Chapitre 7

La communication en mathématiques au cycle intermédiaire

Plan du chapitre

1. Introduction
2. Quelques objectifs clés de la communication au cycle intermédiaire
3. Mise en place et gestion de la communication au cycle intermédiaire
4. Un exemple de salle de classe : les limites de la perception
5. Survol et synthèse générale de l'exemple
6. Quelques pistes d'intervention
7. Pour en savoir plus…

> Comment naît donc le besoin de vérification? C'est assurément le choc de notre pensée avec celle des autres qui produit en nous le doute et le besoin de prouver.
>
> Jean Piaget, *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*.

1. Introduction

Au chapitre précédent, nous avons vu qu'un des buts de la communication au cycle moyen était d'amener l'élève à produire des textes argumentatifs comportant un niveau adéquat de clarté, de logique et d'efficacité. Au cycle intermédiaire, on doit viser un niveau encore plus élevé de sophistication des arguments. Pour comprendre le sens précis de la sophistication à laquelle on doit parvenir, il convient d'avoir présent à l'esprit que, au cycle intermédiaire, l'élève est amené à tenir des raisonnements qui portent non seulement sur tel ou tel objet particulier, mais aussi sur des objets généraux. Ainsi, les propriétés des diagonales d'un parallélogramme s'appliquent non seulement au parallélogramme qu'on a construit, mais à *tous* les parallélogrammes. La congruence d'angles ou de segments n'est pas strictement établie sur ce qu'on « voit » sur une figure. Il y a dépassement de la perception en tant que telle.

L'activité mathématique, au cycle intermédiaire, se caractérise par un passage conceptuel important qui va du particulier au général. Ce passage s'accompagne d'une transformation progressive sur le plan du raisonnement. Les raisonnements perceptifs (c'est-à-dire les raisonnements basés sur ce qu'on voit) se transforment en raisonnements qui s'appuient de plus en plus sur des relations mathématiques générales. Une démarche d'argumentation, où des raisonnements déductifs, inductifs et des abstractions sont ainsi mis en œuvre, permet la production de jugements et d'arguments d'une portée plus générale.

Le dépassement du cadre perceptif fait en sorte que le langage, les symboles et les formules mathématiques acquièrent une plus grande importance en tant que moyens de réflexion. Langage et symboles viennent objectiver le savoir d'une manière décisive. On atteint ici un niveau de généralité qui était latent dans les cycles précédents. Il devient possible, à cet âge, de produire des preuves mathématiquement plus convaincantes et d'avoir recours à des marches à suivre hautement complexes, comme le contre-exemple.

La communication en salle de classe visera alors à développer ce degré de sophistication par l'entremise d'activités appropriées. Avant de discuter des conditions de ces activités facilitant le développement, l'argumentation et le raisonnement mathématique, nous mentionnerons quelques objectifs de la communication au cycle intermédiaire. Bien sûr, ces objectifs doivent être compris dans le contexte d'une progression qui va au-delà des objectifs visés aux cycles précédents. Ainsi, on voudra encore que l'élève exprime des propos mathématiques appropriés, mais ce qu'on entend par « approprié » au cycle primaire n'est peut-être plus « approprié » au cycle intermédiaire. Il faut, en d'autres mots, comprendre l'adéquation d'un argument dans le contexte du contenu mathématique à apprendre et du développement de la pensée mathématique de l'élève.

2. Quelques objectifs clés de la communication au cycle intermédiaire

En continuité avec les objectifs du cycle moyen, à la fin du cycle intermédiaire, l'élève doit pouvoir :

1. utiliser les conventions mathématiques correspondantes au cycle intermédiaire;
2. écouter les propos mathématiques de ses pairs;
3. interpréter les arguments mathématiques de ses pairs;
4. évaluer de façon critique les arguments de ses pairs;
5. exprimer des arguments mathématiques appropriés à la situation mathématique en question;
6. présenter les justifications mathématiques des arguments qu'il ou elle avance;
7. améliorer sa connaissance de ce qu'est un argument exact, clair et suffisant;
8. organiser avec logique et efficacité la présentation d'un résultat d'une activité mathématique[32].

Pour réaliser ces objectifs, les enseignantes et enseignants auront avantage à utiliser des activités de salle de classe où la communication apparaît tant dans sa dimension écrite qu'orale. La section ci-dessous donne quelques pistes concrètes d'actions pédagogiques visant à soutenir le développement de la compétence Communication chez l'élève du cycle intermédiaire.

3. Mise en place et gestion de la communication au cycle intermédiaire

Afin qu'une leçon qui mise sur la communication soit bien réussie, il faut planifier la leçon en tenant compte de certaines conditions.

Le choix de la tâche mathématique

Il faut que la tâche donnée aux élèves soit suffisamment complexe pour permettre des interactions et des échanges intéressants. Elle doit être à la fois engageante, pertinente et suffisamment complexe pour entretenir des dialogues (voir chapitre 3).

La formation judicieuse de groupes

Il est essentiel de bien planifier la formation des groupes pour que le travail des élèves soit efficace et qu'il mène aux apprentissages visés. Il ne faut pas oublier que le cycle intermédiaire est un cycle difficile en ce qui a trait aux habiletés sociales de l'élève. La perception que l'élève peut avoir de lui-même et de sa capacité à bien réussir en mathématiques peut limiter son travail en équipe. Par conséquent, il faut tenir compte de ces constatations et faire en sorte que tous les élèves participent au travail du groupe.

Le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant

Les élèves de ce cycle sont plus autonomes que les élèves des cycles précédents, mais il n'en demeure pas moins essentiel pour l'enseignante ou l'enseignant de s'assurer que les élèves participent à l'activité

32 Pour la relation entre ces objectifs et les critères de la compétence Communication, se référer au chapitre 2.

mathématique. Les interventions de l'enseignante ou de l'enseignant devraient prendre la forme de questions qui poussent l'élève à approfondir ses propres connaissances. Un des rôles de l'enseignante ou de l'enseignant est de décider s'il est opportun d'intervenir à un moment donné de la discussion des élèves ou de laisser plutôt la discussion se poursuivre si l'on prévoit qu'en résulteront des dividendes cognitifs importants (voir chapitre 3).

Stratégies pédagogiques

La dynamique de travail en petits groupes peut prendre plusieurs formes. Par exemple, on peut utiliser la stratégie décrite au chapitre précédent. Pour le cycle intermédiaire, et aux fins d'illustration, nous avons choisi une variante de cette stratégie. La stratégie modifiée peut se résumer ainsi :

1. Introduction (mise en situation et rappel de la terminologie) de l'activité mathématique par l'enseignante ou l'enseignant.
2. Travail en petits groupes menant à la production écrite d'une ou de plusieurs explications raisonnées de solutions trouvées.
3. Rencontre avec un ou plusieurs groupes pour discussion orale et comparaison critique des textes écrits.
4. Retour aux petits groupes afin d'améliorer les résultats obtenus après la discussion de l'étape mentionnée au numéro 3.
5. Suite du travail en petit groupes pour poursuivre une tâche de généralisation des résultats obtenus au numéro 4.
6. Discussion générale.

Afin de donner une idée concrète de la façon dont la communication peut être encouragée au cycle intermédiaire, nous allons présenter, dans la section ci-dessous, des éléments concernant la mise en place et la gestion de la communication dans une classe de 7e année.

4. Un exemple de salle de classe : les limites de la perception

L'activité présentée aux élèves relève du domaine de la Géométrie et sens de l'espace. Plus spécifiquement, elle relève des constructions géométriques en 7e année. Notre activité, loin de se limiter à un exposé magistral, visait à faire en sorte que les élèves prennent conscience de la raison d'être des étapes de construction de quelques objets géométriques élémentaires.

