

https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i2.88

# REIMAGINAR EL AULA DE MATEMÁTICAS: LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES COMO PRAXIS EMANCIPADORA

REIMAGINING THE MATHEMATICS CLASSROOM: SCHOOL MATHEMATICS AS EMANCIPATORY PRAXIS

Luis Radford Iradford@laurentian.ca Laurentian University, Sudbury, Canada

#### **RESUMEN**

Mi propósito en este artículo es reimaginar el aula de matemáticas. Empiezo reflexionando acerca de la escuela reformada, aquella que, en Occidente, asumió la tarea de educar las nuevas generaciones para enfrentar los problemas de la industrialización hace 100 años y que hoy, está orientada a la producción de sujetos portadores de competencias para avanzar en el proyecto neoliberal de las sociedades de economía de mercado. En la primera parte, abordo algunos elementos que me ayudan a explicar lo que pudo haber salido mal en el proyecto de la escuela reformada occidental; en particular, busco comprender, a través de un análisis histórico-crítico, qué la ha llevado a ser un sitio de producción de sujetos alienados. La pregunta es: ¿Qué es eso que da a la escuela moderna o posmoderna su configuración actual y la mantiene allí, atada? En la segunda parte, comparto algunas ideas que hemos explorado con profesores y estudiantes de nuestras escuelas en un esfuerzo por salir de las garras de la alienación y que nos han llevado a repensar las matemáticas escolares como praxis emancipadora.

### PALABRAS CLAVE:

Escuela reformada; alienación; emancipación; teoría de la objetivación; ética.

## **ABSTRACT**

My purpose in this article is to reimagine the mathematics classroom. I begin by reflecting on the reformed school, the one that, 100 years ago in the West, took on the task of teaching new generations how to face the problems of industrialization, and that today is oriented towards the production of subjects with the competencies required to advance the neoliberal projects of market economy societies. In the first part, I address some elements that help me to explain what may have gone wrong with the Western reformed school project. In particular, I seek to understand, through a historical-critical analysis, what has led it to become a site for the production of alienated subjects. The question is: What is it that gives the modern or postmodern school its current configuration and keeps it there, bound? In the second part, I share some ideas that we have explored with teachers and students in our schools in an effort to break out of the grip of alienation and that have led us to rethink school mathematics as an emancipatory praxis.

#### **KEYWORDS:**

Reformed school; alienation; emancipation; theory of objectification; ethics.

Recibido: 13 de Junio 2021, Aceptado: 7 de Julio de 2021

#### 1. Introducción1

El propósito de este artículo es invitar a reimaginar el aula de matemáticas. El prefijo "re" significa que ya hemos imaginado dicha aula, y sugiere, al mismo tiempo, que hay que hacerlo de nuevo, y hay que hacerlo porque algo nos salió mal. El aula de matemáticas no parece ser lo que queríamos.

El subtítulo del artículo sugiere un rumbo a seguir: matemáticas escolares y praxis emancipadora. La primera parte del subtítulo circunscribe el alcance o el límite de mi argumento: se trata de las matemáticas escolares que, aunque no son el título principal, van a tener que ser reimaginadas también. La segunda parte del subtítulo menciona algo diferente: emancipación.

Emancipar es un concepto cuyo significado no es transparente; es un término filosófico con una historia compleja. El Diccionario de la Real Academia Española lo define como la acción de "liberarse de cualquier clase de subordinación o dependencia" (RAE, s. f., definición 2). Ahora bien, en mi invitación a reimaginar el aula de matemáticas, ¿de quién o de qué habría que emancipar esa aula? ¿Estoy acaso diciendo que hay alguien o algo que la sujeta, la oprime, la fuerza, la maltrata y que, al hacerlo, no la deja ser lo que debería ser?

Aunque no se menciona de forma clara en la definición de *emancipar*, si miramos con detenimiento, podemos darnos cuenta de que la idea de emancipación se funda en *relaciones* entre unos y otros; se basa en relaciones de poder por medio de las cuales se ejerce eso que oprime y mantiene en su lugar a aquello que es oprimido.

¿Qué es eso que oprime? No es siempre lo mismo. Por ejemplo, tuve oportunidad de participar en la charla que dio Aldo Parra hace algunas semanas en el marco de un ciclo de conferencias virtuales organizada por la Asociación Aprender en Red. Allí, Aldo nos habló de una pequeña comunidad indígena del Cauca en Colombia (Parra, 2021); no habló de emancipación directamente, pero eso no quiere decir que el problema de la emancipación no estuviera allí. En esta comunidad indígena caucana, la categoría de "lo que oprime" está configurada por una serie de dispositivos políticos, económicos y militares que la comunidad en cuestión debe enfrentar para mantener su espacio de acción y realización. Aquello que oprime allí es probablemente diferente de eso que ejerce una presión en las escuelas donde yo realizo mi trabajo educativo. En mis escuelas los estudiantes vienen de familias de clase media de una minoría lingüística en el norte de Ontario, en Canadá; son escuelas francófonas. Estas forman parte de lo que se conoce como escuelas

reformadas (Darling y Nordenbo, 2002; Labaree, 2005; Rohrs y Lenhart, 1995), es decir, aquellas que, en Occidente, asumieron la tarea de educar las nuevas generaciones para enfrentar los problemas de la industrialización hace 100 años y que, hoy, están orientadas a la producción de sujetos portadores de competencias para avanzar en el proyecto neoliberal de las sociedades atadas a una economía de mercado (Giroux, 1997; Gohier y Fabre, 2015).

No obstante, parece que el resultado no nos ha quedado bien: en gran medida, la escuela se ha convertido en sitio de producción de sujetos alienados. De aquí parte mi invitación a reimaginar la escuela en general, y el aula de matemáticas en particular. En este intento necesitamos hacer primero un esfuerzo para repensar críticamente el aula contemporánea de matemáticas, especialmente en sus supuestos teóricos e ideológicos. De esta excavación crítica podemos esperar que emerja una comprensión de qué es lo que sujeta y mantiene al aula de matemáticas en su posición actual.

Como mencioné, lo que sujeta a mis escuelas no es necesariamente lo mismo que sujeta a la escuela de la que nos habla Aldo o a las que figuran en las investigaciones de cada uno de ustedes, aunque probablemente compartimos los satélites de vigilancia y las mismas embestidas de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), y la nueva forma de imperialismo que despliega sin cesar. Nuestros contextos son diferentes, pero dado que la emancipación, en su esquema general, es un problema de poder, de relación con un otro, creo que podemos aprender mutuamente de nuestras luchas e intentos emancipadores.

