COMUNE DI CASTEL S. PIETRO TERME • 8-9-10 NOVEMBRE 2019 • INCONTRI CON LA MATEMATICA N. 33

DIDATTICA DELLA MATEMATICA E PROFESSIONALITÀ DOCENTE

a cura di BRUNO D'AMORE e SILVIA SBARAGLI

Testi delle relazioni generali di:

Samuele Antonini • Alessandro Bogliolo • Marina della Giusta
Pietro Di Martino • Martha I. Fandiño Pinilla e Bruno D'Amore • Giuseppina Gentili
Maura Iori • Nicolina Malara e Nella Bruno • Roberto Natalini
Luis Radford • Giorgio Santi • Silvia Sbaragli

Testi delle relazioni di scuola dell'infanzia di:

Anna Angeli • Gemma Carotenuto, Maria Mellone e Marina Spadea
Cristina Ciappelli e Pietro Di Martino • Agnese Del Zozzo e Giovanni Giuseppe Nicosia
Elisabetta Ferrando, Lidia Julio, Ambra Lampredi, Silvia Oliveri e Alessandra Codeluppi
Giancarlo Navarra

Pitagora Editrice Bologna

Alcune connessioni tra musica e matematica[1]

Luis Radford
Université Laurentienne, Canada

Abstract. *The aim of this contribution is to highlight three basic connections between music and mathematics: the ontological, the epistemological and the phenomenological. The theoretical analysis is developed on pedagogical, didactical and educational backgrounds. I argue that the way musical orchestras perform music is an inspiring archetypal model of what good mathematics classrooms could be.*

1. Introduzione

Le connessioni tra matematica e musica sono multiformi, per secoli la musica è stata considerata una *parte* della matematica. Vorrei evidenziare tre connessioni: *ontologica*, la matematica e la musica condividono una natura ontologica simile; *epistemologica,* la matematica, come la musica, deve subire una trasformazione per diventare un oggetto della coscienza; *fenomenologica*, a seguito della sua trasformazione epistemologica, la matematica è qualcosa che *appare* – come la musica appare nella sala concerti, la matematica appare nel contesto sociale degli individui.

Tuttavia, il mio interesse non è meramente teoretico, ma è piuttosto di natura pratica: si tratta di un interesse pedagogico, didattico ed educativo. Infatti, credo che le orchestre musicali siano un modello archetipico illuminante dell'aula di matematica. Una buona esecuzione orchestrale prevede una coesione tra gli orchestrali e tra gli orchestrali e il direttore d'orchestra: essi suonano *insieme* e in *sincronia*. Questa caratteristica non può mancare in una buona aula di matematica. La buona musica e la buona matematica condividono la dimensione estetica e quella etica, che ne sono il fondamento.

2. La connessione ontologica

La connessione ontologica tra musica e matematica risiede nella la loro natura *generale,* in senso hegeliano, come una *cosa-in-sé* dinamica, che *prima* «è in uno stato avviluppato, nel suo stato embrionale, in potenza (si tratta di una possibilità reale, che Aristotele chiama *dunamis*)» (Bourgeois, 2000, p. 26). Contrariamente alla cosa-in-sé kantiana (il *noumeno*), irraggiungibile

---

[1] Questo articolo è il risultato di un programma di ricerca finanziato dal Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Le conseil de recherches en sciences humaines du Canada (SSHRC/CRSH). Una versione precedente si trova in (Radford, 2019). Humanities Research Council of Canada / Le conseil de recherches en sciences humaines du Canada (SSHRC/CRSH). Una versione precedente si trova in (Radford, 2019).

