

SOBRE HÉROES Y EL COLAPSO DE NARRATIVAS: UNA CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DEL PENSAMIENTO SIMBÓLICO*

Luis Radford
Université Laurentienne, Ontario, Canadá

Este trabajo está dedicado a Raymond Duval en el momento de su jubilación

Palabras clave: Filosofía del lenguaje de Husserl, signos y significados, semióticas.

INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

El uso de los símbolos en matemáticas plantea dos problemas diferentes. El primero de ellos está relacionado con el modo de designación de los objetos de discurso. El segundo corresponde a las operaciones que se lleva a cabo sobre los símbolos que designan los objetos. A pesar de que estos problemas están relacionados, se basan en diferentes demandas semióticas y cognitivas. En la medida en que el álgebra está implicada, la designación de los objetos de discurso requiere de una reducción sustancial de vocabulario (Duval, en prensa). En efecto, mientras el lenguaje natural cuenta con un amplio conjunto de palabras que le permiten a uno *describir* objetos (por ejemplo, la figura siguiente, el pequeño rectángulo), el simbolismo algebraico requiere que estos objetos sean designados usando combinaciones de unos *pocos caracteres* (a saber, $0, 1, 2, \dots, x, y, \sqrt{\quad}$ y similares). En documentos anteriores (Radford, 2001a, en prensa-a), reporté las enormes dificultades que los alumnos de grado 8° tuvieron en la búsqueda de una expresión simbólica para el rango de la figura que sigue a la figura de rango ' n ' en un patrón. Aunque los estudiantes podían referir los objetos del discurso usando descripciones más o menos precisas en lenguaje natural, les tomó mucho tiempo antes que pudieran, con la ayuda del profesor, establecer la figura para la expresión ' $n + 1$ '. El lenguaje algebraico no incluye adjetivos, adverbios y demás términos lingüísticos que resultan ser cruciales en la comunicación basada en lenguaje natural.

Además de esto, aún si los estudiantes reportados en mi investigación previa podían empezar designando objetos simples con pocos caracteres, ellos no eran capaces de operar con símbolos. No podían reconocer que $(n+1)+n$, $(n+n)+1$ y $2n+1$ referían a un mismo estado de cosas. El problema no es simplemente la imposibilidad de los estudiantes para operar con lo desconocido. De hecho, al mismo tiempo que estaban luchando con la generalización de patrones ellos pudieron resolver fácilmente ecuaciones como $14+2e = 2+4e$ (véase Radford, en prensa-b). El problema está relacionado con el modo en que los estudiantes designan los objetos a través del simbolismo algebraico.

De hecho, en la designación de los objetos, la forma en que los signos representan alguna otra cosa está relacionada con las intenciones de los individuos mientras ellos se desenvuelven hermenéuticamente apoyados en el transcurso de la actividad contextual. En el acto designativo, las intenciones llegan a ocupar el espacio entre el objeto propuesto y los signos que lo “representan”. Al hacerlo, las intenciones dan vida a las marcas constitutivas de la dimensión corpórea de los signos (por ejemplo, marcas alfanuméricas), y las marcas se convierten en signos que *expresan* algo, y lo que ellos expresan es su *significado*. La posibilidad de operar con lo desconocido aparece entonces ligada al tipo de significado que los símbolos llevan.

* Este artículo es parte de un programa de investigación financiado por la de Ciencias Sociales y Humanidades del Consejo de Investigación de Canadá.

Las intenciones ocurren en las experiencias contextuales que Husserl llamó *noesis*. Él denominó *noema* al contenido conceptual de tales experiencias. Así, el noema corresponde a la manera en que los objetos son asidos y llegan a ser conocidos por los individuos mientras que la noesis relaciona los modos de experiencias categoriales culturales que cuentan para la forma en que los objetos llegan a ser atendidos y revelados (Husserl, 1931).