Mi artículo tiene dos partes: en la primera, abordo algunos elementos que me ayudan a explicar lo que pudo haber salido mal en el proyecto de la escuela reformada occidental; en particular, busco comprender qué la ha llevado a ser un sitio de producción de sujetos alienados. La pregunta es: ¿Qué es eso que da a la escuela moderna o posmoderna su configuración actual y la mantiene allí, atada? En la segunda parte, comparto algunas ideas que hemos explorado con profesores y estudiantes de nuestras escuelas en un esfuerzo por pensar las matemáticas escolares como praxis emancipadora. Empecemos.

#### 2. El aula de matemáticas en la historia reciente

¿Qué veríamos si miramos las aulas occidentales de matemáticas en los últimos 50 años? Creo que no es una exageración decir que veríamos un aula halada por dos fuerzas opuestas y cada una va en la dirección de un paradigma educativo diferente: uno centrado en el

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Este texto tiene origen en una conferencia plenaria dictada en las XXIV Jornadas Nacionales de Educación Matemática de Chile que tuvo lugar en abril de 2021. Una versión corta se encuentra en las actas de las jornadas. Como en el texto preparado para las jornadas, he optado por dejar el estilo oral de la presentación.

profesor y el saber, y el otro centrado en el estudiante.

El primer paradigma es el de la transmisión del saber. Este pone al profesor en un lugar privilegiado y plantea el aprendizaje como la adquisición relativamente pasiva y obediente de contenidos matemáticos por el estudiante. El segundo paradigma es el constructivista. Este pone al estudiante en un lugar privilegiado y plantea el aprendizaje como resultado de la actividad del estudiante.

Durante una larga historia de oposiciones, estos dos paradigmas han terminado fusionados en un tercer paradigma que algunos llaman "socioconstructivista" (Jonnaert y Masciotra, 2004) y otros "de indagaciones por el estudiante" (inquiry based paradigm; ver, por ejemplo, Ontario Ministry of Education, 2013). Este paradigma fusión nos ofrece una nueva idea del aula de matemáticas en la que el estudiante y el profesor figuran en primera plana. En las aulas inspiradas por este paradigma, se trata de fomentar la participación activa del estudiante y su autonomía, por un lado, y, por el otro, de asegurar un espacio al profesor para que pueda guiar al estudiante y facilitar su aprendizaje<sup>2</sup>. Este paradigma da lugar a una variedad de modelos de enseñanza que podrían ordenarse según la intensidad de participación del profesor, desde una participación máxima hasta una mínima. Voy a dar tres ejemplos.

El primero, que llamo de "guía pedagógica máxima", funciona de forma muy similar al de la enseñanza tradicional. El profesor controla la producción y circulación de ideas en el aula (Figura 1, cuadro izquierdo), y solo le permite al estudiante una participación mínima e insignificante, por ejemplo, llamándolo al pizarrón, haciéndole preguntas muy cortas, etc. (Figura 1, cuadro del medio). Es una enseñanza tradicional que añade elementos constructivistas de una manera cosmética.



Figura 1. Ejemplo de un aula que opera bajo la "guía pedagógica máxima".

Fuente: Elaboración propia.

En el segundo modelo, llamado en Ontario "la enseñanza por modelaje", el profesor "modela" la solución del problema para los estudiantes; es decir, empieza mostrando a los estudiantes cómo hacer las cosas (por ejemplo, cómo resolver un problema nuevo). Luego, el profesor desaparece progresivamente y de esta manera deja poco a poco la responsabilidad al estudiante (Gauthier et al., 2013).

Al otro extremo de esta gama de modelos de enseñanza encontramos el de la "guía pedagógica mínima" que proponen Godino y Burgos (2020). Estos autores argumentan que, debido a la complejidad del conocimiento matemático, la autonomía del alumno no puede ser el punto de partida del aprendizaje. Se puede partir del paradigma de la transmisión del conocimiento, con una "guía pedagógica mínima" (p. 96), y luego pasar al paradigma constructivista.

Cada modelo de enseñanza de este paradigma sintético socioconstructivista –o de la indagación-conduce a un aula de matemáticas con dinámicas un poco diferentes. Las diferencias se explican según la manera como se distribuyen los grados de importancia entre los quehaceres del estudiante y los del profesor. Estas aulas se inspiran en varios supuestos teóricos que parecen casi indiscutibles; operan en silencio, diríamos casi a escondidas. Entre estos supuestos, están:

a) Primero, el aprendizaje es visto como un atributo del estudiante.

Esto quiere decir que el aprendizaje es un fenómeno que se predica o se dice de un sujeto, de un individuo: Pedro aprendió o no tal cosa. No se dice, por ejemplo, que una clase de 30 alumnos aprendió esto o lo otro. Suena raro ¿no? Suena impreciso. Y si esto se dice, rápidamente van a preguntar por Pedro: ¿Aprendió? ¿Cuánto aprendió? Hay un discurso socioeducativo que asigna una realidad a la idea del aprendizaje como fenómeno que acontece (o no) a alguien, al estudiante.

b) Segundo, un estudiante aprende cuando puede responder a las preguntas que se le hacen de manera autónoma.

Esto quiere decir que la autonomía se toma como criterio de aprendizaje. Este es el caso de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2002; para una discusión, ver Radford, 2018). Es por eso que, en los dos últimos ejemplos de modelos de enseñanza que he mencionado, el profesor está allí, pero como si no debiera, algo así como una nota falsa en una pieza musical.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Una definición ofrecida por el sitio web Thirteen.org (s. f.) es: el paradigma por indagación, en oposición al método tradicional de enseñanza, "está más centrado en el estudiante, con el profesor como facilitador del aprendizaje" (párr. 3). Esta idea aparece también cuando Jonnaert y Masciotra (2007) explican el socioconstructivismo. Estos autores dicen: "La dimensión 'soció' [en el término socioconstructivismo] significa que el profesor facilita las interacciones entre los alumnos" (p. 57). Traducciones propias.

c) Tercero, se asume que el estudiante piensa "naturalmente" de ciertas maneras<sup>3</sup>.

