a habitar o corpo de Albert. Esse modo de existência do saber no corpo de Albert é o que chamamos *conceito*. Como o saber é posto em movimento através do labor conjunto, o saber se materializa em algo sensível, ao qual chamamos de conhecimento. No curso de sua materialização, o conhecimento se refrata na consciência dos estudantes. Esta refração é sempre diferente: ela muda de um estudante para outro. Um conceito é precisamente a refração subjetiva do saber na consciência. Nos permite fazer coisas e pensar de determinadas maneiras. É algo que, ao invés de ser possuído, passamos a desfrutar. Visto que o saber e o conhecimento são entidades histórico-culturais, um conceito (além de ser histórico-cultural) é subjetivo: a versão subjetiva e parcial do saber (RADFORD, 2021c).

A dimensão ética

Há sempre dois eixos que organizam toda atividade de ensino-aprendizagem: o eixo das formas de produção de saberes, e o das formas de colaboração humana. Na TO, as formas de produção de saberes são impulsionadas por esforços coletivos baseados na história e na cultura. As formas de colaboração humana são apoiadas por uma ética *comunitária* em sintonia com o projeto educativo geral freiriano mencionado no início deste capítulo. Esta ética comunitária serve para moldar o labor conjunto de professores e estudantes em sala de aula. A sala de aula aparece como um espaço público no qual professores e estudantes se

convertem em presença no mundo (FREIRE, 2016); um espaço de debates no qual os alunos são encorajados a mostrar abertura para com os outros, responsabilidade, solidariedade, cuidado e consciência crítica. É um espaço de encontro, dissidência e subversão, no qual professores e estudantes se tornam indivíduos que estão mais do que no mundo: são indivíduos interessados uns nos outros e em seu labor conjunto; indivíduos que intervêm, transformam, sonham, apreendem, sofrem e esperam *juntos*.

Agradecimentos

Este capítulo é o resultado de um programa de pesquisa financiado pelo *Social Sciences and Humanities Research Council of Canada/Le conseil de recherches en sciences humaines du Canada* (SSHRC/CRSH).

Referências

- BAKHTIN, M. M. *The dialogical imagination*. Austin: University of Texas Press, 1981.
- CORAY, D. et al. (Orgs.). One hundred years of L'Enseignement mathématique. In: *Proceedings of the EM-ICMI Symposium*. Ginebra, 2003.
- FREIRE, P. *Pedagogia da solidariedade*. São Paulo: Paz & Terra, 2016.
- GOBARA, S; RADFORD, L. *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática*. São Paulo, Brasil: Livraria da Física, 2020.
- HEGEL, G. W. F. *Hegel's phenomenology of spirit*. Oxford: Oxford University Press, 1977.
- HEGEL, G. W. F. *The encyclopaedia logic*. Tradução: F. Geraets, W. A. Suchting, H. S. Harris. Indianapolis: Hackett, 1991.
- ILYENKOV, E. V. *Dialectical logic*. Moscow: Progress Publishers, 1977.

MARX, K. *Economic and philosophic manuscripts of 1844*. New York: Prometheus, 1988.

MICALCO, M. Le nombre et le monde: l'ontologie du système maya Tselal [conferência]. In: *Proceedings from 19e Journée des sciences et savoirs de l'ACFAS*. Sudbury, Canadá, 2012.

RADFORD, L. Towards a cultural theory of learning [conference]. In: PITTA-PANTAZI, D.; PHILIPPOU, G. (Orgs.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. CERME – 5. Larnaca, Grecia, p. 1782-1797, 2007.

RADFORD, L. Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, v.2, n. 1, p. 7-44, 2013.

RADFORD, L. On teachers and students. In: LILJEDAHL, P.; NICOL, C.; OESTERLE, S.; ALLAN, D. (Orgs.). *PME 38 and PME-NA 36*. Vancouver: PME, v. 1, p. 1-20, 2014.

RADFORD, L. A plea for a critical transformative philosophy of mathematics education. In: ERNEST, P. (Org.), *The Philosophy of Mathematics Education*. Cham, Switzerland: Springer, Today, p. 1-10, 2018a.

RADFORD, L. Algunos desafíos encontrados encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, v. 12, n. 2, p. 61-80, 2018b.

RADFORD, L. El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, v.15, n. 36, p. 27-42, 2020.

RADFORD, L. *The theory of objectification*. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning. Leiden e Boston: Brill/Sense, 2021a.

RADFORD, L. La ética en la teoría de la objetivación. In: RADFORD, L.; SILVA, M.; ACUÑA (Orgs.). *Ética: Entre educación y filosofía*. Bogotá: Universidad de los Andes, p. 107-141, 2021b.

RADFORD, L. Davydov's concept of the concept and its dialectical materialist background. *Educational Studies in Mathematics*, v. 106, p. 327-342, 2021c.

ROGOFF, B. *Apprenticeship in thinking*. Oxford: Oxford University Press, 1990.

SFARD, A. *Doing research in mathematics education in time of paradigm wars*. In: ZASLAVSKY, O. (Org.), Haifa: PME 23, v. 1, p. 75-92, 1999.

SPINOZA, B. *Éthique (Bilingue Latin-Français)*. Tradução: B. Pautrat. Paris: Éditions du Seuil, 2010.

VYGOTSKY, L. S. *Collected works*, New York: Plenum Press, v, 5, 1998.