Ce choix pédagogique relève, bien sûr, d'une position générale sur l'apprentissage. Comme nous l'avons indiqué au chapitre 1, l'apprentissage est selon nous lié à une prise de conscience progressive de ce qu'on apprend. On n'apprend pas d'un seul coup. L'apprentissage est un processus qui passe par une réflexion. Au cours de ce processus, des concepts culturels (tels que « médiatrice », « moyenne », « équation », etc.) sont transformés en objets de conscience par l'intermédiaire du langage, d'outils et de symboles.

La leçon s'est déroulée sur deux jours. On trouvera en annexe, après le chapitre 10, la description complète de cette leçon ainsi que quelques commentaires pour faciliter sa mise en place en salle de classe. Mentionnons ici brièvement l'attente et le contenu d'apprentissage tirés du programme-cadre de Mathématiques de l'Ontario se rapportant à la leçon :

– Domaine : Géométrie et sens de l'espace.

– Attente : Utiliser différents instruments pour effectuer des constructions géométriques.

– Contenu d'apprentissage : Identifier et construire des droites parallèles, des médianes, des médiatrices et des bissectrices à l'aide de divers instruments et techniques (p. ex., Mira, compas, pliage).

L'enseignante a commencé en faisant une révision de la terminologie et en expliquant l'activité de la première journée. Cette activité consistait à étudier les propriétés géométriques (côtés parallèles, types d'angles, etc.) d'un quadrilatère construit à l'aide de deux cerceaux et d'une règle non graduée et à dégager les étapes de construction de la médiatrice d'un segment donné.

Pendant la première partie de la leçon, les élèves ont travaillé en groupes de trois ou quatre. Chaque groupe s'est installé à une station de travail où il y avait un rouleau de corde, un rouleau de ruban gommé, une paire de ciseaux, un stylo-feutre, un mètre non gradué et un carton où l'on avait dessiné deux points, « A » et « B ». Chaque groupe avait une feuille d'activité (ou feuille de route) contenant plusieurs questions; en répondant à ces questions, les élèves devaient fournir des justifications. Pour aboutir aux objectifs 1, 5, 6, 7 et 8, mentionnés à la section 2 ci-dessus, on a encouragé les élèves à échanger et à justifier leurs raisonnements au sein du groupe.

Une fois que chaque groupe a répondu aux questions, il a rencontré un autre groupe (préalablement désigné par l'enseignante) afin d'échanger ses résultats et d'en discuter (objectifs 2, 3, 4, 6, 7 et 8). Les résultats et leurs justifications pouvaient être modifiés à la suite des échanges entre les groupes (objectifs 2, 3, 4, 5 et 8).

Le lendemain, les élèves devaient déterminer, en continuant le travail en petits groupes, les étapes à suivre pour construire une médiatrice à l'aide de deux outils : un *compas* et un bâtonnet en bois (qui a joué le rôle d'une règle non graduée). Les élèves devaient donc procéder à une sorte d'adaptation et de généralisation des résultats trouvés la veille à l'aide du cerceau et de la règle non graduée (objectifs 1, 2, 3 et 8). Le but de cette activité était de permettre aux élèves de rédiger un texte comportant les étapes de construction de la médiatrice et de l'échanger avec un autre groupe. Les élèves ont remis à l'enseignante leur texte aux fins d'évaluation formative (objectifs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8).

Dans ce qui suit, nous illustrons, à l'aide d'une série d'exemples concrets tirés des transcriptions d'élèves, la manière dont : (1) la conception de l'activité mathématique et (2) la gestion de la classe en petits groupes et sa dynamique sociale d'échange d'idées permettent aux élèves de participer au développement de la compétence Communication.

Engagement au dialogue

Tel que nous l'avons mentionné au chapitre 2, ce descripteur sert à évaluer la capacité de l'élève à exprimer des propos ou à présenter des arguments pour faire valoir ses points de vue mathématiques. L'élève a-t-il la capacité d'argumenter ses points de vue? Est-ce qu'il le fait avec clarté, pertinence et profondeur?

L'extrait ci-dessous provient de l'enregistrement vidéo de la première journée concernant la première partie de l'activité. L'extrait débute lorsque les élèves viennent tout juste de répondre à la question où nous leur demandions d'identifier tous les angles aigus (voir la leçon dans l'annexe, après le chapitre 10) et commencent la question suivante, où ils doivent identifier les angles obtus et expliquer pourquoi ces angles sont obtus.

Comme on le verra, l'extrait montre très bien comment les élèves s'engagent dans un dialogue qui permet le raffinement progressif des idées de chacun. On y voit en particulier la capacité de Judith et de Maryse de s'approprier une idée de Jean-François et, à partir de là, d'exprimer leurs arguments. Le dialogue porte essentiellement sur le quadrilatère que les élèves ont construit et qui est illustré à la figure 1.

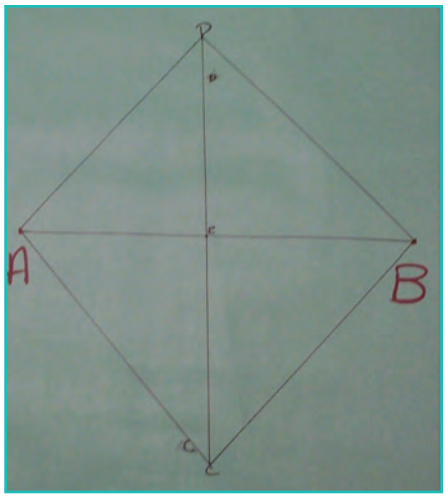


Figure 1 : Le quadrilatère construit par les élèves à l'aide des outils fournis : cordes, cerceaux, etc. Les côtés du quadrilatère ACBD sont en fait des rayons de cerceaux égaux.

1. MARYSE : Identifier les angles obtus. Les angles obtus… CBD. (*Elle montre du doigt l'angle sur le carton à l'aide d'un geste qui commence sur le point C, continue sur le segment CB, puis BD.*) Ah non! ça, ce n'est pas obtus… (*Elle regarde attentivement l'angle, puis elle dit :*) Il n'y a pas d'angles obtus là-dedans… (*Les élèves considèrent pendant un certain temps l'angle CBD en silence en essayant de déterminer s'il s'agit d'un angle obtus ou non; Maryse fait un geste des mains pour essayer d'estimer l'ouverture de l'angle CBD; voir Figure 2.*)

2. JEAN-FRANÇOIS : (*Il place la page blanche sur l'angle CBD afin de prouver que l'angle est plus grand que l'angle droit formé par le coin de la feuille de papier; en comparant l'angle CBD à l'angle droit fourni par le coin de la feuille de papier, il dit :*) Ça, c'est obtus. (*voir Figure 3*)

3. JUDITH : Pour que ça soit obtus, il faut que ça ait l'air de même. (*Elle longe le segment AB avec son doigt pour montrer un angle de 180 degrés.*)

4. MARYSE : Non, ça n'a pas besoin d'aller de même, ça peut être ici. (*Elle place la page blanche sur l'angle CBD comme avait fait Jean-François.*) Regarde! […] (*En se référant aux quatre angles du quadrilatère ABCD, elle dit :*) Ces quatre [angles] ici, on les a marqués aigus, mais ils sont obtus.