Continuando con mi investigación sobre los procesos semióticos de la construcción de significación y el uso del símbolo por parte de los estudiantes, en este artículo quiero abordar la cuestión de cómo los estudiantes pretenden que las expresiones simbólicas lleven significado cuando proceden con la designación de objetos y operan con los signos designantes en un típico problema verbal corto. Dentro del marco teórico esbozado, la pregunta de investigación se abordará en términos de la *manera* (la noesis), en la que los estudiantes utilizan signos para *expresar* características particulares (el noema) de los objetos de discurso. Después de comentar brevemente acerca de la metodología, voy a sugerir una distinción entre los problemas verbales y las narrativas simbólicas. Esta distinción nos permitirá proporcionar una interpretación de algunas expresiones simbólicas “sin sentido” elaboradas por los estudiantes novatos. Luego discutiré el concepto de nominalización cuyo interés teórico no es simplemente dar cuenta de la introducción de incógnitas en un problema. Lo propongo como una herramienta teórica para examinar cómo las expresiones simbólicas llegan a ser dotadas de significado en este limbo donde ni hemos abandonado totalmente la historia original (dicha en lenguaje natural), ni entrado totalmente en la narrativa simbólica (dicha en símbolos). La última sección presenta una breve discusión sobre el problema de uso formal o abstracto de signos para obtener la ecuación asociada con el problema verbal.

METODOLOGÍA

Los datos presentados en este trabajo provienen de mi programa de investigación longitudinal basado en el aula de clase, involucrando estudiantes de cuatro clases de grado 9°. Las actividades de clase estuvieron diseñadas para ser ejecutadas cooperativamente por los estudiantes de acuerdo al formato de trabajo en pequeños grupos (2 ó 3 estudiantes) y usualmente fueron seguidas por discusiones generales conducidas por el profesor. Debido a las limitaciones de espacio, voy a citar extractos de vídeo-grabaciones de la actividad de resolución de problemas, de 3 pequeños grupos de únicamente una de las cuatro clases. Las transcripciones de las cintas de vídeo fueron analizadas utilizando el software *qsr N5*, para investigación cualitativa interpretativa (detalles en Radford, 2000).

La actividad matemática se basó en el siguiente problema verbal corto: “Kelly tiene 2 caramelos más que Manuel. José tiene 5 caramelos más que Manuel. Todos juntos tienen 37 caramelos”^[1]. El mismo problema verbal fue utilizado para generar *tres* problemas involucrando transformaciones en la expresión algebraica de los datos. En el problema 1, a los estudiantes se les pidió designar el número de caramelos de Manuel por x , elaborar una expresión simbólica para los de Kelly y José, y, luego, escribir y resolver una ecuación correspondiente al problema verbal. Los problemas 2 y 3 incluyen cuestiones similares. La diferencia es que, en el problema 2, a los estudiantes se les pidió que designaran el número de caramelos de Kelly por x , mientras que en el problema 3, se les pidió que designaran del número de caramelos de José por x .

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De Héroes a *Objetividades*^[2]

Una de las dificultades en el tratamiento de problemas que involucran frases comparativas como “Kelly tiene 2 dulces más que Manuel” es ser capaz de derivar frases asertivas no comparativas del tipo: “A (o B) *tiene* C”. Si, por ejemplo, Manuel tiene 4 caramelos, la frase asertiva adoptará la forma «Kelly (Sujeto) tiene (Verbo) 6 (Adjetivo) caramelos (Sustantivo)». En el caso del álgebra, el adjetivo no es conocido (uno no sabe cuántos caramelos tiene A). Como resultado de ello, el adjetivo debe ser referido *de alguna manera*. Al usar una letra como ‘ x ’ (u otro dispositivo) un nuevo espacio semiótico se abre. En este espacio, el problema verbal tiene que ser re-dicho, conduciendo a lo que ha sido usualmente llamado (aunque en una forma más bien simplista) la ‘traducción’ del problema en una ecuación. Prefiero utilizar aquí el término *narrativa simbólica* ya que lo que es “traducido” todavía nos cuenta una historia, pero en símbolos matemáticos. Aunque hay similitudes entre el problema verbal y la narrativa simbólica, los personajes cambian. Este cambio se caracteriza mejor como un

cambio noemático que sigue con ciertas partes de la historia mientras coloca a otras en el trasfondo. Los 'héroes' –por así decirlo– de la historia re-dicha ya no son Kelly, Manuel o José, sino relaciones numéricas entre la cantidad de caramelos que constituyen las objetividades, expresadas en el nuevo espacio semiótico (es decir, el simbólico-algebraico).