En este contexto, el trabajo del profesor es *guiar* al estudiante. Por ejemplo, en el método de la guía pedagógica mínima, se trata de dar al estudiante esa guía mínima que le hace falta para llegar a los conceptos matemáticos; hay que darle un pequeño empujón, algo así como ese soplo que se le daría a un barquito de papel para que llegue a su destino.

d) Cuarto, se concibe al estudiante como una entidad psicológica.

El estudiante es visto como "sujeto cognitivo" (Valero, 2004, p. 39), como si llevara en la cabeza una cajita con ideas y representaciones del mundo. En su tesis doctoral, Maritza Silva señala un pasaje en el que un profesor le dice al estudiante: "Eso es lo que tienes que meterte en la cabecita [...] idenominador distinto de cero!, idistinto de cero!, idistinto de cero! y te lo grabáis idistinto de cero!" (2021, p. 119). La metáfora detrás es que hay ideítas que se mueven dentro de la cabeza del estudiante y de allí salen.

Creo que estos supuestos nos dan una idea del aula contemporánea. Por ejemplo, podemos ver que autorizan al profesor y los investigadores a ver al estudiante y a su aprendizaje de ciertas maneras. Así, del lado del profesor, resulta "natural" hacer evaluaciones individuales para dar cuenta del aprendizaje del estudiante. Del lado del investigador, resulta "natural" que este use cuestionarios con problemas matemáticos a los estudiantes para que nos revelen lo que piensan "en la cabecita".

Sin embargo, tenemos que ir un poco más lejos en nuestra discusión de las aulas contemporáneas de matemáticas. Ustedes podrían objetar que mi análisis no ha tomado en cuenta algo muy importante: la interacción social, que se ha convertido en un rasgo predominante de la práctica y del discurso científico en educación (Radford, 2011). Es cierto; incluso en el aula de la guía pedagógica máxima, los estudiantes interactúan entre ellos. Es esto lo que muestra el esbozo a la derecha de la Figura 1. El esbozo nos permite ver que hay estudiantes que están solos, pero otros están en parejas, sugiriendo que hay algún intento de fomentar la interacción social. La pregunta entonces es: ¿Cuál es el sentido de lo social en la dinámica del aula en las clases "socioconstructivistas"? ¿Cómo conciben lo social los socioconstructivistas? Para

responder a estas preguntas tenemos que entender el paso del átomo a la mónada.

#### 3. Del átomo a la mónada

Si desde hace algún tiempo en el discurso con el que se define la educación se habla cada vez más de los estudiantes (en plural) y no del estudiante (en singular), es que hemos pasado del átomo a la mónada. Esto quiere decir que los estudiantes no son más que un plural, es decir, una pluralidad de entidades separadas unas de otras. Cada uno es una mónada-estudiante que piensa con sus propias capacidades cognitivas.

En el nuevo caso, el de la mónada, lo que vemos en el aula no es una actividad, sino tantas actividades como estudiantes, en que cada estudiante realiza la suya propia. Si hay n estudiantes en la clase, cada estudiante  $e_i$  realiza su propia actividad  $a_i$ . El aula de matemáticas es la suma  $\sum e_i$  de sus mónadas y lo que ocurre en una lección de matemáticas es una colección  $\{a_i\}$  de actividades individuales.

Evidentemente, el discurso educativo puede llegar a tomar en cuenta la interacción entre estudiantes, la comunicación e incluso puede hacer referencia a la lección que siguieron los estudiantes con el profesor. Sin embargo, todos estos elementos sociales son vistos de forma instrumental: son considerados estímulos externos que ofrece el entorno a la actividad cognitiva del estudiante (se pueden ver detalles y ejemplos en Radford, 2020a).

# 4. ¿Y cuál es el problema?

En este tipo de aulas que reducen la interacción social a un puro estímulo, la concepción de la interacción es muy pobre, por no decir equivocada. El trabajo de Vygotsky (1987) sobre la "zona de desarrollo próximo" muestra que la interacción con otros, y en particular con el profesor, juega un papel crucial en el aprendizaje.

Esto que estoy diciendo es válido también para los elementos culturales e históricos. En efecto, el problema es que los elementos sociales, culturales e históricos no pueden ser considerados instrumentalmente en el aprendizaje de los estudiantes. Esos elementos no son estímulos externos que ofrece el entorno a la actividad cognitiva del estudiante, al contrario, son parte de las maneras en que llegamos a pensar el mundo (Valero, 2004, 2010).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Evidentemente, las teorías en educación matemática no ponen este y los otros supuestos que estoy mencionando de manera explícita. Estos supuestos operan, como he dicho hace un momento, casi a escondidas. Por ejemplo, los autores de un artículo reciente se propusieron identificar los criterios más sobresalientes de clasificación y seriación que utilizan los niños de prescolar (Casadiego et al., 2020). La pregunta es: ¿en qué atributos de los objetos concretos del mundo del niño se detiene con más arraigo su atención? Luego de observar la interacción de los niños con los bloques lógicos, la conclusión es que el color y el tamaño son las características que los niños identifican más rápidamente. Puede verse cómo se asume tácitamente que los niños piensan las formas de su mundo "naturalmente". Es entonces legítimo pensar que los bloques lógicos (y el entorno social del niño) no son portadores de conceptualizaciones culturales. Se asume que todos vemos lo mismo. Más adelante, cuando hablaré de una escuela en Uganda, veremos que esto no es así.

Klaus Holzkamp (2013), por ejemplo, hace ver que las conceptualizaciones de un individuo, sin ser determinadas por el contexto y las circunstancias, no son arbitrarias; están sujetas a procesos y conceptualizaciones socioculturales que preceden la acción del individuo.

Cabe recordar aquí que el lenguaje opera, entre otras cosas, como portador de una conceptualización cultural. Esto nos recuerda la experiencia que vivió una aspirante a profesora, Krista, que fue a hacer su práctica docente en Uganda. En medio de una lección de geometría, esta estudiante inglesa se encontró con que el lenguaje de la comunidad, el runyankore, no tiene "palabras para triángulo, rectángulo o incluso cuadrado. Hay una palabra, oriziga, que significa circular o curvo, pero no se refiere específicamente a un círculo" (Bradford y Brown, 2005, p. 16). Es muy fácil olvidar que el mundo en que vivimos está repleto de conceptualizaciones histórico-culturales que nos abarcan, y que se muestran en la materialidad del mundo, en el lenguaie que usamos y en nuestras acciones. Es muy fácil olvidar también que las maneras de pensar el mundo no son naturales, sino culturales. Cuando olvidamos esto, terminamos creyendo que la actividad cognitiva es puramente nuestra, que se origina en nosotros, que sale de nuestra cabeza.