5. JUDITH : Non, ils ne le sont pas. Regarde!

6. MARYSE : Oui, ils le sont, regarde!

7. JUDITH : (*En se référant à l'idée d'utiliser le coin de la page, elle dit :*) Seulement si tu les mets de même (*En plaçant le coin de la page sur CBD, elle voit l'espace entre la position de la feuille indiquant 90 degrés et la ligne sur le carton; elle dit :*) DBC… (*à ce moment, elle se rend compte que DBC est obtus*)

8. MARYSE : À cause que BCA et CAD… (*elle montre les quatre angles*)

9. Judith : On ne les a pas marqués aigus. (*Elle se réfère aux angles aigus qui devaient être identifiés à la question précédente de l'activité.*)

10. Maryse : Oui.

11. Judith : Pourquoi?

12. Maryse : Je ne sais pas. Regarde ADB. (*Elle montre la feuille de réponse indiquant que l'angle avait été catégorisé comme aigu auparavant. Judith modifie la feuille de réponse en conséquence.*)

13. Maryse : DBC, oui, c'en est un.

14. Judith : C'en est un quoi?

15. Maryse : Obtus. Puis CAD, celui-là aussi. Puis BCA.

16. Judith : Angle ADB.

17. Maryse : DBC […] BCA, CAD.

18. Judith : Pardon?

19. Jean-François et Maryse : CAD. (*ils répètent ensemble*)

20. Maryse : (*En écrivant une justification à la réponse, elle dit :*) Ils sont des angles obtus parce qu'ils mesurent plus que 90 degrés.

On remarque que Jean-François fait part, communique ou argumente très peu comparativement aux deux autres élèves. Il joue tout de même un rôle important dans la discussion, car c'est lui qui suggère au groupe le « test de la feuille de papier » pour déterminer si un angle est obtus ou non (ligne 2; figure 3). Le test de la feuille de papier vient remplacer l'essai que Maryse a fait en utilisant ses bras pour estimer l'ouverture de l'angle (figure 2). On voit que l'activité intellectuelle commence à dépasser la cognition perceptuelle : on ne se contente pas de se fier aveuglément aux apparences. Bien que, reposant encore en partie sur la cognition perceptuelle, l'angle droit de la feuille constitue un outil pour accomplir une preuve pragmatique plus sophistiquée que la seule preuve fournie par les sens. Une fois que Maryse et Judith se rendent compte de l'utilité de la feuille de papier, elles s'en servent pour appuyer leurs arguments. Par là, elles donnent suite au propos de Jean-François et l'appliquent avec succès. C'est Maryse qui reprend en premier l'idée de Jean-François et la met en application pour étudier les autres angles. Judith s'approprie l'idée peu à peu. On la voit l'appliquer à la ligne 7.

Figure 2. Maryse fait un geste des mains pour essayer d'estimer l'ouverture de l'angle CBD.

Figure 3. Jean-François place la page blanche sur l'angle CBD afin de prouver que l'angle est plus grand que l'angle droit formé par le coin de la feuille de papier.

Remarquons néanmoins que les élèves commettent une faute. Ce n'est pas vrai que tous les angles du quadrilatère sont obtus. Il y a deux angles aigus. Le « test de la feuille de papier » a servi

à mettre en évidence les deux angles obtus. À partir de là, les élèves généralisent ce résultat pour tous les angles du quadrilatère. Peut-être que s'ils s'étaient méfiés davantage de leurs sens et s'ils avaient eu l'idée d'appliquer le même test à l'angle ACB ou à l'angle ADB, auraient-ils pu distinguer les angles. Bien sûr, commettre des erreurs comme celle-ci fait partie de l'apprentissage.

Considération des arguments

Du point de vue de la considération des arguments, l'extrait ci-dessous est intéressant en ce qu'il montre deux approches pour essayer de déterminer la condition de parallélisme. L'extrait montre la difficulté qu'éprouvent les élèves à comprendre les arguments des autres. Avant d'amorcer l'extrait, il faut noter que la question de l'identification des segments parallèles est conceptuellement très difficile étant donné les connaissances théoriques limitées des élèves. En posant cette question, nous voulions faire émerger des positions variées au sujet du parallélisme pour en discuter par la suite. Une des approches proposées pour étudier le parallélisme est celle de Nanette; il s'agit d'une approche qui reste ancrée sur le visuel. La deuxième approche, présentée par Shawn, reste aussi liée au visuel, mais elle commence à intégrer des éléments un peu plus intellectuels : deux droites sont parallèles si elles gardent la même distance l'une de l'autre. Comme on le verra dès la première ligne de l'extrait ci-dessous, bien que les deux méthodes fassent appel au critère de conservation des distances pour étudier le parallélisme de droites, dans le cas de Nanette, le critère n'intervient que sur le plan visuel. Shawn, par contre, l'incorpore dans la démarche qu'il propose en mesurant les distances. Jacques et Patrisha, les deux autres élèves de ce groupe de 4, restent partisans du visuel.

Shawn tentera de prouver que deux des côtés opposés du quadrilatère dessiné semblent être parallèles, mais ne le sont pas en réalité. Nanette n'est pas du tout ouverte à l'argumentation de Shawn. Elle procède à une généralisation qui n'arrive pas à convaincre Shawn.

1. Nanette : (*En lisant la question 3 de la feuille, elle dit :*) Identifiez tous les segments de droites parallèles… parallèles… tu sais les lignes qui ne vont jamais se toucher. (*Pour expliquer à ses pairs le concept de parallélisme, elle esquisse en se servant de ses mains deux droites qui avancent à égale distance l'une de l'autre.*)

2. Shawn : Il n'y en a pas. Ah oui! Eux autres ici. (*il indique les segments AC et DB*)

3. Nanette : Lesquels? […]

4. Shawn : AC, AB. Non! AC, puis DB.

5. Nanette : AC est parallèle à DB. OK. Là AD [est parallèle à] CB. (*elle montre les segments respectifs lorsqu'elle parle*)

6. Shawn : Je ne pense pas qu'ils le sont.

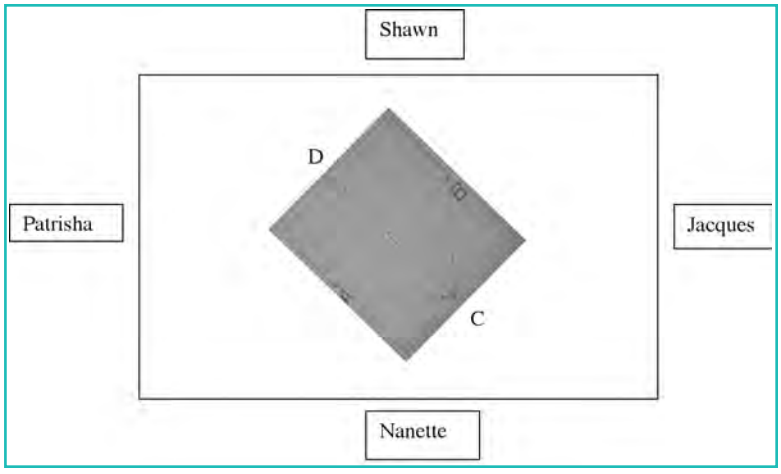


Figure 4. Position des élèves par rapport au quadrilatère.

7. **NANETTE :** Oui, regarde. Si ça l'est (*elle montre AC et DB*), [alors] il faut que ça (AD et CB) le soit. (*elle montre AD et CB*)

8. **SHAWN :** Elles (*AD et CB*) ne sont pas parallèles.

9. **PATRISHA :** Bien, c'est pareil!

10. **JACQUES :** Si tu t'en viens de même (*il montre la droite AC*), lui (*il montre CB*) il va toucher là. (*ses deux doigts se rejoignent au point C*)

11. **SHAWN :** (*en ignorant Jacques*) Elles (*AD et CB*) ne sont pas parallèles.