Las dificultades para conseguir este cambio noemático o desplazamiento de atención pueden convertirse en un obstáculo en el aprendizaje del álgebra. Vamos a mostrar un ejemplo en el que podemos ver a los estudiantes del grupo 1 intentando producir expresiones simbólicas sin realizar el mencionado cambio noemático.

Signos como marcas en actos narrativos

En este grupo, un (mal) cálculo con frases comparativas lleva a los estudiantes a concluir como sigue:

Stacey: Kelly tiene 2 caramelos más que Manuel. José tiene 5 caramelos más que Manuel. Juntos, ellos [Kelly y José] tienen 7 caramelos más que Manuel.

En lugar de transformar frases comparativas en unas asertivas, los estudiantes cambiaron la frase comparativa en una forma adverbial ('más'), algo que les permitió clasificar a los héroes en el problema verbal de acuerdo con el número de caramelos que cada uno tenía:

Stacey: José tiene 5 [más]. José tiene más, Kelly es segunda, Manuel tercero. Bueno, tú colocas x , que representa... no x que representa 7, ¿está bien? 12 [como resultado de $7+5$], 9 [visto como resultado de $7+2$], pero no sé cómo encontrar... [...]. Él [Manuel] tiene 7 menos que los dos juntos (ella escribe) $x-7$ [...] [37] Esto es igual a $x-7$ (sugiriendo $37=x-7$ o $x-7=37$).

La transformación de frases comparativas en unas asertivas está relacionada con la posibilidad de tomar explícitamente en cuenta la cantidad desconocida de caramelos. Sin embargo, la clara introducción de una letra para la designación de tal cantidad desconocida de caramelos no soluciona el problema. Esto se muestra a continuación en el extracto (Línea 2). Cuando el profesor llegó a ver el trabajo de los estudiantes, se dio cuenta de que los alumnos no habían tenido en cuenta x como la cantidad de caramelos de Manuel. Tratando de ayudar, dijo:

1. Profesor: Manuel es x .
2. Stacey: Sí. José tiene 5 caramelos más que Manuel y los 3 juntos tienen 37 caramelos.
3. Profesor: Aquí, ellos están pidiendo escribir la expresión algebraica para el número de caramelos representado por Kelly. Por lo tanto, si él es x , ¿qué es ella? Eso es lo que usted tiene que averiguar.
4. Stacey: (mientras mira al profesor, dice) $x-2$.

Aunque el enunciado del profesor tomó una forma elíptica (Manuel es x), fue un intento de provocar a los estudiantes a concentrarse en la cantidad de caramelos de Manuel. Su intento de cambiar el contenido noemático, sin embargo, fue contrarrestado por una frase (línea 2), que equivale a una respuesta monótona "Sí, sí, sabemos eso".

La construcción de una narrativa simbólica para el problema verbal requiere un nuevo enfoque: mientras que el problema verbal se desarrolla de acuerdo con una lectura lineal de izquierda a derecha (con retrospectivas eventuales), el punto de partida en la narrativa simbólica no tiene una ubicación permanente. En la narrativa simbólica, el *orden* del discurso (adoptamos el término de Foucault) es diferente y el carácter temático es sobre otras cosas.