dall'uomo, secondo Hegel, e anche secondo Aristotele, questo stato embrionale è potenzialità per l'azione e la riflessione umane.
Affermare, dunque, che la musica e la matematica sono *generali* equivale a dire che entrambi sono potenzialità: capacità generative che permettono agli individui di pensare, riflettere, agire e fare esperienza del loro mondo in talune modalità estetiche e intellettuali. Queste forme generali, non sono forme platoniche, ma prodotte da individui concreti e diventano ciò che sono attraverso un lungo processo di istituzionalizzazione storico-culturale che assume un carattere terreno, politico e sociale. Per esempio, la sinfonia, all'epoca di Beethoven, è un genere che attinge ad una tradizione musicale di prologhi sinfonici gradevoli. Si colloca all'interno del paradigma storico del romanticismo europeo e dispiega una crescente attenzione al ritmo. Inoltre, fa un uso intenso degli artefatti musicali disponibili, in particolare del metronomo per misurare il tempo (Will, 2004). Allo stesso modo, le attuali concezioni delle dimostrazioni, assistite dal computer, si collocano all'interno di un paradigma storico orientato tecnologicamente che si concentra sulla calcolabilità e fa un uso estensivo dei complessi software e dei potenti hardware disponibili. Piuttosto che esistere in sé stesso e da sé stesso, il generale (nella musica e nella matematica) è una cosa-in-sé storico-culturale, solo come il primo momento della sua esistenza. La cosa-in-sé è messa in moto e acquisisce determinazioni culturali, diventando in tal modo attualizzata e materializzata in qualcosa di tangibile: un oggetto di coscienza e di pensiero. Quando un'orchestra suona la Sinfonia No. 7 di Beethoven (o qualsiasi altra opera musicale), *ascoltiamo* proprio tale attualizzazione o materializzazione. Se l'orchestra non suonasse, se i musicisti e il direttore d'orchestra rimanessero fermi con i loro strumenti nelle mani, semplicemente non sentiremmo nulla. Infatti, non è possibile ascoltare la Sinfonia No. 7 *come tale*, vale a dire come una cosa-in-sé. Quello che ascoltiamo è sempre una sua materializzazione – o, nel gergo musicale, un'*interpretazione.* Il generale non si dà come tale, per questo motivo Hegel diceva che il generale è impotente, senza forma. Lo stesso vale per la matematica, come generale non possiamo ascoltarla, percepirla o toccarla. Affinché la matematica diventi un oggetto di coscienza, deve essere messa in movimento; nel nostro caso, dagli insegnanti e dagli studenti.

3. La connessione epistemologica

È proprio in questo modo che gli studenti apprendono la matematica – non attraverso un contatto diretto, ma tramite una *mediazione*. Il sapere è in *relazione* con ciascuna delle sue istanze e attualizzazioni concrete, ma, allo stesso tempo, ne è *differente*. La Sinfonia No. 7 non *coincide* con le sue interpretazioni, ma, nelle loro materializzazioni e attualizzazioni, queste attualizzazioni concrete mantengono, in una forma sublata, la generalità della forma ideale che le genera. Nella teoria dell'oggettivazione (Radford, 2013), l'attualizzazione del sapere ha un nome specifico: *conoscenza*. La conoscenza è il contenuto concettuale concreto attraverso il quale il sapere si incarna, si materializza o si attualizza. Anche se il sapere e la conoscenza appartengono a due sfere ontologiche differenti – la prima è *generale* la seconda è *singolare* – esse sono interconnesse dialetticamente e fanno parte di un *intero sistema dinamico*. La conoscenza come *attualizzazione* del sapere evoca infatti questa dimensione *temporale* di un tutto in continuo movimento (Radford, 2019).

4. La connessione fenomenologica

Affermare, tuttavia, che il sapere si materializza nella conoscenza ci porta a sviluppare la nostra discussione nel dominio fenomenologico. Infatti, quello che abbiamo detto è che la musica e la matematica diventano incarnate, attualizzate o materializzate in qualcosa di tangibile: la musica appare nella sala concerti, e altrettanto fa la matematica in aula. La musica e la matematica *appaiono*, diventano fenomeni. Come è possibile? La risposta è che la musica *appare* come risultato dell'*attività* nella quale i musicisti e il direttore d'orchestra sono impegnati. Lo stesso vale per la matematica. Per esempio, il teorema di Pitagora non appare di per sé. Come ogni entità generale, di per sé, il teorema di Pitagora è impotente. La matematica appare attraverso l'attività dei matematici. Nel contesto scolastico, la matematica appare in aula come risultato dell'*attività di insegnamento-apprendimento.*