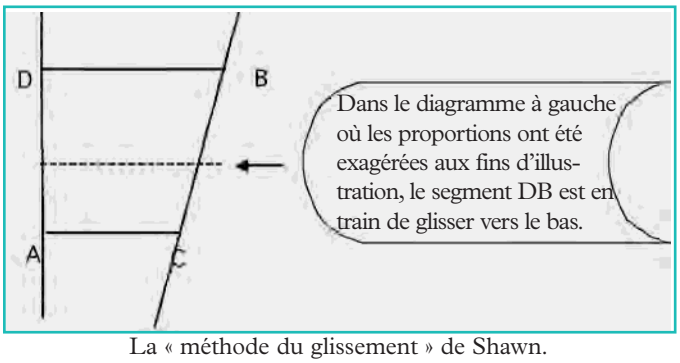
12. **NANETTE :** Non, les deux ici! (*elle montre AD et CB*)

13. **SHAWN :** Elles (AD et CB) ne le sont pas.

14. **NANETTE :** Comment tu sais?

15. **SHAWN :** Je te le jure... (*il se baisse au niveau de la table pour mieux suivre des yeux les deux droites; voir Figure 5*) On va mesurer. (*Il prend la règle non graduée et mesure la longueur de DB en marquant du doigt la position sur la règle; voir Figure 6; il glisse ensuite la règle vers AC en essayant de conserver la règle parallèle à DB. Quand il arrive au segment AC, il remarque que la longueur de DB est plus grande que celle de AC. En se référant à la « distance » entre les droites, il dit :*) Ce n'est pas égal tout le long!

Shawn a mesuré les segments DB à l'aide de la règle non graduée; la mesure est indiquée par son doigt sur la règle; il glisse la règle vers AC en essayant de garder la règle parallèle à DB; il note que la longueur de BC telle qu'elle est marquée sur la règle est plus grande que celle de AD. Cela, suggère-t-il, prouve que AD et CB ne sont pas parallèles.



La « méthode du glissement » de Shawn.

Figure 5. Shawn, au fond, à droite, se baisse au niveau de la table pour examiner les segments AD et CB, alors que Nanette glisse ses mains sur ces segments pour montrer le parallélisme.

Figure 6. Shawn mesure la longueur du segment DB. Il mesure ensuite AC et conclut que la longueur de DB est plus grande que celle de AC, ce qui prouve que, si on prolonge les droites, celles-ci vont se rencontrer.

Figure 7. Nanette enlève la règle des mains de Shawn et mesure la longueur de BC, puis de AD. Elle constate que les deux droites sont de la même longueur, et dit : « Voilà! »

Notons que Shawn n'explicite pas son argument. Nanette semble interpréter les propos de Shawn en lui faisant dire que, si les segments sont de même longueur, les droites qui les prolongent restent parallèles. Elle procède alors au même test et termine par un « Voilà! » conclusif (voir Figure 7). D'après elle, elle a pu défendre sa thèse en utilisant la méthode de Shawn. Par la suite, Shawn s'oppose à cette idée. Mais l'opposition reste sans explication cohérente, et Nanette ne peut pas suivre les propos de Shawn.

16. Shawn : Ce n'est pas la longueur! Ce n'est pas la longueur!

17. Nanette et Jacques : Oui!

18. Shawn : Parallèle, c'est quand elles ne se touchent jamais. (*Il fait des gestes des mains indiquant que les deux droites se poursuivent toujours à même distance l'une de l'autre.*)

19. Jacques : Elles ne se touchent jamais.

20. Patrisha : Elles peuvent continuer de même, et elles ne vont jamais se toucher. (*Elle suit les lignes AD et CB de ses doigts à l'extérieur du carton, toujours à la même distance l'une de l'autre.*)

21. Shawn : Si elles vont de même, elles vont devenir plus petites. (*Il suit les droites AD et CB de ses mains et les poursuit à l'extérieur du carton où il touche ses deux mains ensemble pour indiquer que les droites vont se toucher.*)

22. Patrisha : Si elles vont de même, elles vont se toucher. (*Elle montre en se servant de ses doigts des droites qui sont perpendiculaires.*)

23. Nanette : Ça ne fait pas de différence, elles continuent droite de même sans jamais se toucher. (*Elle prolonge les droites AD et CB en se servant de ses avant-bras montrant que ses mains ne se touchent pas.*)

24. Shawn : Oui, mais elles vont de même, elles vont se toucher. (*il montre de nouveau AD et CB*) Elles vont comme ça… regarde, ça s'en vient plus petit. (*en se référant à la distance entre les droites*)

25. Nanette : Oui, je sais, mais elles s'en vont droit… Elles sont parallèles. (*Elle est assise près de la droite AC et Shawn est assis près de la droite DB. Elle est d'accord que la droite AC est plus courte que DB, mais elle croit toujours que les droites AD et BC sont parallèles.*)

Les difficultés auxquelles se heurte le groupe sont très importantes. Elles ne sont pas propres à ce groupe. Il s'agit en fait de difficultés auxquelles devront faire face tous les élèves du cycle intermédiaire. On peut distinguer deux types de difficultés. La première est d'ordre cognitif; la seconde correspond à la compréhension de la nature même des mathématiques. Commentons-les dans l'ordre.

La difficulté cognitive

Du point de vue cognitif, la difficulté réside dans la tension entre l'objet concret perçu et l'objet général ou conceptuel. Comme le signalait déjà le philosophe Kant au XVIIIe siècle, tout raisonnement doit faire appel aux sens et au concret. Ainsi, il est impossible de penser sans avoir recours à des symboles concrets (figures, symboles numériques, etc.). Leibniz – autre philosophe allemand prédécesseur de Kant – s'amusait à demander à ses amis de faire des additions de deux nombres de trois chiffres sans écrire. Les amis s'étonnaient de la difficulté de la tâche. Sans recours aux sens et au concret, il est, en effet, presque impossible de faire quoi que ce soit. La question est de savoir jusqu'à quel point on peut se fier aux sens, en particulier

à ce qu'on voit (c'est-à-dire au perceptif). L'extrait précédent montre deux tendances différentes. Nanette se montre plus confiante que Shawn relativement à ce que ses sens peuvent lui apprendre. Shawn arrive à introduire le critère mathématique d'égalité de distance (mesurée selon la direction d'une transversale) qui caractérise les droites parallèles. En fait, il utilise un raisonnement logique sophistiqué apparenté au raisonnement par l'absurde, même s'il ne le désigne pas comme tel[33]. En termes explicites, le raisonnement de Shawn serait le suivant : si les droites étaient parallèles, elles resteraient toujours à la même distance. Or, puisqu'il y a deux endroits où les droites AC et BD ne se trouvent pas à la même distance, ces droites ne sont pas parallèles. Cela ne veut pas dire que Shawn produit une preuve purement intellectuelle. Dans sa démarche, Shawn utilise en fait des arguments perceptifs importants. Il glisse la règle vers AC en essayant de la garder parallèle à DB. Mais comment peut-on savoir s'il n'y a pas eu de changement d'angle, si petit soit-il, au cours de l'action? Du point de vue de l'apprentissage, le passage du mode perceptif au mode intellectuel ne se fait pas d'emblée. C'est un apprentissage qui va durer de longues années.

La difficulté mathématique

La difficulté d'ordre mathématique est la suivante : le parallélisme en question visait-il les segments particuliers et spécifiques dessinés sur le carton ou s'agissait-il plutôt d'objets idéaux définis par la marche à suivre géométrique de construction de segments suivie par les élèves?