¿Cuál es, entonces, el papel de los símbolos en las anteriores expresiones simbólicas de los estudiantes? Vamos a ver ahora que los signos de los estudiantes constituyen escrituras cortas recontando partes sobresalientes del enunciado *original*. Demos un vistazo más de cerca a las expresiones algebraicas de Stacey (" $x-7$ ", " $x-2$ "). Cada una de ellas se compone de tres signos: los signos en la segunda son: ' x ', ' $-$ ' y ' 2 '. Su significado, por supuesto, no es el requerido en la práctica del álgebra. No podemos decir, sin embargo, que la expresión no tenga sentido. La expresión " $x-2$ ", que está en tono polifónico en el que se mezcla la voz del profesor (línea 1) y la comprensión de Stacey de esa expresión (línea 4), puede ser leída como diciéndonos que Manuel tiene una cierta cantidad de caramelos (' x ') y que tiene dos (' 2 ') caramelos menos (' $-$ ') que Kelly. De esta manera, el signo ' $-$ ' no está realizando una resta sobre lo desconocido x , pero es una marca orientadora de

una escritura breve sobre el problema verbal. En una manera similar, el signo ‘7’ en la expresión ‘ $x-7$ ’ no se traduce simplemente como “ x menos 7”. Según lo indicado por las declaraciones de Stacey, el número 7 viene a formar parte de la expresión simbólica con un significado importado con lo que cada símbolo en la ecuación nos dice una parte del enunciado original.

Más tarde, el profesor vino a inspeccionar el trabajo del grupo. Él dijo:

Profesor: x es Manuel, ¿correcto?

Caroline: Sí.

Stacey: (*interrumpiendo*) Entonces, x menos...

Profesor: (*continuando su pronunciamiento*), Kelly tiene 2 caramelos más que Manuel. Supongamos que Manuel tiene 20 caramelos, ¿cuántos caramelos tendría Kelly?

Stacey: ¿22?

Profesor: 22. (*mira a Caroline*). Si Manuel tuviese 30 caramelos, ¿cuántos...?

Stacey: (*interrumpiendo*) 32

Profesor: (*mira a Jessica*). Por lo tanto, um, ¿qué hicieron ellos para encontrar Kelly?

Stacey: Usted puso el 2.

Profesor: (*corrigiendo*) Usted agrega 2.

Stacey: (*habiendo entendido cómo expresar algebraicamente la relación, dice, refiriéndose a José*) Ahí usted agrega 5. [...] Por lo tanto, es $x+5$. (*Los estudiantes escriben ‘ $x+2$ ’ y ‘ $x+5$ ’*)

Profesor: Entonces, ¿esto (*indicando la pregunta acerca de la ecuación para el problema en la página*) sería igual a qué? Esta es una ecuación de modo que tiene que igualar algo. (*El profesor es llamado por otro grupo y sintiendo que los estudiantes están en el camino correcto él los deja*).

Caroline: (*agregando las 3 expresiones algebraicas*) Por lo tanto, si yo tengo $3x+7$ (*mira a Stacey*) ¿ $3x+7$? [...] Esto significa 3, no, $3x+7$. ¿Esto es igual a 37?

Stacey: (*reconociendo el número 7, dice*) ¡yo no creo eso! ¡ $3x+7$ es igual a 37! ... ¡Oh!

Vemos cómo usando la fórmula elíptica ‘ x es Manuel’ y a través de un cálculo sobre números (que funcionan aquí como el sustento de la *noesis*, es decir, el acto de otorgar significado), el maestro cambia la atención de los estudiantes hacia las relaciones entre las cantidades de caramelos. Lo que es importante, sin embargo, no es que los estudiantes pudieran escribir las expresiones simbólicas buscadas. El punto importante es la emergencia de una especie de conciencia de que, en las expresiones simbólicas, los héroes, sin ser rechazados, son puestos en un telón de fondo y las predicaciones en la narrativa simbólica, son acerca de otras cosas, acerca de *objetividades*. Quizás fórmulas elípticas basadas en el verbo ‘ser’ del tipo “ x es Manuel” no son la mejor manera de fraguar la distancia entre el problema verbal y la narrativa simbólica. Y, tal vez, el uso del verbo “tener” hubiese sido más adecuado en términos del objetivo de la actividad (por supuesto, nos hicimos conscientes de ello sólo después de que la actividad fue analizada). Sin embargo, en el contexto del aula, la elección de fórmulas elípticas permitió a los estudiantes comenzar a moverse en el ámbito de los símbolos algebraicos y a empezar a aprender la increíble cantidad de significados que estas frases tienen, a pesar del número dramáticamente limitado de signos que ellas usan.