Diríamos que, en realidad, la cosa va al revés. Tenemos que darle un giro de 180° a todo esto para entender que la cognición y las ideas que cada uno forma vienen de afuera, y para darnos cuenta de que cada uno de nosotros es lo que el filósofo holandés Benedicto de Spinoza (1989) llamaba un "modo" de la "substancia", es decir –en lenguaje del siglo XXI-, que cada uno es una realidad singular, individual y limitada de la sociedad y que es en esta que encontramos los elementos por medio de los cuales pensamos subjetivamente el mundo.

# 5. ¿Y cómo es que semejante cosa se nos pasó por alto?

La pregunta es: ¿Y cómo es que semejante cosa haya pasado desapercibida y que hayamos terminado pensando que, para comprender la cognición, el aprendizaje y la dinámica del aula, había que centrar esta dinámica en el estudiante, y añadir al profesor como la guía que podría hacer falta al estudiante en los momentos de desmayo o desfallecimiento?

La respuesta es demasiado compleja para ser tratada aquí en detalle. Voy a limitarme a mencionar que tiene que ver con la concepción del humano que surgió en la Alta Edad Media y el Renacimiento occidental, cuando el incipiente capitalismo artesanal y las nuevas formas de producción económica llevaron a la emergencia de una nueva conciencia social que culmina en lo que Colin Morris (1972) ha llamado "el descubrimiento del individuo". Desde entonces, el Occidente se embarcó en una ruta nueva en la que, a diferencia de otros

periodos históricos, el individuo se ubicó poco a poco en el centro del universo.

Se produjo, entonces, el proceso de personalización, según Lipovetsky (2000); es decir, el proceso que "ha promovido y encarnado masivamente un valor fundamental, el de la realización personal" (p.7). La modernidad produjo procedimientos de subjetivación de los que emergió, gloriosa, una visión nueva del humano: el individuo como fundamento. Con esto quiero decir que el individuo se convirtió en su propio fundamento y en el fundamento del mundo. Como dice el filósofo francés Etienne Balibar (2014), "es solamente a posteriori, cuando ya se han constituido como individuos [...] que los individuos [de la modernidad] pueden relacionarse entre sí de diferentes maneras. Pero estas relaciones son por definición accidentales, no definen su esencia" (p. 213).

En el ámbito de la política, el neoliberalismo encapsula esta idea del individuo como fundamento al considerarlo cimiento social. La filosofía acierta esta misma idea al reclamar que el fundamento del ser está en su libertad de acción (como lo hace la filosofía kantiana). En el ámbito de la psicología, esta idea se afirma en la concepción del sujeto que se forma desde adentro, desde su propia interioridad. Así, por ejemplo, la mente es considerada un atributo del individuo. En el ámbito de la educación, esta idea del humano como fundamento de sí mismo repercute en el concepto de aprendizaje que se concibe como resultado de las ideas que el estudiante se hace él mismo a partir de sus propias acciones y representaciones. En la educación matemática, como nos dice el constructivismo, el estudiante construye su propio saber (von Glasersfeld, 1995).

| Política                | El cimiento social es el individuo   |
|-------------------------|--|
| Filosofía               | El fundamento del ser está en su libertad<br>de acción   |
| Psicología              | La mente es un atributo del individuo.   |
| Educación               | El aprendizaje resulta de las ideas que se<br>va haciendo el estudiante a partir de sus<br>propias acciones. |
| Educación<br>Matemática | El estudiante construye su propio saber.   |

Figura 2. El individuo como fundamento. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 2 se muestra que cada una de estas esferas societales (Radford, 2021a) solo traduce, a su manera y en su propio lenguaje, la forma ideal más general posible del humano como lo conciben la modernidad y la posmodernidad. La concepción que despoja al humano de todas sus determinaciones sociales, históricas y culturales, y lo convierte así en un yo lánguido, vaciado, que solo se lleva a sí mismo en su núcleo más íntimo, lo que los filósofos llaman su ipseidad, es decir su mismidad. Pedro aprendió algo en el aula de matemáticas y lo que aprendió tiene que ver con su entorno histórico-cultural solo de manera circunstancial. Lo que Pedro aprendió es suyo, es producto de su esfuerzo personal y como tal le pertenece. ¡Sacó 80% en geometría! El número da realidad objetiva al aprendizaje de Pedro; lo afirma en su soledad ontológica.

Llegamos a un punto en el que podemos dar respuesta a la pregunta que planteamos al inicio, la pregunta de eso que da a la escuela moderna y posmoderna occidental su configuración actual y que la mantiene en donde está, oprimida. La respuesta se encuentra en esta figura histórica que podemos llamar la figura de la ontología moderna, que toma al individuo como fundamento.

Ahora, creo, podemos entender lo que configura por detrás, a escondidas y en silencio, la dinámica de tantas aulas de matemáticas. Ahora podemos entender cómo y por qué la clase de matemáticas se ha convertido en un sitio de alienación, y que es una de las cosas que salió mal en el proyecto de la escuela reformada.

El alumno y el profesor permanecen ajenos entre sí. Su relación es casi comercial; uno tratando de maximizar sus propios aprendizajes y el otro ayudándolo o guiándolo allí donde se pueda requerir (Radford, 2014). Ambos viven la enseñanza y el aprendizaje como si ese vivir fuese ajeno al amplio contexto histórico y cultural, como si entre profesores y estudiantes no pudiese haber una conexión real humana posible.

# 6. Las matemáticas escolares como praxis emancipadora

¿Cómo podríamos plantear la dinámica del aula de matemáticas para recuperar la dimensión históricocultural y concebir el aula como un espacio portador de relaciones sociales y productor de aprendizajes no alienantes?

La investigación sociocultural ha mostrado la tremenda complejidad que subyace en el aula de matemáticas y el aprendizaje, y ha puesto atención (entre otras cosas) en: 1) el lenguaje; 2) las estructuras sociales y simbólicas imbricadas en la escuela; 3) la cultura material (por ejemplo, los artefactos), y 4) las cuestiones de poder y género.