En d'autres mots, parlons-nous en salle de classe du quadrilatère ACBD qui est là, dessiné matériellement sur le carton ou de l'objet idéal *représenté* par ce quadrilatère? Il faut bien comprendre qu'il ne s'agit pas d'une question purement philosophique : elle a des conséquences très importantes par rapport à ce que nous faisons en salle de classe.

En effet, s'il s'agit du quadrilatère matériel, il serait très difficile de dire *avec certitude*, en utilisant des arguments basés seulement sur la mesure des segments, si DB est vraiment plus grand que AC. Quelle précision peut nous donner une règle? Une précision de l'ordre des dixièmes? centièmes? Il y a une limite au-delà de laquelle la mesure avec une règle (ou avec n'importe quel autre instrument) ne peut plus nous renseigner. Il se peut que la mesure des segments semble être la même, mais qu'en réalité les segments soient de longueurs différentes. Il faut amener l'élève à comprendre que le quadrilatère matériel est une représentation du quadrilatère idéal qui reste défini par la série d'étapes menant à sa construction. Dans ce cas, le raisonnement à suivre est que les côtés du quadrilatère sont des rayons de cercles identiques, et que, par conséquent, ils sont de même longueur, même si, en raison des imperfections du dessin, AC semble être plus petit que DB.

La distinction entre la représentation d'un objet mathématique et l'objet lui-même est des plus difficiles. Mais elle doit être abordée en salle de classe, sans quoi on ne pourra pas déborder du domaine du perceptuel. Il ne s'agit pas d'entrer dans des détails subtils; on peut y accéder en faisant ressortir le fait que le dessin est un diagramme dont les parties (segments, points, etc.) doivent toujours être interprétées en fonction des propriétés mathématiques utilisées dans la construction.

L'extrait ci-dessous, provenant du groupe de Jean-François, Judith et Maryse montre un type d'intervention qui amène les élèves à interpréter les objets géométriques en fonction de leur construction.

---

33 Rappelons que, dans un raisonnement par l'absurde, on procède comme suit : pour prouver qu'une proposition est vraie, on part de l'hypothèse qu'elle est fausse. Si cette hypothèse nous amène à une contradiction, cela veut dire que la proposition est bel et bien vraie. Si on veut prouver que l'ensemble de nombres premiers est infini, on peut supposer l'opposé (c'est-à-dire que cet ensemble est fini) et aboutir à une contradiction. La contradiction prouve qu'il y a une infinité de nombres premiers.

1. **Enseignant :** Est-ce que je peux vous poser une question? Pourquoi dites-vous que tous les segments sont égaux?
2. **Maryse :** Parce que, s'ils étaient faits avec une règle, ça (leur longueur) serait supposée d'être pareille […] avec les bonnes mesures, ça serait supposée d'être pareille.
3. **Enseignant :** Mais, ça serait quoi la raison?
4. **Judith :** Parce que les perpendiculaires sont 90 degrés […]
5. **Enseignant :** Si on ne savait pas que ça, c'est perpendiculaire, est-ce qu'on pourrait encore dire que… les côtés du quadrilatère sont égaux?
6. **Judith :** Non…
7. **Maryse :** Il faudrait que tu les mesures…
8. **Judith :** Pas vraiment.
9. **Maryse :** Juste si tu les mesures […]
10. **Jean-François :** Ces deux-là (*les segments AB et CD*) pourraient être perpendiculaires.
11. **Enseignant :** (*Maryse se met à mesurer les côtés avec la règle; l'enseignant dit :*) Là, ce que tu es en train de faire, c'est d'utiliser la règle.
12. **Judith :** (*en expliquant à l'enseignant*) Pour essayer de voir si c'est à peu près la même chose.
13. **Enseignant :** Comment est-ce que vous avez trouvé le point D et le point C? […]
14. **Judith :** C'est là où les cercles s'intersectent… là où les cerceaux s'intersectent.
15. **Enseignant :** Ah! (*Il profite de l'occasion présentée par Judith, qui parle des cerceaux.*) Parce qu'ici il y avait le cerceau! Oui!
16. **Judith :** Oui!
17. **Enseignant :** (*En indiquant de la main le segment AD, il dit :*) Ça, c'est quoi par rapport au cerceau?
18. **Judith :** (*L'enseignant apporte un des cerceaux qui se trouvent sur la table à côté et place le centre du cerceau, qui est indiqué par une intersection de diamètres faite avec une corde, sur le point A.)* Oui, ça, *(Elle indique les points A, B, et reconstruit la marche à suivre en disant :*) c'étaient les deux centres du cerceau, puis il fallait qu'on les rejoigne avec les points d'intersection (des cerceaux).
19. **Enseignant :** (*En faisant un geste de la main, il montre le rayon AC du cerceau; voir Figure 8.*) Comment est-ce qu'on appelle ça? […]
20. **Maryse :** Un rayon.
21. **Enseignant :** C'est un rayon! […]
22. **Enseignant :** Puis ça… (*Maryse interrompt et identifie le segment CB comme étant un autre rayon.*)
23. **Enseignant :** Et ça? (*Il montre les segments BD et AD.*)
24. **Judith :** (*en se référant aux côtés du quadrilatère*) Ça, c'est un rayon, puis ça, puis ça et ça.

25. Enseignant : Alors, pourquoi est-ce que ces côtés sont égaux?

26. Judith : À cause que ce sont les rayons.

27. Maryse : À cause que ce sont les rayons de deux cercles, puis les deux cercles sont de la même grandeur!

28. Enseignant : Ah! OK (*en récapitulant ce qui vient d'être dit*), on n'avait même pas besoin de mesurer avec la règle, parce que c'étaient les rayons des cerceaux! […] (*L'enseignant part et les élèves continuent leur discussion.*)

Figure 8. L'enseignant montre d'un geste de la main droite le segment AC qui correspond, dans la construction, à l'un des rayons du cerceau dont le centre est le point B (indiqué par la main gauche de l'enseignant).

29. Judith : Les quatre segments […] ont été formés par…

30. Maryse : (*interrompt pour compléter la phrase*) Les rayons.

31. Judith : Les rayons.

32. Maryse : (*en continuant la phrase*) De deux cercles de la même grosseur.

Organisation de la présentation

L'élève du cycle intermédiaire doit organiser, présenter et appuyer ses idées à l'aide de différentes formes de communication. Il doit le faire avec clarté, logique et efficacité. Encore une fois, il serait possible d'évaluer ce critère à l'oral ou à l'écrit. Nous nous limiterons ici, pour des raisons d'espace, à l'organisation de la communication sous sa forme écrite. Nous examinerons un texte expliquant les étapes de construction de la médiatrice à l'aide d'une règle non graduée et d'un compas. Ce texte a été produit par les élèves la deuxième journée de la leçon, puis a été échangé entre les groupes. Il y a eu, par la suite, une rencontre pour discuter des points forts et faibles de chaque production de groupe (voir la leçon en annexe, après le chapitre 10).