Nominalización

Los grupos 2 y 3 no se enfrentan a las mismas dificultades que el grupo 1. Por ejemplo en el grupo 2, encontramos a Anik diciendo:

Anik: Está bien ...Manuel va a ser la variable x (*apunta al papel*) como... como... si quieren encontrar la ecuación allí... la ecuación para Kelly es... porque... uh, ella tiene 2 más que Manuel. Manuel tiene... tiene la cantidad x . Por lo tanto, $x+2$, porque no sabemos, x es lo que tiene Manuel ¿correcto? Así, ella [Kelly] tiene... (*señala el papel*) tiene lo que tenga Manuel +2.

Vemos cómo la frase comparativa fue transformada en una asertiva (“ella tiene lo que sea que tenga Manuel +2”). Con la introducción de la letra x (en “Manuel va a ser la variable” y “Manuel tiene... tiene la cantidad x ”), Anik (primero utilizando el verbo ‘ser’ y, luego, el verbo “tener”) abre la puerta que conduce a la narrativa simbólica. Podemos ver, a pesar de la reformulación final, al término de su declaración, cómo los héroes empiezan a desvanecerse. La inserción de x como una designación del número de caramelos de Manuel, da lugar para una *nominalización*, es decir, un proceso en el cual alguna cosa llega a ser capaz de funcionar como

el sujeto o el objeto de un verbo. Al decir “lo que sea que tenga Manuel”, la expresión ahora puede convertirse en el sustantivo en la frase asertiva “Kelly tiene (sustantivo) +2”. De hecho, es interesante notar que, sin ayuda, el grupo 1 no podía ofrecer nominalizaciones. Los grupos 2 y 3, en cambio, ofrecieron ejemplos claros de nominalizaciones. Aquí hay un ejemplo, tomado del grupo 3, en relación con el problema 3 (donde x designó el número de caramelos de Kelly).

1. Michelle: Kelly ... (*Inaudible*) ... Aquí la x se mueve alrededor de todo. Ellos están tratando de engañarnos. Por lo tanto, si Kelly tiene 2 caramelos más que Manuel, Manuel tiene 2 caramelos menos que Kelly, ¿verdad? [...] Pero ahora que Kelly es x , menos 2 ...
2. Jessy: (*interrumpiendo*) Sí, sí.
3. Michelle: Estoy pensando... José tiene 5 caramelos más que Manuel. Así que Manuel tiene $x-2$. Luego José tiene 5 más que eso, ¿correcto? Por lo tanto, $x-2$ entre paréntesis... +5.