Una parte importante de la investigación sociocultural ha intentado ver el aprendizaje como la participación progresiva del niño en la práctica social o su ingreso en las comunidades de práctica (Lave y Wenger, 1991). Nuestro camino en la teoría de la objetivación (TO) (Radford, 2021a) retoma los cuatro puntos anteriores, pero tematiza el aula y el aprendizaje de manera un poco diferente. La TO no es una teoría constructivista ni conductista ni participacionista; con la discusión acerca de esta tematización un poco diferente quisiera terminar este artículo.

Conviene, primero, disipar un malentendido potencial: cuando digo que no se trata de concentrar la atención en el estudiante, no quiero decir que no hay que ver más al estudiante. Tampoco quiero decir que lo que tenemos que hacer ahora es voltear la mirada hacia el profesor o el saber. Lo que quiero decir es que hay que ver al estudiante y al profesor, pero no con los lentes de la psicología cognitiva individualista que los asume como sujetos ya dados, ya constituidos; convendría ver al estudiante y al profesor como sujetos históricos y culturales que se constituyen de forma cotidiana y conjunta en el aula, en el transcurso de la actividad de enseñanza y aprendizaje. En efecto, las aulas de matemáticas no producen solamente saberes, sino también subjetividades (Radford, 2021a). Tomando en cuenta esta idea, la propuesta que ofrece la TO considera al aula de matemáticas como un aula que gira en torno a dos ejes, el del saber y el del ser. Y es a partir de esos dos ejes que se sugiere conceptualizar el aprendizaje. En otras palabras, el problema del aula de matemáticas ya no es solo acerca de los saberes que el estudiante aprende, sino también acerca del tipo de sujeto que nuestras prácticas educativas tienden a fomentar.

Esto que acabo de decir suena terrible cuando lo escuchamos con los oídos constructivistas, puesto que estos operan bajo los preceptos de la libertad y autonomía del individuo. Los constructivistas consideran que el aula es un sitio de realización de los proyectos personales del estudiante. Dado que piensan que el estudiante se forma desde adentro, de acuerdo con su esencia y sus propias potencialidades, el aula no puede ser un sitio que forma al estudiante. Sin embargo, el punto es que no hay educación que no favorezca cierto tipo de saberes y que no promueva la producción de ciertas subjetividades (Popkewitz, 2004). Paulo Freire lo había señalado en su trabajo: "La educación nunca ha sido ni será neutra" (2016, p. 38). La educación siempre será una cuestión política y económica, por lo cual la educación matemática, tanto en su práctica como en su investigación, no puede dejar de hacerse la pregunta sobre el tipo de individuo que se fomenta explícita o implícitamente.

En la teoría de la objetivación, entendemos el proyecto educativo como un proyecto emancipador de las prácticas corrientes que reducen al estudiante a un sujeto cognitivo (como en el paradigma constructivista) o a capital humano (como en el paradigma de la transmisión de saberes), y que, en un caso y en el otro, ofrecen una práctica matemática alienante (Radford, 2014, 2016). Concebimos el

objetivo de la educación matemática como un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente, y que reflexionan sobre nuevas posibilidades de acción y pensamiento.

En la TO, el aprendizaje se concibe como un encuentro con el saber cultural, cuya característica fundamental es de ser ético y crítico. A partir de estas dimensiones éticas y críticas, el estudiante tiene oportunidad de ubicarse y posicionarse en el plano social del aula de matemáticas y más allá, y de constituirse cotidianamente, con otros, como subjetividad. El punto fundamental es que es en el tipo de actividad que los estudiantes y profesores producen en el aula en el cual se encuentra la posibilidad de una práctica emancipadora (Radford, 2020b).

En nuestro caso, esta práctica emancipadora está orientada por las siguientes ideas:

 En primer lugar, se rompe con la separación tradicional entre profesores y estudiantes que pone al estudiante en un lugar de inferioridad y obediencia respecto a la producción y circulación del saber en el aula. Rompe también con la separación constructivista en la que el profesor es visto como un guía que ayuda a los estudiantes a llegar tan lejos como puedan con sus propias cogitaciones.

En la actividad emancipadora no hay n+1 actividades llevadas a cabo simultáneamente en el aula, las n actividades  $a_1,a_2,...,a_n$  de las mónadas  $e_1,e_2,...,e_n$  más la actividad de enseñanza  $a_p$  del profesor, p. Hay solamente una actividad: la enseñanza-aprendizaje en la cual estudiantes y profesores laboran hombro con hombro para producir y hacer circular el saber matemático en el aula.

- En segundo lugar, la actividad emancipadora permite un encuentro colectivo con el saber cultural. Aquí, el aprendizaje no es propiedad de un estudiante sino de un colectivo. Recordarán que mencioné que el primer supuesto que informa el aula contemporánea de matemáticas es que el aprendizaje es propiedad del alumno. Aquí damos un giro de 180°. Aprendemos juntos, en medio de tensiones, objeciones, etc., pero juntos, colectivamente.
- En tercer lugar, la actividad de enseñanzaaprendizaje ofrece condiciones para que ese encuentro colectivo incluya voces y perspectivas diferentes en las que la diferencia es valorada. Pero no se trata de la inclusividad condescendiente y superficial que propone el neoliberalismo.

Se trata de un encuentro inclusivo en el que los estudiantes se involucran e interactúan con las ideas del otro y asumen la responsabilidad de entender esa voz diferente y tomar posición crítica ante ella.

- Cuarto, la meta del encuentro con el saber mediante procesos colectivos no es hacer que los estudiantes acepten las ideas y significados de las matemáticas dominantes (aquellas ya inscritas en el currículo). Es precisamente encontrarlas, examinarlas críticamente, apreciarlas en su fuerza y dimensión estética y teórica, y verlas como expresión de una de las posibles racionalidades humanas, sinque, portanto, tengan que aceptarlas. Me parece que una práctica emancipadora debe reconocer, a la vez, las racionalidades y lo que ofrecen, pero también lo que limitan.
- Quinto, una práctica emancipadora de las matemáticas escolares se realiza a través de la práctica de una ética que valoriza la responsabilidad, el compromiso con el trabajo colectivo y el cuidado del otro (Radford, 2021b).