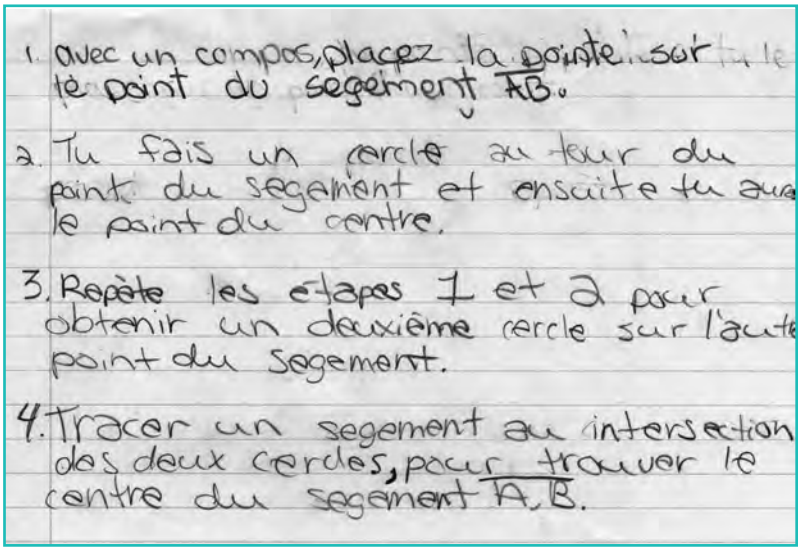

1. avec un compas, placez la pointe sur le point du segment AB.
2. Tu fais un cercle au tour du point du segment et ensuite tu aus le point du centre.
3. Repète les étapes 1 et 2 pour obtenir un deuxième cercle sur l'aute point du segement.
4. Tracer un segement au intersection des deux cercles, pour trouver le centre du segement A.B.

Figure 9. Description faite par un groupe d'élèves des étapes à suivre pour trouver la médiatrice d'un segment. Le texte s'en tient à un minimum d'informations, souvent présentées sans les précisions adéquates.

Comme on peut voir sur la figure 9, les élèves n'ont pas inséré de dessins décrivant les étapes à suivre ni d'exemples.

Le prochain texte (figure 10) montre plus de clarté, de logique et d'efficacité. Le groupe utilise des dessins afin de mieux communiquer les étapes à suivre. On y trouve aussi

des étapes très détaillées qui permettraient à n'importe qui de reproduire une médiatrice en utilisant un bâtonnet et un compas. Le groupe s'est aussi assuré que la démarche est claire en incluant des lettres pour désigner des points importants sur le diagramme (les points C et D, par exemple). Ce travail est organisé, clair et logique, et montre une maîtrise plus grande que le texte précédent du critère « organisation de la présentation » de la compétence Communication.

Il faut tout de même signaler que, pour que la construction soit possible, le rayon du cercle doit respecter une condition : la longueur du rayon doit être plus grande que la moitié du segment AB, sans quoi les cercles ne vont pas se couper. C'est cette condition qui semble être indiquée, mais de façon ambiguë, à la ligne 1, où il est indiqué « assez grosse mesure ».

Comment fabriquer une médiatrice précise sans règle, avec ton compas.

1- Choisis une mesure de rayon pour ton cercle avec ton compas et écrit le sur ton bâtonnet (assez grosse mesure)

2- Place ta pique ton compas sur un des deux points (A ou B) ensuite trace ton cercle et plus trace l'autre.

3- Fait deux points ou les deux cercles s'intersectent Identifie-les (C, D) et trace un segment entre ces deux points.

4- Fait un point où les segments AB et CD s'intersectent et identifie le par la lettre E.

5- Vérifie avec un objet que tu as avec toi qui a un angle de 90°, par ex, une feuille de papier, pour voir si ta médiatrice a quatre angles de 90°.

6- Vérifie avec la règle (Mme ____ va te la donner) si ta médiatrice est bien centrée.

7- Indiquer les parties des segments qui sont congrus à l'aide de petites lignes.

8- Finalement indique que tes angles sont de 90°.

Figure 10. Construction d'une médiatrice proposée par un autre groupe. On y voit un souci de rendre le message plus clair.

Syntaxe et symboles

Pour étudier la maîtrise du critère « syntaxe et symboles », on peut utiliser la même figure qu'on a utilisée pour le critère « d'organisation de la présentation ». En particulier, la figure 9, illustrant un rendement faible sur le plan de l'organisation de la présentation, est aussi faible sur le plan de la syntaxe. Des points et d'autres objets géométriques insérés dans la construction ne sont pas mentionnés de façon explicite à l'aide de lettres. Par contre, le texte de la figure 10 montre comment faire des objets géométriques, ce qui rend le message plus clair. Comme nous l'avons noté précédemment, l'insertion de dessins vient clarifier le message.

Rencontre de groupes

Au chapitre précédent, lors de notre discussion de la communication dans une classe de 5e année, nous avons indiqué que la rencontre entre groupes exigeait souvent une structuration précise pour pouvoir assurer la participation active de tous les élèves. Dans la classe de 7e année, nous avons remarqué que les élèves s'impliquaient davantage et avec beaucoup plus d'autonomie. Les échanges sont beaucoup plus soutenus et l'argumentation devient plus poussée[34].

34 Bien sûr, nous ne pouvons pas généraliser ce résultat à l'échelle de toutes les classes de cinquième et de septième année. Comme nous l'avons souligné aux chapitres 1, 2 et 3, le développement est lié à l'apprentissage. Des élèves qui ont bénéficié d'un enseignement favorisant la maîtrise de la compétence Communication durant plusieurs années peuvent atteindre des niveaux d'autonomie et de raisonnement plus élevés que des élèves du même âge ou que des élèves plus âgés ayant reçu un enseignement traditionnel.

L'exemple ci-dessous montre très bien le genre de discussions qui ont eu lieu entre les groupes. Un groupe de trois individus (Julie, Jules-Pierre et Simon) rencontre le groupe de quatre individus (Nanette, Shawn, Jacques et Patrisha) que nous avons eu l'occasion de mentionner à la section « Considération des arguments ». La discussion porte essentiellement sur le problème des droites parallèles. Le groupe de quatre élèves tente de convaincre le groupe de trois élèves que les droites AD et CB ne sont pas parallèles. (Quand la rencontre a eu lieu, Nanette a adopté le point de vue de Shawn.)

1. JULIE : Un parallélogramme, tous ses bords sont parallèles.

2. SHAWN : Mais lui, c'en est pas un.

3. NANETTE : (*En voyant que l'autre groupe ne croit pas Shawn, elle intervient et dit :*) Regarde. (*Elle suit de ses avant-bras les droites AD et CB; voir Figure 11; elle continue à se servir de ses bras pour faire le geste, elle exagère le fait que les droites vont plus loin se rencontrer; voir Figure 12.*)

Figure 11. Nanette commence le geste pour montrer que les droites ne sont pas parallèles.

4. SHAWN : (*Avec assurance, il dit :*) Je l'ai mesuré.

5. JULIE : Regarde! Ils disent qu'elles vont se refermer. Elles ne se referment pas. C'est un parallélogramme! (*Elle parle à l'enseignant qui les regarde, cherchant un appui. Mais l'enseignant décide de ne pas intervenir.*)

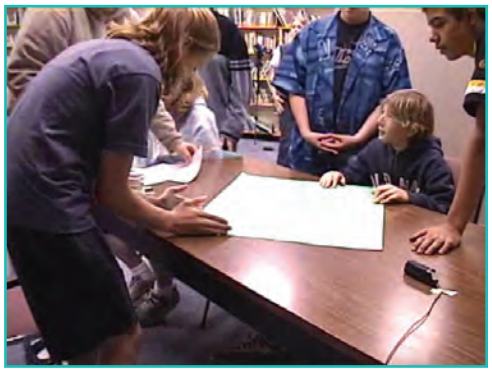


Figure 12. Fin du geste où Nanette montre en se servant de ses mains que la distance entre les droites devient de plus en plus petite.