La línea 1 indica un cambio de significado. Aunque las afirmaciones “Kelly tiene 2 caramelos más que Manuel” y “Manuel tiene 2 caramelos menos que Kelly” se refieren al mismo estado de hechos, el significado no es el mismo (como en el famoso ejemplo de Frege también discutido por Husserl: *el vencedor en Jena vs a los vencidos en Waterloo*). El significado cambia debido a las diferencias en la forma de atender al objeto –el contenido noemático no es el mismo. En la última parte de la línea 1 y en la primera parte de la línea 3, Michelle establece la cantidad de caramelos de Manuel. La inserción del signo ‘ x ’ permite una *primera nominalización* que hace posible la frase ‘Manuel tiene $x-2$ ’ (una importante frase híbrida donde el significado es prestado del problema verbal a la narrativa simbólica). En la segunda parte de la línea 3, la atención se centra en ‘ $x-2$ ’. En lugar de ver esta expresión como expresando cualquiera de varios de sus posibles significados (por ejemplo, ‘la cantidad de caramelos de Kelly menos dos’ o ‘la cantidad de caramelos de Manuel’), Michelle procede a una sutil y fundamental suspensión de estos mediante el uso del deíctico ‘eso’. Al hacerlo, una *segunda nominalización* se produce: el referente es formalmente nominalizado y puede, por consiguiente, convertirse en el sustantivo del verbo “tener” en “José *tiene* 5 más que *eso*”. Como se mencionó en la Introducción, el interés teórico de la nominalización es informarnos cómo las expresiones simbólicas llegan a ser dotadas con significado en este limbo donde ni hemos abandonado el enunciado original, ni hemos entrado aún completamente en la narrativa simbólica. En particular, las nominalizaciones hacen posible ver cómo significados de más alto orden se han hecho disponibles para futuras predicaciones. Vamos ahora a discutir el problema didáctico de las operaciones con signos, necesarias para obtener la ecuación.

El colapso de las narrativas

Este es un extracto del grupo 2 durante su discusión acerca del problema 1:

1. Anik: Sí... Bien muchachos... (*Toma los papeles*), lo que estamos tratando de hacer es poner [*las expresiones simbólicas*] con la gente, ¿correcto? Kelly tiene 2 más que Manuel. Manuel tiene x . Más 2 es lo que tiene Kelly. [*Ella*] tiene lo que tiene él +2. Bien. Que va a ser $x+2$, esto entre paréntesis, más $x+5$. Eso será lo que José tiene, más x , que será lo que Manuel tiene [*piensa en la expresión* ‘ $(x+2) + (x+5) + x$ ’].
2. Luc: ¿Igual a qué? ¿30? ¿37? (*Chantal escribe* $2x+5x+x$)
3. Anik: (*mirando la expresión simbólica de Chantal*) $2x$, yo no lo creo.
4. Chantal: ¿Por qué no?
5. Anik: (*señala el papel*), porque aquí tú estás hablando acerca de 2 veces x .
6. Chantal: No
7. Anik: Aquí estamos haciendo $2+x$. (*Anik escribe* $(x+2) + (x+5) + x$).
8. Luc: (*mirando la expresión de Anik*) Tú agrupas todas juntas, agrupas todas las x (*Chantal borra lo que ella había escrito*)
9. Anik: (*Hablando a Luc*) No, ¡no!
10. Luc: ¡Sí! Usted agrupó todas las x .
11. Anik: ¡No! Esperen muchachos! ¡Esperen! (*señala el papel*).
12. Luc: ¡Oh mi Dios!
13. Anik: Yo sólo deseo explicárselo. ¡Muchachos, aquí! Él tiene... ella tiene $x+2$, ¿verdad?

En la línea 2, Chantal utiliza una sintaxis basada en el criterio de la yuxtaposición de los signos. La frase está estructurada en forma de una narrativa donde signos se codifican como términos clave –tanto como los signos pictográficos usados por los escribas de Mesopotamia hechos en el período protoescritural 3300-2900 a.C. cuando, por ejemplo, una serie de pictogramas que representan “ovejas” “dos” y “templo” puede significar “dos ovejas entregadas a (o recibidas de) el templo” (véase Radford 2001b, pp. 28-33). La expresión $2x$ no

significa el doble de x o dos veces x . Para Chantal, $2x$ comunica la idea de que Kelly tiene 2 dulces más que Manuel, y ésta es la razón por la que ella está sorprendida (línea 6) de que Anik pudiera haberlo interpretado de una manera diferente. Pero el diálogo anterior muestra otra de las características de la lucha de los estudiantes con el lenguaje simbólico algebraico. En la línea 8, Luc procede a agrupar términos semejantes. Anik se opone radicalmente a esta acción. ¿Por qué? La razón es que la agrupación de términos semejantes significa una ruptura con su significado original. Todos los esfuerzos que fueron hechos en el nivel de la designación de los objetos para construir la narrativa simbólica tienen que ser puestos en paréntesis. Toda la narrativa simbólica tiene que colapsar. No hay segmento correspondiente en el problema verbal que puede ser correlacionado con el resultado de la agrupación de términos semejantes, es decir, con $3x+7$. El esfuerzo desesperado de Anik por no perder la pista del significado de la narrativa es claro en la línea 13.