A título de ejemplo, voy a referirme a una actividad de enseñanza-aprendizaje en una clase de 50 grado (estudiantes de 10 y 11 años)<sup>4</sup>. Para entender la actividad, conviene mencionar que los días anteriores los estudiantes y la profesora resolvieron colectivamente ecuaciones lineales. La resolución de las ecuaciones se hizo con ayuda de material concreto constituido de tarjetas de cartón y sobres de papel que contenían un mismo número desconocido de tarjetas en su interior. Un ejemplo de dichas ecuaciones se muestra en la Figura 3 (cuadro izquierdo).

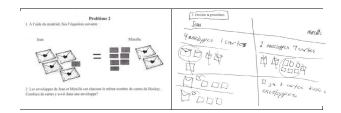


Figura 3. Izquierda: la ecuación dada. Derecha: la resolución de la ecuación.

Fuente: Elaboración propia

El problema consiste en encontrar el número de tarjetas que contiene un sobre, sabiendo que Jean tiene cuatro sobres y una tarjeta, mientras que Mireille tiene dos sobres y siete tarjetas y que el número total de tarjetas de Jean es el mismo que el de Mireille.

El cuadro de la derecha de la Figura 3 muestra la solución propuesta por una estudiante, quien empieza por quitar una tarjeta de cada lado de la ecuación,

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Una presentación más detallada de este ejemplo se encuentra en Radford (2021c).

luego dos sobres de cada lado de la ecuación, con lo que deduce que dos sobres tienen seis tarjetas. Enseguida, divide por dos y determina que hay tres tarjetas en cada sobre.

En la actividad que quiero mencionar la clase fue dividida en pequeños grupos de dos a cuatro miembros. Los estudiantes fueron invitados a efectuar la siguiente tarea en un trabajo colectivo:

Van a escribir un texto que explique los pasos que hay que seguir para resolver una ecuación como las que vimos anteriormente. El texto está dirigido a un alumno de 5º grado de otra escuela, y no se sabe si este alumno sabe resolver ecuaciones.

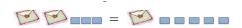
Su explicación debe ser clara, justa y convincente:

- a. Claro: ¿se entiende lo que se dice en el texto?
- b. Justo: ¿es la respuesta correcta?
- c. Convincente: ¿son realmente convincentes los argumentos del texto?

A diferencia de los problemas anteriores (como el que se muestra en la Figura 3), en esta tarea se trata de explicar, en términos generales, las etapas a seguir para resolver una ecuación *cualquiera*.

En el grupo de José, Elisa, Celeste y Carina, la discusión se dio alrededor de aquello que el texto debía incluir. Este grupo produjo el texto que se muestra en la Figura 4, cuadro izquierdo. Luego, alentados por la profesora, este grupo intercambió su texto con el texto de otro grupo (el grupo de Walton y David). El intercambio tenía el fin de aprender juntos de lo que los otros hicieron y de posicionarse críticamente frente al texto de los otros. El texto de Walton y David aparece en el cuadro del medio de la Figura 4. A la derecha vemos a los estudiantes del grupo de Elisa estudiar con atención el texto del grupo de Walton y David.

El grupo de Elisa se sorprende de ver que la hoja del otro grupo tiene pocas etapas. Celeste dice: "Solo tienen cuatro pasos; ¡creo que podría ser un poco más largo...!". Elisa dice: "No entiendo". Este grupo observa que, en lugar de considerar una ecuación cualquiera, el texto de Walton y David considera una ecuación particular:



José, que se siente a gusto con un texto ilustrado con un ejemplo, añade: "¡Dieron un ejemplo! Si la persona [el estudiante de 5º grado] lee el ejemplo, comprenderá el sentido".



Figura 4. Izquierda: el texto de José, Elisa, Celeste y Carina. Al centro: el texto del grupo de Walton y David.

Fuente: Archivo del autor.

Los estudiantes deciden escribir una crítica tomando turnos. Una de las críticas tiene que ver con la etapa 2 propuesta por Walton y David. Esta etapa dice: "Toma el lado [de la ecuación] con menos sobres y quita todos los sobres". El primer grupo argumenta que debieron decir que ese mismo número de sobres debe también ser quitado del otro lado de la ecuación. La Figura 5 (cuadro izquierdo) muestra las anotaciones hechas al texto de Walton y David.



Figura 5. Izquierda: el texto de Walton y David con anotaciones críticas.

Centro y derecha: el encuentro de los dos grupos que se dio más tarde.

Fuente: Archivo del autor

Después de haber concluido su análisis crítico de manera independiente, los grupos se encontraron frente a frente (Figura 5, centro y derecha).

- Walton (el cuarto de izquierda a derecha): "quitamos 3 tarjetas aquí" (señala el pasaje en su hoja. Ver Figura 5, cuadro del medio).
- Carina (la primera de izquierda a derecha): "tú debías haber dicho 'y también 3 tarjetas del otro [lado]'" (Figura 5, cuadro de la derecha).

Como vemos, el examen crítico del texto del otro grupo, así como la discusión entre los grupos, es la ocasión para aprender más juntos. El aprendizaje no es considerado propiedad de un estudiante, es producto de un proceso colectivo. En el curso de este proceso, las matemáticas se desvelan a la conciencia de los estudiantes, no como un simple saber externo y formal, sino como una posibilidad cultural que se materializa o encarna en un contenido conceptual concreto polifacético (sea pensado como generalidad expresada de forma singular, es decir en un ejemplo concreto, como proponen Walton y David, o como generalidad en sí, como propone el grupo de Elisa que evita tomar un ejemplo concreto). En esta aula de matemáticas, la actividad es tal que:

- En ella, el aprendizaje aparece como proceso colectivo: no se trata de varias actividades a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, ...singulares, sino de una sola actividad, A
- Permite un encuentro colectivo con el saber cultural.
- 3. Ofrece la posibilidad de entrar en contacto con otras voces y perspectivas, no en aras de un beneficio personal sino de la creación de una obra (una idea) común. Se trata de un encuentro con otras voces y perspectivas mediante el cual estudiantes y profesores se implican en comparaciones, distinciones y tomas de posición respecto al saber, generan en el camino nuevas ideas y, a su vez, se constituyen como subjetividades.
- 4. Permite un encuentro crítico con el saber cultural.
- Reposa en la práctica de una ética de orientación comunitaria en la que los estudiantes asumen responsabilidad hacia otros, se comprometen con el trabajo colectivo y el cuidado del otro.