6. NANETTE : Ils vont se fermer! Regarde! Tu vas de même (*elle fait le même geste de ses avant-bras qu'à la figure 11*), et puis ça va continuer à se rapetisser de même. (*ses avant-bras se referment au fur et à mesure que le geste se poursuit*) […]

7. JULES-PIERRE : Avez-vous un mètre?… Je vais aller chercher deux mètres, et on va voir!

Les trois élèves du groupe sont complètement incrédules. Le groupe de quatre élèves tient fermement à son résultat. Pendant que Jules-Pierre part chercher les règles, beaucoup de discussions et d'argumentation s'ensuivent, mais les élèves n'arrivent pas à convaincre les autres. Un peu de temps passe, et Jules-Pierre revient avec deux règles. Shawn prend une règle et montre sa méthode de glissement de la règle pour vérifier que les lignes ne sont pas parallèles au grand plaisir des membres de son groupe. Mais il n'arrive pas à convaincre les opposants. Nanette prend la relève :

8. JULES-PIERRE : Regarde. Mets-les de même. (*Il cherche à placer une règle sur la droite DB et l'autre sur AC; il veut ensuite comparer, en regardant de près, l'allure des règles afin de déterminer s'il y a ou non parallélisme.*) C'est droit! Regarde! (*Une des difficultés – mais ce n'est pas la seule – est que Jules-Pierre et son groupe vérifient si AC et DB sont parallèles, tandis que Shawn et son groupe travaillent sur AD et CB.*)

9. Nanette : (*Elle applique la « méthode du glissement » : elle déplace la règle qui se trouve sur AC en la dirigeant vers BD; voir Figure 13. Au cours du glissement, elle dit :*) Là, elle continue d'aller de même. Elle continue…. Vérifie mon doigt où il est rendu! Ça va toujours droit… (*ce qui veut dire que, au moment du glissement, elle s'assure que le parallélisme de la règle qu'elle déplace est conservé*)

Figure 13. Nanette fait glisser la règle en la changeant de position (AC vers BD). Son index droit marque la longueur du segment AC. Au moment du glissement, elle essaie de garder la règle en position parallèle à AC. Shawn observe attentivement le glissement de la règle. À côté de Shawn, debout, Jules-Pierre observe également la démarche de Nanette et dit : « Tu l'as bougée! ».

10. Jules-Pierre : Tu l'as bougée! (*Par là, il indique que le parallélisme lors du glissement a été perdu, ce qui met en échec la méthode du glissement.*)

11. Nanette : Non! Je ne l'ai pas bougée!

12. Jules-Pierre : Oui! Tu l'as bougée! (*On entend des voix qui disent en même temps « elle l'a bougée » et d'autres qui disent « elle ne l'a pas bougée ».*)

13. Nanette : Oh! Non! (*Elle lâche la règle et abandonne, découragée de ne pas avoir pu convaincre l'autre groupe.*)

La discussion se poursuit entre les élèves, pour conclure par une question destinée à l'enseignant à qui l'on demande de trancher le débat. Les deux groupes sont dans une impasse, et il semble que seul l'enseignant puisse résoudre leur dilemme.

La discussion de groupe a été très mouvementée durant ce court épisode. Tous les élèves ont participé de façon organisée et logique, beaucoup plus qu'en 5e année. Les arguments mis en avant s'appuyaient sur des raisons différentes, mais les positions de départ étaient très éloignées l'une de l'autre. L'une des raisons de cet éloignement initial est que le groupe de Julie est allé rencontrer le groupe de Shawn. Les deux groupes ont travaillé ensemble sur le carton de ce dernier groupe. Vu les imperfections insurmontables de tout diagramme, qui n'est qu'une représentation de la démarche suivie, le diagramme du groupe de Shawn était différent de celui du groupe de Julie. C'était donc plus difficile pour le groupe de Julie de laisser de côté les réponses que Julie et son groupe avaient obtenues sur leur diagramme – où les droites avaient une allure plus parallèle – et de les comparer au diagramme du groupe de Shawn. Comme nous l'avons mentionné précédemment, la tension réside dans la distinction entre l'objet mathématique et sa représentation.

5. Survol et synthèse générale de l'exemple

Cette série d'extraits, de dialogues et de travaux scolaires donne quelques idées quant aux possibilités et aux limites de la communication chez les élèves de la 7e année. Ces élèves possèdent maintenant un vocabulaire riche. Ils peuvent s'engager dans des dialogues plus poussés et se concentrer sur l'activité mathématique pendant des périodes de temps plus longues qu'aux cycles précédents. En contrepartie, cette facilité à communiquer fait en sorte que l'évaluation de celle-ci peut être un défi, car il y a une variété plus riche d'arguments possibles et de formats de présentation tant à l'écrit qu'à l'oral.

Étant donné que les classes sont encore décloisonnées en 7e année, les habiletés à l'intérieur d'une même salle de classe varient beaucoup. Pour cette raison, la sélection des groupes de travail est une question délicate et difficile. Il n'y a pas de recette miracle. On peut essayer certaines sélections de groupes et les modifier selon les résultats qu'on obtient en cours de route. Dans notre cas, il y avait des groupes homogènes et des groupes hétérogènes. Dans chacun des cas, les élèves ont participé activement; bien que les élèves plus faibles n'aient pas nécessairement eu une part égale dans l'activité discursive, ils ont eu tout de même leur place dans la discussion. Il faut toujours avoir à l'esprit l'idée d'établir une atmosphère d'ouverture et de respect mutuel à l'intérieur de la salle de classe si l'on veut obtenir des résultats optimaux en communication.

Une autre remarque utile à faire concerne les élèves timides. Dans un des cas, un garçon assez timide se trouvait avec deux filles qui étaient fortes de caractère. Il parlait très peu. En utilisant la grille pour évaluer le groupe et les élèves individuellement, on remarque qu'il argumentait très peu, mais qu'il avait une très bonne écoute et qu'il était très attentif. Il a retenu beaucoup de la leçon, même s'il n'a pas discuté autant que les deux filles – il semble même parfois avoir été ignoré par les deux filles. Il est important de saisir cette occasion pour encourager l'élève timide à discuter. Nous devons aussi profiter de la situation pour enseigner aux élèves les règles de la discussion et le respect des autres.

La discussion entre les groupes s'est révélée être une stratégie qui a permis une discussion systématique, ouverte et intéressante en salle de classe. Si on compare ces discussions à celles qui ont eu lieu lors des rencontres entre les groupes de 5e année, on note une nette amélioration. En 7e année, les élèves participent de façon active, tout en considérant les arguments des autres et en apportant les leurs.

Le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant, dans une classe de 7e année, est toujours critique. Les enseignantes et les enseignants doivent être attentifs aux émotions des élèves qui réalisent une tâche en groupe. Il faut aussi être à l'affût des situations où une intervention serait bénéfique. Nous avons remarqué, à plusieurs reprises, que les élèves cherchent l'approbation de l'enseignante ou de l'enseignant pour prouver leur point de vue. Un des rôles de l'enseignante ou de l'enseignant est donc de déterminer si son intervention, à un moment donné, serait plus nuisible que favorable.

Du point de vue conceptuel, il faut remarquer que la géométrie a un vocabulaire complexe qui lui est spécifique. La maîtrise du lexique géométrique ne va pas de soi. Un losange possède une définition précise qu'il faut distinguer de celle du parallélogramme et des autres quadrilatères. Il y a aussi le problème d'utilisation d'un vocabulaire approprié, appliqué dans un mauvais contexte. Par exemple, dans un des groupes, on parlait d'un prisme ou d'une pyramide lorsqu'en fait on ne travaillait qu'avec des figures à deux dimensions.