L'attività non si riduce a una serie di azioni che l'individuo esegue, magari coordinandosi con altri, in quanto questo la ridurrebbe a una concezione *funzionale* e *tecnica.* Certo, può succedere che l'orchestra che esegue la Sinfonia No. 7 produca qualcosa di monotono e noioso. Ciò accade quando i musicisti non sono *connessi* e si limitano a seguire lo spartito e agire automaticamente senza veramente *sentire* la sinfonia. Non c'è nessuna produzione collettiva, ma i musicisti si limitano a eseguire; è quello che riscontriamo nell'insegnamento tradizionale o diretto, nel quale studenti ubbidienti seguono l'insegnante.

Al contrario, il tipo di attività che ho in mente è quella in cui essa appare come una *forma di vita*, un tipo di *energia* che si instaura tra gli individui che perseguono qualcosa di *comune*, un'energia sensata e sensibile, materiale e ideale, discorsiva e gestuale. Per evitare confusione con altri significati, nella teoria dell'oggettivazione, è denominata *joint labour* (lavoro condiviso): sensibile e materiale è considerato la dimensione definitiva dell'esperienza estetica, soggettiva e cognitiva. Esso riconosce il fondamentale ruolo ontologico ed epistemologico della materia, del movimento, dell'azione, del ritmo, della passione e delle sensazioni in ciò che deve essere umano (Radford, in stampa).

5. Due somiglianze fondamentali

Il concetto di attività concepito come lavoro condiviso – per il quale la lingua russa usa il termine *deyatel'nost'* e quella tedesca il termine *Tätigkeit* (in contrasto con i termini *Aktivität* (tedesco) e *aktivnost'* (russo) che designano lo stato di essere semplicemente occupati nel fare qualcosa – ci permette di considerare l'attività di una buona orchestra un modello archetipico di ciò che potrebbe essere una buona aula di matematica.

Per riassumere, nella mia visione, ci sono due fondamentali somiglianze tra la musica e la matematica: *estetica*, entrambe sono delle "esecuzioni artistiche", vale dire che sono *portate in vita*; *etica,* una sintonia (o la sua mancanza) tra gli individui impegnati nella loro attività (l'attività dell'orchestra, l'attività d'aula) – un lavoro condiviso, con una specifica relazione tra gli individui, nella quale le persone sono in sintonia, si ascoltano, rispondono agli altri e si impegnano in ciò che stanno producendo, vale a dire, la produzione di un *lavoro comune.* Questo modo di guardare alla musica e alla matematica è differente dall'interessante punto di vista suggerito 15 anni fa da Neyland (2014). Egli suggeriva che il jazz era un modello esemplare di ciò che potrebbe essere una buona aula di matematica. Nella visione di Neyland, il jazz offre ai musicisti la possibilità di andare oltre una struttura predefinita e brillare soggettivamente. Certamente, suonare al di fuori di una struttura permette ai musicisti di emanciparsi dalle strutture sottostanti, muovendosi finalmente liberi da vincoli – almeno per alcuni secondi, perché senza ritornare alla struttura tutto crollerebbe. Io sto adottando un altro punto di vista: che si tratti matematica o musica, non è oltre la struttura che troviamo l'autorealizzazione e l'emancipazione individuale, ma in un genuino sforzo collettivo, nella gioia di produrre qualcosa *insieme.*

Bibliografia

Bourgeois, B. (2000). *Le vocabulaire de Hegel*. Paris: Ellipses.

Neyland, J. (2004). Playing outside: An introduction to the jazz metaphor in mathematics education. *Australian Senior Mathematics Journal*, *18*(2), 8-16.

Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, *2*(1), 7-44.

Radford, L. (2019). So, you say that doing math is like playing music? The mathematics classroom as a concert hall. *La matematica e la sua didattica*, *27*(1), 69-87.

Radford, L. (in stampa). On the epistemology of the theory of objectification. In *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*. Utrecht: ERME.

Will, R. (2004). *The characteristic symphony in the age of Haydn and Beethoven*. Cambridge: Cambridge University Press.

Traduzione di George Santi.

Parole chiave: musica; matematica; lavoro condiviso; forma di vita; etica.