#### 7. Síntesis

La idea de este artículo es abrir una reflexión en torno al aula de matemáticas, un intento de reimaginarla. Evidentemente, no es la primera vez que educadores se enfrentan con esta tarea; imaginar el aula escolar en general y la de matemáticas en particular fue la tarea que se dieron los pedagogos y administradores de la educación de principios del siglo pasado (Labaree, 2005), cuando se enfrentaron al problema de educar a las nuevas generaciones y a las dificultades para encarrilar a las sociedades de la época hacia la vía de la industrialización. Es aquí donde aparece la versión moderna del paradigma de transmisión de saberes y su idea de la enseñanza magistral que, a diferencia de otras versiones históricas anteriores, tiene ahora que educar en masa. Al mismo tiempo aparece, en un movimiento opuesto, el paradigma de la escuela centrada en el estudiante (Rugg y Shumaker, 1969), el cual es el origen del constructivismo contemporáneo. Vimos que esos dos paradigmas educativos -uno centrado en el profesor y el saber, el otro en el estudiante- se han fusionado en un nuevo paradigma (el paradigma socioconstructivista o de indagaciones por el estudiante) que intenta poner al profesor y al estudiante al frente de la escena. Pero el "y" que une al profesor y al estudiante se convierte en un gran problema ya que, amparado en los preceptos de la libertad y la autonomía del estudiante -y de hecho en una concepción humanista del individuo que data del Siglo de las Luces, es decir, del siglo XVIIIno puede concebir al profesor más que como guía (Radford, 2014). Una solución es pensar el conectivo "y" sincrónicamente, como proponen el método de modelaje o el método de la "guía pedagógica mínima" de Godino y Burgos (2020), en el cual el foco de atención es primero el profesor y, luego, el estudiante.

En la primera parte de mi presentación sugerí algunos supuestos que asume el aula de matemáticas

socioconstructivista -entre ellos, el de pensar el aula en términos individualistas- que reducen la actividad cognitiva a representaciones subjetivas y el aprendizaje a un fenómeno individual. Luego emprendí una breve excavación histórico-crítica para intentar entender aquello que nos condujo a concebir el aula en esos términos. La breve excavación históricocrítica que emprendí sugiere que la concepción del aula contemporánea (en su estructura, dinámica y naturaleza) no ha sido accidental o fortuita. Es parte de un proceso histórico de las sociedades occidentales de naturaleza económica y política (Popkewitz y Rizvi, 2009); un proceso de refinamiento progresivo y agresivo de las relaciones que definen al individuo; un proceso no solo de individuación, sino de individualización que los filósofos, sociólogos y antropólogos llaman individualismo (Lipovetsky, 2000; Taylor, 2003). Vimos que la respuesta a la pregunta que planteamos al inicio, sobre eso que configura la escuela moderna y posmoderna occidental en la actualidad y que la mantiene donde está, oprimida, se encuentra en esta figura histórica, que llamé la figura de la ontología moderna, que toma al individuo como fundamento de sí y de su mundo. La Figura 2 nos muestra cómo las diferentes esferas societales (la política, la filosofía, la psicología y la educación) traducen y expresan en su propio lenguaje esta figura. Dentro de este contexto, no debería sorprendernos que la respuesta a la pregunta encuentre una realidad efectiva en la materialización cotidiana de esta figura ontológica que caracteriza las sociedades capitalistas contemporáneas.

En la última parte, mencioné algunas ideas que han surgido de mi investigación con profesores y estudiantes, y que iluminan nuestro quehacer pedagógico en la búsqueda de medios que puedan delinear una praxis escolar diferente. Esas ideas aparecen en el ejemplo que di de una actividad de enseñanza-aprendizaje en una clase de 50 grado. Aunque muy breve, este nos permite ilustrar los principios que sugerimos anteriormente de lo que podría ser las matemáticas escolares como praxis emancipadora. El aprendizaje es comprendido como un encuentro colectivo con saberes culturales que se desvela a la conciencia de los estudiantes por medio de la actividad de enseñanza-aprendizaje. Se trata de un encuentro cuya meta no es que los estudiantes acepten una manera de pensar las matemáticas. Se trata, por el contrario, de un encuentro que ofrece la posibilidad de entrar en contacto con otras voces y perspectivas, no para mejorar la perspectiva subjetiva, como en el caso de la clase de mónadas mencionada, que operan guiadas por el beneficio personal. Se trata de un contacto histórico-cultural con otras voces a través de las cuales los individuos se constituyen continuamente con otros.

No hay que confundir esto que sugiero con lo que podría ser el ejercicio de una democracia lánguida de expresión de subjetividades esencialmente independientes. Al contrario, afirmo la idea de un aula emancipada que funciona como un espacio de

producción de saberes y subjetividades en el que estudiantes y profesores producen matemáticas de forma conjunta. Allí se expresan y se producen relaciones sociales; aprenden unos de los otros a posicionarse socialmente, a oír, refutar, objetar, criticar, apreciar y ver que hay muchas maneras de pensar matemáticamente; de esta manera, salen de su nicho solipsista para constituirse en subjetividades culturales, críticas y éticas. A diferencia de las actividades alienantes que encierran al sujeto en sí mismo, las actividades como las que ilustra nuestro breve eiemplo de 50 grado ofrecen pautas para la realización de un trabajo conjunto en el que los estudiantes y el profesor pueden reconocerse en las ideas que circulan en el aula, mientras que encuentran una exterioridad conceptual cultural refractada de varias maneras en los razonamientos que ellos movilizan.

No es pues solo la praxis de la matemática escolar la que tenemos que poner en tela de juicio sino también nuestras concepciones de las matemáticas mismas. Hay que pensarlas, creo, de otra manera, no como un saber externo y formal, sino como un saber dotado de una lógica histórica y dinámica cuyo contenido se da a la vida concreta del aula bajo la mediación de la actividad humana sensible, la labor conjunta de profesores y estudiantes. Esta mediación no es un ejercicio formal del pensamiento ni sujeción del individuo, sino mediación que desemboca en una lógica polivalente, en determinación de un proceso real que contiene ya las condiciones de su propia objetividad relativa. Su normatividad racional se plantea como posible referencia de enriquecimiento colectivo. Evidentemente, es imposible abordar con la profundidad que se requiere el tema de lo que podría ser las matemáticas escolares como praxis emancipadora. Espero, sin embargo, que este corto artículo sugiera nuevas pistas de acción y reflexión.