Mais, sans doute, les deux problèmes cruciaux auxquels se heurtent les élèves du cycle intermédiaire sont les problèmes cognitifs et mathématiques mentionnés au cours de ce chapitre. On a vu comment les élèves ont tendance à se limiter au domaine du perceptif. Ainsi, à la ligne 8 de la section « Rencontre de groupes », Jules-Pierre place les deux règles sur les segments pour apporter une preuve visuelle du parallélisme en question. Il faut un effort soutenu et explicite de la part de l'enseignante ou de l'enseignant pour faire en sorte que les élèves saisissent le mode de fonctionnement du raisonnement mathématique qu'on vise. Comme nous l'avons déjà souligné, l'activité perceptive est un ingrédient de la pensée mathématique. Mais il faut enrichir l'activité perceptive par l'utilisation d'arguments qui, en faisant l'activité perceptive, permettent à l'élève d'atteindre un niveau de généralisation plus élevé. La

preuve du « glissement de la droite » que propose Shawn et qu'utilise Nanette lors de la rencontre de groupes ne peut pas être concluante, comme l'a très bien illustré la remarque de Jules-Pierre (voir Figure 13). On a besoin d'arguments d'un autre type, on a besoin d'arguments qui puissent nous aider à aboutir à des conclusions avec plus de certitude (voir la leçon dans l'annexe, après le chapitre 10; on y trouve une preuve du parallélisme des segments dont il a été question ici).

L'autre problème crucial – le problème mathématique – que nous avons mentionné plus haut a été au centre du débat de la rencontre du groupe de Shawn et de celui de Jules-Pierre. C'est le problème de la distinction entre un objet mathématique et sa représentation. Il ne faut pas confondre l'un et l'autre. Si la représentation coïncidait avec l'objet idéal, les deux groupes auraient eu raison. Un groupe aurait abouti apparemment à un parallélogramme, alors que l'autre non. La distinction à faire est celle-ci : la nature géométrique du quadrilatère générée par la construction ne relève pas des talents en dessin des élèves, mais de la nature logique de la construction. En d'autres mots, on ne déduit pas la nature du quadrilatère en partant des mesures de ses côtés, mais en partant des étapes de sa construction. La mise en œuvre des étapes de construction donne un quadrilatère concret et particulier. Ce dessin particulier ressemblera au parallélogramme selon la précision de la construction réalisée.

Le contenu à enseigner au sujet des figures planes en 7e année n'est pas très étendu, mais il marque une rupture colossale par rapport à ce que les élèves ont appris auparavant. Le concept de construction géométrique soulève en même temps le problème capital de la compréhension du caractère idéal ou abstrait des objets géométriques. Tout se joue dans cette distinction entre l'objet mathématique et sa représentation, distinction qui prend une allure fondamentale en géométrie. Comme Laborde l'indique très clairement,

> il s'agit de faire comprendre aux élèves qu'en géométrie ils doivent s'aider de ce qu'ils voient pour avoir des idées dans la résolution d'un problème de géométrie, mais qu'ils n'ont plus le droit d'utiliser ce qu'ils voient quand il s'agit de raisonner « rigoureusement » et doivent alors se cantonner au niveau théorique[35].

Ce que la leçon que nous avons analysée ici suggère, c'est que la communication s'avère un moyen fondamental pour amener les élèves à discuter de ces différences. Bien sûr, très souvent, les élèves ne pourront pas surmonter eux-mêmes ces différences. On a très bien vu que les élèves n'ont pas pu se sortir de l'impasse dans laquelle ils se trouvaient lors de la rencontre de groupes.

35 C. Laborde. (2003). « Géométrie – Période 2000 et après », dans *One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique*, Coray *et al.* (dirs.), *L'Enseignement Mathématique*, Monographie no 39, p. 145.

6. Quelques pistes d'intervention

Apprendre à fournir des contre-exemples

Le cycle intermédiaire est propice au développement de stratégies argumentatives telles que le contre-exemple et le raisonnement par l'absurde. L'enseignante ou l'enseignant peut fournir des énoncés mathématiques et demander aux élèves de trouver un contre-exemple ou un raisonnement par l'absurde.

Par exemple, un énoncé pourrait être le suivant : dans un quadrilatère, deux côtés opposés sont parallèles. Peut-on conclure que les deux autres côtés opposés sont parallèles?

Nanette a utilisé cet énoncé dans la section « Considération des arguments », à la ligne 5, où elle fait une généralisation inexacte. Les élèves pourront produire des contre-exemples de l'énoncé précédent (ce qui mène, bien sûr, au concept de trapèze) et s'exercer à ce type d'argument.

Étudier des généralisations de la construction de la bissectrice

Si on a deux cerceaux de rayons différents, la construction fonctionne-t-elle?

Discuter de quelques tests de parallélisme

L'enseignante ou l'enseignant peut présenter dans sa classe la méthode du glissement de Shawn et demander à ses élèves d'en discuter.

Clarifier le but de la rencontre entre groupes

Le groupe de Jean-François a rencontré un autre groupe pour discuter de la feuille d'activité de la première journée. La discussion s'est limitée à une simple vérification de réponses. Les élèves n'ont pas discuté des justifications proposées. L'enseignante ou l'enseignant pourrait s'assurer que les élèves comprennent que les rencontres de groupes visent surtout à échanger les raisonnements et pas seulement les réponses.

Prendre en compte le développement affectif de l'élève

Pour participer fructueusement à l'activité discursive de la salle de classe, l'élève doit se sentir à l'aise. L'enseignante ou l'enseignant doit s'assurer de créer une culture de tolérance, de respect et d'échange d'idées. Dans ce contexte, l'enseignante ou l'enseignant donne l'exemple d'une personne ouverte à l'échange et à la communication, en s'impliquant dans les délibérations des élèves par des questions visant à rendre les arguments plus explicites, en demandant des contre-exemples, en suggérant l'étude de situations qui prolongent ou généralisent les problèmes discutés par les élèves, etc.

Il ne faut pas oublier qu'à cet âge l'élève est dans une situation sociale très vulnérable. L'élève cherche par tous les moyens possibles de se faire ami avec les autres. Souvent, contrairement aux plus petits, l'élève du cycle intermédiaire cherche davantage à plaire à ses pairs qu'à l'enseignante ou à l'enseignant. Il est important de tenir compte de ces aspects affectifs propres à la psychologie de l'adolescent, d'autant plus que cognition et affectivité sont deux processus indissociables : il est impossible de connaître sans ressentir.

7. Pour en savoir plus…

Arsac, G. (1993-1994). *Vérité des axiomes et des théorèmes en géométrie – Vérification et démonstration. Petit x*, n° 37, p. 5-33.

Bkouche, R. (2000). « Quelques remarques autour des cas d'égalité de triangles ». *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, APMEP (France), n° 430, p. 613-629.

Hatfield, M., and G. Bitter. (1991, November). "Communicating Mathematics". *Mathematics Teacher*, 615-622.

Laborde, C. (2003). « Géométrie – Période 2000 et après ». *One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique*, Monographie n° 39, 133-154.

Parzysz, B. (1988). "*'Knowing' vs 'Seeing'*. Problems of the plane representation of space geometry figures". *Educational Studies in Mathematics,* 19, 79-92.

Ralston, A., and S. Willoughby. (1997, September). "Realistic problem formulation in problem solving". *The Mathematics Teacher*, 90 (6), 430-433.

Rouche, N. (2000). « Comment repenser l'enseignement de la géométrie ». *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public,* APMEP (France), n° 430, p. 600-612.

Shaw, J. (1993, April). "See it, change it, reason it out". *Arithmetic Teacher*, 434-436.

Shield, M., and K. Swinson. (1996). "The link sheet: A communication aid for clarifying and developing mathematical ideas and processes". In P. Elliott et M. Kenney, *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, 1996 Yearbook. p. 35-39. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.