COMENTARIOS CONCLUYENTES

Enfocado en un problema verbal, en este artículo, me ocupé de dos puntos principales: (1) la designación de los objetos de discurso en la construcción de narrativas simbólicas y el significado de afirmaciones simbólicas y (2) algunos de los problemas surgidos en las operaciones que son llevadas a cabo con signos que relatan la narrativa simbólica. En cuanto al primer punto, el análisis de algunas de las principales líneas en el diálogo de los estudiantes sugiere que el éxito de los estudiantes en la construcción de la narrativa simbólica depende de su habilidad para moverse a través de diferentes capas de contenido noemático. En efecto, hemos visto la interacción entre los distintos significados y la dinámica necesaria para enriquecer, cambiar, y abandonar estos significados, así como el papel desempeñado en ello por las nominalizaciones. En cuanto al segundo punto, las observaciones en aula dan a entender cuán difícil puede ser hacer frente a lo que yo denominé el *colapso de las narrativas*. La constitución de significado después de tal colapso merece más investigación. Mientras Russell (1976, p. 218) consideró las manipulaciones formales de signos como descripciones vacías de realidad, Husserl enfatizó el hecho que tal manipulación de signos requiere un cambio de intención, un cambio noemático: el foco llega a ser los signos en sí mismos, pero no como signos *per se*. Y él insistió en que la manipulación abstracta de los signos es soportada por nuevos significados derivados de normas que se asemejan a las reglas de un juego (Husserl 1961, p. 79), lo cual le permitió hablar acerca de los signos con una *significación de juego*. Creo que la riqueza de la metáfora de Husserl reside en su énfasis en el papel convencional, cultural de las reglas. Puesto que la convención y la arbitrariedad son dos cosas diferentes, la debilidad de la metáfora es que no nos ayuda a ver la racionalidad detrás de su naturaleza convencional.

Notas

[1] Los problemas verbales de este tipo han sido investigados a fondo por Bednarz y Janvier (1994), en términos de los efectos que los diferentes tipos de relaciones comparativas (por ejemplo, comparaciones aditivas vs multiplicativas) tienen sobre las estrategias de los estudiantes.

[2] Husserl (1961, 44) acuñó el término *objetividad* (*Gegenständlichkeit*, *obectité*, *objectidad*) para referirse no necesariamente a una cosa individual, sino también a cosas complejas, categorías y estados de cosas, en tanto se convierten en el referente en frases.

Referencias

- Bednarz, N., Janvier, B. (1994). The emergence and development of algebra in a problem solving context. *PME* 18, Portugal, 2, 64-71.
- Duval, R. (in press). L'apprentissage de l'algèbre et le problème cognitif de la désignation des objets. *Actes du séminaire Franco-italien sur l'enseignement de l'Algèbre*, IREM de Nice.
- Husserl, E. (1931). *Ideas*. London: The Macmillan Company.
- Husserl, E. (1961). *Recherches Logiques (Recherches I et II)*. Paris: PUF.
- Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42 (3), 237-268.
- Radford, L. (2001a). Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra. *PME* 25, The Netherlands, 4, 81-88.
- Radford, L. (2001b). The Historical Origins of Algebraic Thinking. In Sutherland, R. et al. (Eds.), *Perspectives in School Algebra* (pp. 13-36). Kluwer.
- Radford, L. (in press-a). Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*.
- Radford, L. (in press-b). Algebra as tekhnē. *Artefacts, Symbols and Equations in the Classroom*. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*.
- Russell, B. (1976). *An Inquiry into Meaning and Truth*. London: G. Allen and Unwin.