### **Reconocimientos**

Este artículo es resultado de un programa de investigación subvencionado por the Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Le Conseil de Recherches en Sciences Humaines du Canada (SSHRC/CRSH).

#### Referencias

Balibar, É. (2014). La philosophie de Marx. La Découverte. https://doi.org/10.3917/dec.balib.2014.01

Bradford, K., y Brown, T. (2005). Ceci n'est pas un "circle". For the Learning of Mathematics, 25(1), 16-19.

Brousseau, G. (2002). Theory of didactical situations in mathematics. Kluwer.

Casadiego, A., Avendaño, K., Chávarro, G., Avendaño, G., Guevara, L., y Avendaño, A. (2020). Criterios de clasificación en niños de preescolar utilizando los bloques lógicos. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 23(3), 311-330. https://doi.org/10.12802/relime.20.2332

Darling, J., y Nordenbo, S. (2002). Progressivism. En N. Blake, P. Smeyers, R. Smith, y P. Standish (Eds.), *The philosophy of education* (pp. 288-308). Blackwell. https://doi.org/10.1002/9780470996294.ch17

Freire, P. (2016). *Pedagogia da solidariedade.* Paz & Terra. https://doi.org/10.4324/9781315422817

Gauthier, C., Bissonnette, S., y Richard, M. (2013). Enseignement explicite et la réussite des élèves. La gestion des apprentissages. Éditions du Renouveau Pédagogique Inc.

Giroux, H. (1997). Los profesores como intelectuales. Paidós.

Godino, J., y Burgos, M. (2020). ¿Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales? Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación. *Revista Paradigma*, 41, 80-106. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p80-106.id872

Gohier, C., y Fabre, M. (2015). Les valeurs éducatives au risque du néo-libéralisme. Mont-Saint-Aignan: Presses universitaires de Rouen et du Havre. https://doi.org/10.4000/books.purh.1582

Holzkamp, K. (2013). Psychology from the standpoint of the subject. Palgrave Macmillan.

Jonnaert, P., y Masciotra, D. (2004). Constructivisme. Choix contemporains. Presses de l'Université du Québéc. https://doi.org/10.2307/j.ctv18ph31k

Jonnaert, P., y Masciotra, D. (2007). Socioconstructivisme et logique de compétences pour les programmes d'études. En L. Lafortune, E. Moussadak, y P. Jonnaert (Dir.), Observer les réformes en éducation (pp. 53-75). Presses de l'Université du Québec.

Labaree, D. (2005). Progressivism, Schools and Schools of Education: An American Romance. *Paedagogica Historica, 41*(1-2), 275-288. https://doi.org/10.1080/0030923042000335583

Lave, J., y Wenger, E. (1991). Situated learning: Legitimate peripheral participation. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511815355

Lipovetsky, G. (2000). La era del vacío. Ensayos sobre el individualismo contemporáneo. Editorial Anagrama.

Morris, C. (1972). The discovery of the individual, 1050-1200. Harper & Row.

Ontario Ministry of Education. (2013). *Inquiry-based learning*. Queen's Printer for Ontario. http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/CBS\_inquirybased.pdf.

Parra, A. (2021, 16 de abril). Una educación matemática propia es posible: ¿pregunta o afirmación? [Conferencia]. Seminario de la Asociación Aprender en Red, Venezuela. https://www.youtube.com/watch?v=A7c0UiYZC9g.

Popkewitz, T. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the child. American educational research journal, 41(1), 3-34. https://doi.org/10.3102/00028312041001003

Popkewitz, T., y Rizvi, F. (2009). Globalization and the study of education. Wiley-Blackwell.

Radford, L. (2011). Classroom interaction: Why is it good, really? Educational Studies in Mathematics, 76, 101-115. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9271-4

Radford, L. (2014). On teachers and students: An ethical cultural-historical perspective. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, y D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 1, pp. 1-20). PME.

Radford, L. (2016). On alienation in the mathematics classroom. *International Journal of Educational Research*, 79, 258-266. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2016.04.001

Radford, L. (2018). On theories in mathematics education and their conceptual differences. En B. Sirakov, P. de Souza, y M. Viana (Eds.), *Proceedings of the international congress of mathematicians.* (Vol. 4, pp. 4055-4074). World Scientific Publishing Co.

Radford, L. (2020a). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. Takeco Gobara, y L. Radford (Eds.), Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática (pp. 15-42). Livraria da Física. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n16.p27-42.id306

Radford, L. (2020b). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. Revista Colombiana de Matemática Educativa, RECME, Número especial de la Teoría de la Objetivación, 5(2), 15-31. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020. n16.p27-42.id306

Radford, L. (2021a). The theory of objectification. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning. Leiden & Boston: Brill/Sense. https://doi.org/10.1163/9789004459663

Radford, L. (2021b). La ética en la teoría de la objetivación. En L. Radford, y M. Silva Acuña (Eds.), Ética: Entre educación y filosofía (pp. 107-141). Universidad de los Andes.

Radford, L. (2021c). La enseñanza-aprendizaje del álgebra en la teoría de la objetivación. En L. Radford, y V. Moretti (Eds.), Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e Complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural. Livraria da Fisica.

Real Academia Española. (s. f.). Emancipar. En Diccionario de la lengua española. https://dle.rae.es/emancipar

Rohrs, H., y Lenhart, V. (1995). Progressive Education Across the Continents: A Handbook.: Peter Lang.

Rugg, H., y Shumaker, A. (1969). The child-centered school. World Book Company.

Silva, M. (2021). Modelo pedagógico para los docentes de matemática que dictan clases en carreras de la salud en universidades privadas no selectivas de la Región Metropolitana [tesis de doctorado inédita no publicada], Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.

Spinoza, B. (1989). Ethics Including the Improvement of the Understanding. (R. Elwes, Trad.). Prometheus.

Taylor, C. (2003). The ethics of authenticity. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Thirteen.org. (s. f). Concept to classroom. How does it differ from the traditional approach? https://www.thirteen.org/edonline/concept2class/inquiry/index\_sub1.html

Valero, P. (2004). Postmodernism as an attitude of critique to dominant mathematics education research. En M. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 35-54). Information Age Publishing.

**Von Glasersfeld, E. (1995).** Radical constructivism: A way of knowing and learning. **The Falmer Press.** 

**Vygotsky, L. S. (1987).** The Collected Works of L. S. Vygotsky (Vol. 1). Plenum.